

MITTEILUNGEN  
DER  
STERNWARTE  
DER UNGARISCHEN AKADEMIE  
DER WISSENSCHAFTEN

АСТРОНОМИЧЕСКАЯ  
ОБСЕРВАТОРИЯ  
АКАДЕМИИ НАУК  
ВЕНГРИИ  
(ИНСТИТУТ ИМ. КОНКОЛЯ)

BUDAPEST—SZABADSÁGHEGY

Nr. 24.

I. GUMAN

DAS PHOTOMETRISCHE DOPPELSTERNSYSTEM  
CD VULPECULAE

BUDAPEST, 1951

## A CD VULPECULAE FOTOMETRIAI KETTŐSCSILLAGRENDSZER

(Összefoglalás.)

A Szabadsághegyi Csillagvizsgáló Intézet  $\delta$  Cephei programjának a keretében, az 1950—51. években 489 felvételt készítettem az AV Vulpeculae változóról. Ugyanezen lemezeken e változó közelében van a CD Vulpeculae fotometriai kettőscsillagrendszer. Mivel a rendszer elemei eddig még nem voltak ismereteseek, jelen dolgozat ezen csillag vizsgálatával foglalkozik.

*Lange* és *Ceszevics* szovjet kutatók és a saját eredményeim felhasználásával a főminimum időpontjára a következő elemeket kaptam:

$$\text{Min}_{\odot} = \text{J. D. } 2428728.309 + 0.6837457 \cdot E$$

A közepes fénygörbe adatai a III. táblázatban találhatók. Ennek alapján a maximum fényessége  $11^m.52$ , a főminimumé  $12^m.57$  és a mellékminimumé  $11^m.89$ . A fénygörbe  $\beta$  Lyrae típusú, tehát a rendszer komponensei elliptikusak. A komponensek effektív ellipticitására 0.355 adódik. A rektifikált fénygörbének két hegyes minimuma van  $0^m.81$  és  $0^m.13$  amplitudóval.

A számított pályaelemek a IV. táblázatban vannak összeállítva. A 2. ábra szemlélteti a teoretikus fénygörbét a megfigyelésből adódó normálpontokkal és a pálya meg a komponensek egymáshoz viszonyított nagyságát.

## DAS PHOTOMETRISCHE DOPPELSTERNSYSTEM CD VULPECULAE.

Im Rahmen des  $\delta$  Cephei-Programms der Konkoly Sternwarte habe ich in den Jahren 1950—51 am 16 cm Astrographen von dem Veränderlichen AV Vulpeculae 489 Aufnahmen erhalten. Auf denselben Platten, in der Nähe dieses Veränderlichen befindet sich das photometrische Doppelsternsystem CD Vulpeculae, dessen Untersuchung diese Arbeit gewidmet ist.

1. Der Veränderliche CD Vulpeculae, mit den Koordinaten  $\alpha = 20^h 21^m 46^s$ ,  $\delta = +25^\circ 54'.7$  (1900.0), wurde von Frau A. Beljawsky<sup>1</sup> auf Platten der Simeis-Sternwarte im Jahre 1934 entdeckt. In der Entdeckungsanzeige erhielt der Stern die provisorische Bezeichnung SVS 474. Als Amplitude wurde nach Schätzungen  $10^m.5$ — $11^m.5$  angegeben. Die Veränderlichkeit wurde von Lange<sup>2, 3</sup> bestätigt. Lange gab die folgenden provisorischen Elemente:

$$\text{Min}_\odot = \text{J.D. } 2428728.321 + 0^d.68372.E$$

Typ  $\beta$  Lyrae. W. Zessewitsch<sup>4</sup> erhielt in den Jahren 1942—43 aus 273 Beobachtungen 2 Normalepochen, die die folgenden verbesserten Elemente gaben:

$$\text{Min}_\odot = \text{J.D. } 2428728.321 + 0^d.683742.E$$

Tabelle I. Die Vergleichsterne.

a	B. D. + 26°3900	$10^m.49$
b	.....	$10.71$
c	.....	$10.90$
d	.....	$11.40$
e	.....	$11.58$
f	.....	$11.80$
g	.....	$12.10$
h	.....	$12.77$

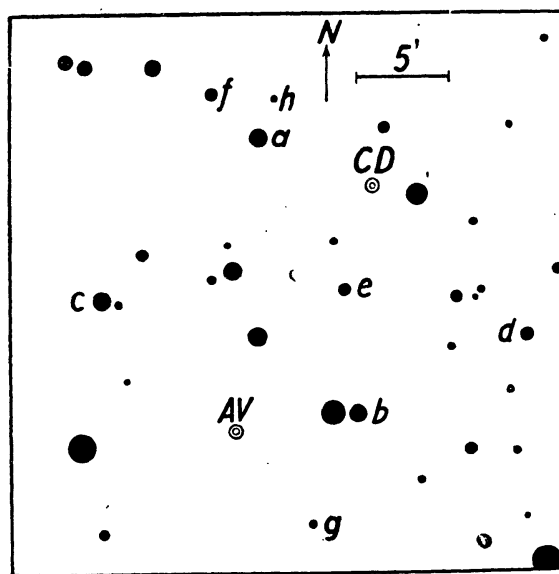


Abb. 1. Umgebungskarte für AV und CD Vulpeculae.

<sup>1</sup> S. Beljawsky: 37 neue Veränderliche in Cygnus und Vulpecula. Пер. звезды. IV. 8. 265. 1934.

<sup>2</sup> Г. Ланге: Исследования переменных звезд в поле No. 61. Ташкент цирк. 107. 1940.

<sup>3</sup> A. N. Benennungsliste 39. No. 344.

<sup>4</sup> В. Цесевич: О шести затменных звездах. Астр. цирк, СССР. 23. 1943.

2. Die Aufnahmen wurden am Askania-Elektromikrophotometer ausgemessen. Die Helligkeiten der in der Umgebungskarte (Abb. 1.) und Tab. I. angegebenen Vergleichsterne beruhen auf 2 Polübertragungen.

Nach Aussonderung der unbrauchbaren Aufnahmen blieben 456 Beobachtungen, die in Tab. V. mitgeteilt sind. Je 12 Beobachtungen wurden zu einem Normalpunkt zusammengefaßt. Die so erhaltenen Normalpunkte sind in Abb. 2. dargestellt und in Tab. II. angegeben. Aus der erhaltenen Lichtkurve wurde die Normalepoche:  $\text{Min}_{\odot} = \text{J.D. } 2433828.368$  abgeleitet. Mit den *Zessewitsch*'schen Epochen kombiniert ergibt diese die neuen Elemente:

$$\text{Min}_{\odot} = \text{J.D. } 2428728.309 + 0.^d6837457.E$$

Die nach diesen Elementen übrigbleibenden  $(B-R)$ -Werte sind in Tab. II. angeführt.

Tabelle II.

$\text{Min}_{\odot}$	Epoche	$R$	$(B-R)$	Beobachter
J. D.				
2428728.321	0	.309	+ <sup>d</sup> .012	Lange
2430645.533	2804	.532	+ .001	Zessewitsch
2430895.098	3169	.099	— .001	Zessewitsch
2433828.368	7459	.368	.000	Guman

Somit stellen diese Elemente die Beobachtungen gut dar, wenn man in Betracht zieht, daß *Lange*'s Angaben nur provisorisch waren. Die in Tab. III. und V. mitgeteilten Phasen sind nach der folgenden Formel gerechnet:

$$\text{Ph}_{\odot} = 1.^d4625321(\text{J.D.} - 2428728.309).$$

Tabelle III. Die Normalhelligkeiten.

Phase (0 <sup>p</sup> .001)	$\vartheta$	Gr.	Phase (0 <sup>p</sup> .001)	$\vartheta$	Gr.
000	0 <sup>o</sup> .00	12 <sup>m</sup> .57	450	162 <sup>o</sup> .00	11 <sup>m</sup> .82
019	6.84	12.36	477	171.72	11.85
035	12.60	12.38	505	181.80	11.90
055	19.80	12.02	557	200.52	11.80
074	26.64	11.73	616	221.76	11.59
093	33.44	11.66	657	236.52	11.51
114	41.04	11.67	705	253.80	11.46
138	49.68	11.63	751	270.36	11.51
157	56.52	11.58	778	280.08	11.57
184	66.24	11.56	795	286.20	11.56
207	74.52	11.53	823	296.28	11.64
225	81.00	11.51	857	308.52	11.66
250	90.00	11.53	878	316.08	11.63
290	104.40	11.52	892	321.12	11.70
310	111.66	11.55	904	325.44	11.78
336	120.96	11.57	918	330.48	11.81
360	129.60	11.61	932	335.52	11.90
380	136.80	11.63	954	343.44	12.07
413	148.68	11.66	983	353.88	12.46



3. Die Lichtkurve gibt zwei verschieden tiefe Minima und die Helligkeit des Systems ist außerhalb der Bedeckungen nicht konstant. Meine Beobachtungen bestätigen also den von *Lange* und *Zessewitsch* angegebenen  $\beta$  Lyrae Typ. Das Nebenminimum liegt in der Mitte zwischen den Hauptminima. Die Rektifikation der Lichtkurve ergab, daß wir die beste Darstellung ohne Annahme von Reflexion und Periastroneffekt erhalten. Auf das Fehlen des Letzteren deutet auch die symmetrische Lage des Nebenminimums. So erhalten wir für die Helligkeit der Maxima 11<sup>m</sup>52, für die Helligkeit im Hauptminimum 12<sup>m</sup>57, im Nebenminimum 11<sup>m</sup>89.

Aus den Normalpunkten außerhalb der Bedeckungen ergab sich nach der Methode der kleinsten Quadrate die Konstante der effektiven Elliptizität zu  $z = 0.355$ . Die Normalpunkte wurden zur Beseitigung der effektiven Elliptizität mit der Größe

$$\Delta m = 1^m.25 \log (1 - 0.355 \cos^2 \vartheta)$$

korrigiert. Die so erhaltene Lichtkurve ist außerhalb der Bedeckungen konstant und hat zwei spitze Minima mit den Amplituden 0<sup>m</sup>81 und 0<sup>m</sup>13.

Zur Ermittlung der Elemente wurden die Helligkeiten im Hauptminimum in Intensität umgerechnet und zu einem Ast vereinigt. Zur Ermittlung der rohen Anfangswerte wurde *Russell's*<sup>1</sup> graphische Methode benutzt. Aus dem Lichtverlust  $1 - \lambda_{pr} = 0.526$  und  $1 - \lambda_{sec} = 0.113$  und aus

$$\chi(k, \alpha_0, 0.8) = \frac{A}{B} = 0.3135$$

$$A = \frac{\sin^2 \vartheta (0.8)}{1 - z \cos^2 \vartheta (0.8)} = 0.0495; \quad B = \frac{\sin^2 \vartheta (0.5)}{1 - z \cos^2 \vartheta (0.5)} = 0.1464 \quad (1)$$

erhielt ich mit Hilfe von *Russell's* Nomogramm für das Verhältnis der Radien und für das im Minimum bedeckte Areal:  $k = 0.877$  und  $\alpha_0 = 0.675$ . Mit Hilfe der Formel

$$\alpha_0 = 1 - \lambda_{pr} + \frac{1 - \lambda_{sec}}{k^2} \quad (2)$$

und *Merrill's*<sup>2</sup> Tafeln für gleichförmig helle Sternscheiben wurden unter Beibehaltung des Wertes

$$B = 0.1464 \quad (3)$$

<sup>1</sup> H. N. Russell: Notes on Eclipsing Variables. Ap. J. 95. 345. 1942.

<sup>2</sup> J. E. Merrill: Tables for Solution of Light Curves of Eclipsing Binaries. Coefficient of Limb-Darkening  $x = 0.0$ . Contr. Princeton Univ. Obs. 23. 1950.

nach drei Approximationen, als die die Beobachtungen am besten darstellenden Werte

$$k = 0.90 \quad \text{und} \quad \alpha_0 = 0.666 \quad (4)$$

erhalten.

Mit Benutzung von (3) und (4) wurde nach der Formel

$$\frac{\sin^2 \vartheta(n)}{1 - z \cos^2 \vartheta(n)} = B \chi(k, \alpha_0, n) \quad (5)$$

die theoretische Lichtkurve aufgezeichnet, die in Abb. 2. dargestellt ist.

Die Phase des äußeren Kontaktes  $\vartheta'$  kann aus (5) mit  $n = 0$  berechnet werden. Es ergibt sich  $\vartheta' = 41^\circ 55'$ , die Dauer der Bedeckung beträgt also  $(2 \vartheta' / 360^\circ) P = 0^d 159$ . Nach (2) wird im Hauptminimum die kleinere Komponente von der größeren bedeckt. Die große Halbachse der größeren Komponenten  $a_1$  und die Neigung der Bahnebene  $i$  werden aus den Gleichungen

$$a_1^2 (1 - z \cos^2 \vartheta') (1 + k)^2 = \cos^2 i \cos^2 \vartheta' + \sin^2 \vartheta' \quad (6)$$

$$a_1^2 (1 - z) [1 + k \cdot p(k, \alpha_0)]^2 = \cos^2 i \quad (7)$$

berechnet, wo (6) für den äußeren Kontakt, (7) für die Mitte der Bedeckung gilt. Ich erhielt  $i = 77^\circ 36'$  und  $a_1 = 0.402$ . Die übrigen Elemente wurden nach den Gleichungen

$$\varepsilon^2 = z \cos^2 i; \quad \frac{b_1}{a_1} = \frac{b_2}{a_2} = \sqrt{1 - \varepsilon^2}; \quad \frac{a_2}{a_1} = k \quad (8)$$

bestimmt, wo  $\varepsilon$  die Exzentrizität der Meridianellipsen,  $b_1$  die kleine Halbachse der größeren Komponente und  $a_2$ ,  $b_2$  die Halbachsen der kleineren Komponente bedeuten.

Das Verhältnis der Flächenhelligkeiten und die Leuchtkräfte der Komponenten erhielt ich nach den folgenden Formeln

$$\frac{J_2}{J_1} = \frac{1 - \lambda_{\text{pr}}}{1 - \lambda_{\text{sec}}}; \quad \frac{L_2}{L_1} = k^2 \frac{J_2}{J_1}; \quad L_1 + L_2 = 1. \quad (9)$$

Die Dichte der Komponenten wurde, nach Annahme gleicher Massen, nach den Gleichungen

$$\varrho_1 = \frac{0.00672}{P^2 a_1^2 b_1} \quad \text{und} \quad \varrho_2 = \frac{0.00672}{P^2 a_2^2 b_2} = \frac{\varrho_1}{k^3}$$

bestimmt.

4. Die erhaltenen Systemkonstanten sind in Tab. IV. zusammengestellt, die Größenverhältnisse sind in Abb. 2. dargestellt.

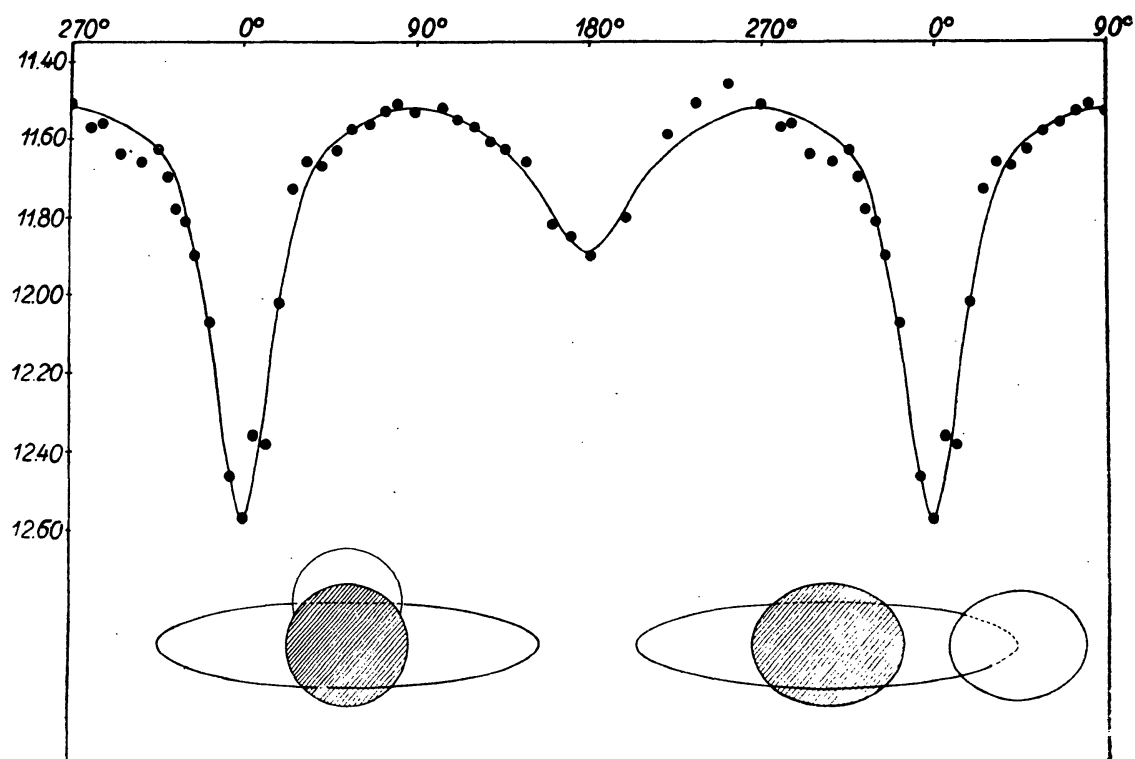


Abb. 2. Lichtkurve und Systemverhältnisse für CD Vulpeculae.

Tabelle IV. Die Systemkonstanten.

Periode .....	$P$	$0^d.6837457$
Phase des Nebenminimums .....		$0.5 P$
Dauer der Bedeckung .....	$D$	$0^d.159$
Neigung der Bahnachse .....	$i$	$77^{\circ}.36$
Radienverhältnis .....	$k$	$0.90$
Effektive Elliptizität .....	$z$	$0.355$
Exzentrizität der Meridianellipsen .....	$\varepsilon$	$0.193$
Verhältnis der kleinen und der großen Halbachse der Komponenten .....	$b_1/a_1 = b_2/a_2$	$0.792$
Große Halbachse der größeren Komponente .....	$a_1$	$0.402$
Kleine Halbachse der größeren Komponente .....	$b_1$	$0.318$
Große Halbachse der kleineren Komponente .....	$a_2$	$0.362$
Kleine Halbachse der kleineren Komponente .....	$b_2$	$0.286$
Kleinste scheinbare Distanz der Zentren .....	$\cos i$	$0.219$
Bedecktes Areal in Minima .....	$u_0$	$0.666$
Leuchtkraft der dunkleren Komponente .....	$L_1$	$0.209$

## I. GUMAN

Leuchrkraft der helleren Komponente .....	$L_2$	0.791
Verhältnis der Flächenhelligkeiten .....	$J_1/J_2$	1:4.654
Dichte der größeren Komponente .....	$\varrho_1$	0.28
Dichte der kleineren Komponente .....	$\varrho_2$	0.38
Helligkeit im Maximum .....	$11^m.52$	
Helligkeit im Hauptminimum .....	12.57	$A_1$ 1 <sup>m</sup> .05
Helligkeit im Nebenminimum .....	11.89	$A_2$ 0.37

Tabelle V. Die Beobachtungen.

J. D.☉ 2433...	Phase (o <sup>p</sup> 001)	Gr.	J. D.☉ 2433...	Phase (o <sup>p</sup> 001)	Gr.
421.434	845	11 <sup>m</sup> .59	421.592	016	12 <sup>m</sup> .34
.436	849	11.64	.595	020	12.15
.439	854	11.57	.597	024	12.29
.442	858	11.73			
.445	862	11.56	422.415	281	11.54
.447	866	11.50	.418	285	11.53
.450	870	11.71	.420	289	11.40
.453	874	11.67	.423	293	11.42
.456	878	11.62	.426	297	11.40
.459	882	11.52	.429	301	11.50
.461	886	11.72	.432	305	11.45
.467	894	11.69	.434	309	11.40
.470	898	11.67	.437	313	11.52
.472	902	11.93	.440	317	11.41
.475	906	11.89	.443	321	11.36
.478	910	11.91			
.481	915	11.95	.463	352	11.55
.484	919	11.86	.466	356	11.63
.486	923	11.88	.469	360	11.68
.489	927	11.78	.472	364	11.50
.492	931	11.80	.475	368	11.51
.495	935	12.02	.477	372	11.52
.497	939	12.10	.480	376	11.60
.569	984	12.65	.486	384	11.51
.572	988	12.38	.488	388	11.55
.575	992	12.57	.491	392	11.70
.578	996	12.66	.494	396	11.78
.581	000	12.65			
.584	004	12.46	.522	437	11.57
.589	012	12.44	.525	441	11.73

DAS PHOTOMETRISCHE DOPPELSTERNSYSTEM CD VULPECULAE

J. D. ☉ 2433 ...	Phase (o <sup>P</sup> 001)	Gr.	J. D. ☉ 2433 ...	Phase (o <sup>P</sup> 001)	Gr.
422.527	445	II. <sup>m</sup> 92	444.434	484	II. <sup>m</sup> 62
.530	449	II.69	.437	488	II.69
.533	453	II.77	.440	493	II.77
.536	457	II.70	.443	497	II.81
.538	461	II.86	.445	501	II.85
.541	465	II.85	.448	505	12.04
.544	469	II.90	.451	509	II.99
.547	473	II.91	.454	513	12.11
.550	478	II.85	.457	517	II.83
.552	482	II.91	.459	521	12.02
			.462	525	II.82
423.426	762	II.41	.465	529	II.82
.432	771	II.54	.468	533	II.72
.437	775	II.55	.470	537	II.73
.440	779	II.52	.473	541	II.95
.443	783	II.48	.476	545	II.85
.445	787	II.57	.479	549	II.86
.448	791	II.62	.482	554	II.66
.451	795	II.40			
.454	799	II.52	.493	570	II.81
.457	805	II.67	.496	574	II.74
.459	807	II.53	.498	578	II.92
.462	811	II.58	.504	586	II.81
			.507	590	II.68
.511	884	II.44	.509	594	II.69
.514	888	II.72	.512	598	II.50
.517	893	II.60	.515	602	II.72
.520	897	II.66	.518	606	II.53
.523	901	II.51	.520	610	II.60
.525	905	II.75	.523	615	II.56
.528	909	12.14	.526	619	II.60
.531	913	II.83	.529	623	II.52
.534	917	II.62	.532	627	II.59
.536	921	II.88	.534	631	II.58
.539	925	II.92	.537	635	II.48
.542	929	II.93	.540	639	II.64
.545	933	II.88	.543	643	II.44
.548	937	12.09			
427.498	715	II.48	446.375	322	II.33
.501	719	II.40	.380	331	II.56
			.383	335	II.59
.521	748	II.55	.389	343	II.64
.524	752	II.67	.391	347	II.46
			.394	351	II.60
444.429	476	II.92	.397	355	II.65
.432	480	II.88	.400	359	II.62

## I. GUMAN

J. D. $\odot$ 2433 ...	Phase ( $o^p001$ )	Gr.	J. D. $\odot$ 2433 ...	Phase ( $o^p001$ )	Gr.
446.402	363	11. <sup>m</sup> 52	802.421	052	11. <sup>m</sup> 94
.405	367	11.54	.424	056	11.98
.408	371	12.00	.427	060	11.80
.411	375	11.52	.430	064	11.88
.414	379	11.42	.432	068	11.75
.416	383	12.22	.435	073	11.68
.419	388	11.44	.438	077	11.74
			.441	081	11.70
448.408	296	11.69	.443	085	11.56
.411	300	11.71	.446	089	11.54
.414	305	11.65	.449	093	11.60
.416	309	11.73			
.419	313	11.62	.455	101	11.57
.422	317	11.65	.457	105	11.65
.425	321	11.70	.460	109	11.54
.433	333	11.75	.463	113	11.77
.436	337	11.57	.466	117	11.74
.441	345	11.70	.471	125	11.61
.447	353	11.70	.474	129	11.65
.450	357	11.49	.477	134	11.65
.452	361	11.76	.480	138	11.39
.455	366	11.62	.482	142	11.75
			.485	146	11.67
.534	481	11.80	.488	150	11.71
.537	485	11.96	.491	154	11.71
.540	489	11.79	.494	158	11.61
.543	493	11.81	.499	166	11.59
.545	498	11.96			
			.510	182	11.57
792.429	438	12.11	.513	186	11.57
.432	442	11.89	.516	190	11.69
.435	446	11.79	.519	194	11.48
.437	450	11.91	.521	199	11.80
.440	454	12.05	.524	203	11.49
.443	459	11.90	.527	207	11.55
.448	467	11.85	.530	211	11.45
			.532	215	11.30
			.535	219	11.62
802.396	016	12.20	.538	223	11.72
.399	020	12.33	.541	227	11.40
.402	024	12.38	.544	231	11.47
.405	028	12.38	.546	235	11.40
.408	032	12.19			
.410	036	12.27	814.446	638	11.63
.413	040	12.41	.448	642	11.66
.416	044	12.38	.451	646	11.55
.418	048	12.20	.454	650	11.40

DAS PHOTOMETRISCHE DOPPELSTERNSYSTEM CD VULPECULAE

J. D. ☉ 2433...	Phase (o <sup>p</sup> 001)	Gr.	J. D. ☉ 2433...	Phase (o <sup>p</sup> 001)	Gr.
814.457	654	11 <sup>m</sup> .56	827.376	012	12 <sup>m</sup> .43
.459	658	11.41	.380	017	12.73
.462	662	11.54	.383	023	12.17
.465	666	11.44	.387	028	12.47
.468	671	11.63	.390	033	12.48
.471	675	11.41	.394	038	12.33
.473	679	11.50	.397	043	12.37
.476	683	11.55	.401	048	12.04
.479	687	11.40	.404	053	12.01
.482	691	11.38	.408	058	11.85
.484	695	11.53	.411	063	12.07
.487	699	11.54	.415	068	11.80
.493	707	11.40	.418	073	11.62
.496	711	11.40	.421	078	11.80
.498	715	11.46	.425	083	11.68
			.428	088	11.72
821.443	872	11.55	.432	093	11.79
.446	876	11.66	.435	099	11.58
.449	881	11.64	.439	104	11.75
.452	885	11.60	.442	109	11.77
.454	889	11.73	.446	114	11.68
.457	893	11.71	.449	119	11.71
.460	897	11.54			
.463	901	11.79	.460	133	11.59
.466	905	11.80	.463	138	11.60
.468	909	11.81	.467	143	11.57
.471	913	11.74	.470	148	11.52
.474	917	11.82	.473	153	11.60
.477	921	12.00	.477	158	11.61
			.480	163	11.53
.485	933	11.69	.484	169	11.62
.488	937	12.10	.487	175	11.59
.491	942	11.81	.491	180	11.64
.493	946	11.80	.494	185	11.53
.499	954	12.14	.498	190	11.57
.502	958	12.44	.501	195	11.55
.504	962	12.33	.505	200	11.46
.513	974	12.38	.508	205	11.53
.516	978	12.26	.512	210	11.52
.518	982	12.70	.515	215	11.52
.521	986	12.54	.519	220	11.60
			.522	225	11.43
827.356	982	12.56	.526	230	11.49
.359	987	12.38	.529	235	11.55
.362	992	12.56	.532	240	11.72
.366	997	12.74	.536	245	11.63
.369	002	12.71			

## I. GUMAN

J. D. ☉ 2433...	Phase ( $0^{\circ}$ 001)	Gr.	J. D. ☉ 2433...	Phase ( $0^{\circ}$ 001)	Gr.
828.362	919	11. <sup>m</sup> 48	828.529	161	11. <sup>m</sup> 54
.365	924	11.73	.533	166	11.60
.396	929	11.77			
.372	934	11.76	834.365	771	11.53
.376	940	11.84	.368	775	11.71
.379	945	12.08	.371	780	11.53
.383	950	11.97	.374	784	11.65
.386	955	11.90	.376	788	11.51
.390	960	12.15	.379	792	11.55
.393	965	12.20	.382	796	11.62
.397	970	12.19	.385	800	11.66
.400	975	12.22	.388	804	11.50
.404	980	12.51	.390	808	11.75
.407	985	12.40	.393	812	11.62
.411	990	12.60	.396	816	11.48
.414	995	12.40	.399	820	11.80
.418	999	12.57	.401	824	11.53
.422	004	12.69	.404	828	11.62
.425	009	12.39	.407	832	11.67
.429	014	12.54	.410	836	11.70
.432	019	12.35	.413	841	11.82
.436	024	12.46	.415	845	11.65
.439	029	12.46	.418	849	11.68
.443	034	12.46	.421	853	11.96
.446	039	12.40	.424	857	11.50
.449	044	12.29	.426	861	11.65
			.429	865	11.68
.456	054	12.20	.432	869	11.80
.460	060	12.00	.435	873	11.92
.463	065	11.74	.438	877	11.53
.467	070	11.76	.440	881	11.71
.470	075	11.77	.443	885	11.83
.474	080	11.79	.446	889	11.70
.477	085	11.76	.449	893	11.83
.481	090	11.72	.451	897	11.68
.484	095	11.66	.454	902	11.69
.488	100	11.75	.457	906	11.72
.491	105	11.66	.460	910	11.76
.495	110	11.76			
.498	115	11.65	839.432	182	11.57
.506	126	11.60	.435	186	11.48
.508	131	11.64	.438	190	11.45
.512	136	11.68			
.515	141	11.76	849.371	717	11.60
.519	146	11.66	.376	725	11.40
.522	151	11.57	.379	729	11.54
.526	156	11.40	.382	733	11.35



DAS PHOTOMETRISCHE DOPPELSTERNSYSTEM CD VULPECULAE

J. D. ☉ 2433...	Phase (o <sup>p</sup> .001)	Gr.	J. D. ☉ 2433...	Phase (o <sup>p</sup> .001)	Gr.
849.387	742	II. <sup>m</sup> 50	850.424	257	II. <sup>m</sup> 43
.390	746	II.52	.429	265	II.49
.393	750	II.43	.432	269	II.41
.396	754	II.40	.435	273	II.57
.401	762	II.51	.437	277	II.55
.404	766	II.69	.440	281	II.45
.406	770	II.56			
.409	774	II.54	.446	290	II.54
.412	778	II.63	.449	294	II.57
.415	782	II.61	.454	302	II.52
.418	786	II.45	.457	306	II.57
.421	790	II.61	.460	310	II.57
.423	795	II.53	.462	314	II.55
850.390	208	II.60	.512	387	II.52
.393	212	II.33	.515	391	II.69
.396	216	II.32	.518	395	II.67
.399	220	II.59	.521	399	II.59
.401	225	II.40	.523	403	II.57
.404	229	II.51	.526	407	II.45
.407	233	II.57			
.410	237	II.50	.522	415	II.70
.412	241	II.50	.535	420	II.77
.415	245	II.58	.538	424	II.67
			.541	428	II.86
			.546	436	II.60
.421	253	II.55	.549	440	II.72

Budapest, 18. August 1951.

Kiadásért felel: Detre László

4062. — Franklin-nyomda Budapest, VIII., Szentkirályi-utca 28. — Felelős: Ketkés János.

MITTEILUNGEN  
DER  
STERNWARTE  
DER UNGARISCHEN AKADEMIE  
DER WISSENSCHAFTEN

ИЗВЕСТИЯ  
АСТРОНОМИЧЕСКОЙ  
ОБСЕРВАТОРИИ  
АКАДЕМИИ НАУК  
ВЕНГРИИ

BUDAPEST — SZABADSÁGHEGY

Nr. 25.

I. K. CSADA

ON THE ORIGIN OF THE MAGNETIC FIELD  
OF THE SUNSPOTS

BUDAPEST, 1951

## A NAPFOLTOK MÁGNESES TERÉNEK EREDETE

(Összefoglalás)

A megfigyelés azt mutatja, hogy az igen kicsi napfoltok folytonos átmenetet képeznek a sötét granulákkal. Ebből arra következtethetünk, hogy a napfoltok a sötét granulákból alakulnak ki oly módon, hogy azok valamilyen ok miatt hirtelen növekedni kezdenek. Egy ilyen ok lehet pl. egy hirtelen fellépő hidrodinamikai örvény, amelyik a sötét granulában lép fel és kinetikus energiáját környezetének termikus energiájából meríti. A hőmérséklet csökkenése miatt elektron-diffúzió indul meg a környezetből az örvény felé és így ebben tértöltés keletkezik. Az örvény-mozgás miatt fellépő mágneses tér a hőmérsékletet tovább csökkenti úgy, hogy a kezdeti kicsi hidrodinamikai örvény hamarosan napfolttá alakul.

A kvalitatív vizsgálat azt mutatja, hogy a stacionárius állapotban, midőn a diffúziós nyomás egyensúlyban van a tértöltés elektrosztatikus taszításával, a napfoltok centrális mágneses terének arányosnak kell lennie a napfolt sugarával. Az elméletnek ez az eredménye igen jól egyezik a tapasztalattal. A stacionárius állapot a napfoltok méretére felső határt ad, mely azonban nagyobb, mint a napfoltok átlagos mérete. Ebből arra lehet következtetnünk, hogy a napfoltok energiája fejlődésük közben szétszóródik, még mielőtt a stacionárius állapotot felvehetné.

## ON THE ORIGIN OF THE MAGNETIC FIELD OF THE SUNSPOTS

**Introduction.** It is known that the smallest sunspots represent a transition to the dark granulae. This fact leads us to the assumption that sunspots originate from the granular structure in such a manner that the dark intergranular field increases rapidly in consequence of some reason. Such a reason may be given, for example, by suddenly produced hydrodynamic eddy obtaining its kinetic energy from the thermal energy of the photosphere. But the most important disadvantage of such a theory lies in the fact that it renders the explaining of the origin of the magnetic field impossible. On the other hand, the magnetic field of the larger sunspots needs subsist both before and after the visibility of the spots. Therefore the field of the large sunspots cannot develop from the granular structure in the course of a few hours or days. It must have propagated as a magnetic disturbance existing long before and producing similar disturbances in the surrounding granulae. The individual smaller sunspots, of course, can develop directly from the granulae.

It was *Alfvén* who demonstrated for the first time that condition of a magneto-hydrodynamical equilibrium was to keep the sum of the pressure and that of the magnetic energy constant. Therefore, in equilibrium, the magnetic field may increase only in case when pressure diminishes. This means (if density is constant) that it may increase only at the expense of the thermal energy. Consequently the growth of the dark intergranular field demonstrates the presence of a magnetic field.

In the following a new theory of the magnetic field of the sunspots will be proposed, supposing that a sunspot which grows out of a dark granula, is a simple hydrodynamical whirl. The temperature in the whirl is lower than in its surroundings. This fall of temperature will be sufficient to generate spontaneously a magnetic field which in its turn will further reduce the temperature.

**Mechanical and ionization equilibrium in sunspots.** The photosphere and the sunspots are composed of a mixture of electrons and of neutral as well as of ionized gases. Ionization is virtually of thermal origin and consequently its degree depends upon temperature, density being constant. The degree of ionization in the interior of sunspots is smaller than in the surrounding photosphere. If we consider the conditions of ionization equilibrium only, the distribution of the density of electrons and that of ions will be stable. However, the hydrodynamical equations hold separately for each constituent. In ionized gases the electrons follow the Boltzmann statistics and may be considered as one of the constituents

of the mixture. But in this case, if we neglect gravitational and electromagnetic influences, electrons and ions intend to occupy the whole field with uniform density (pressure being constant everywhere), consequently a diffusion of electrons and ions towards the sunspot will take place to eliminate the differences of density. But as the velocity of electron diffusion is several thousand times higher than that of the diffusion of ions, during the first phase of the diffusion there will be a prevalence of electrons in the sunspots, that is, if we assume that the electrons too participate in the hydrodynamical eddy-motion of sunspots, magnetic fields are developing too. As it has been already mentioned above, the presence of a magnetic field leads to further diminution of temperature, however, increases the diffusion and intensifies the magnetic field which leads to a further reduction of temperature. An originally simple hydrodynamical eddy will be transformed very rapidly into a sunspot.

However, the size of a sunspot increases rapidly only in the beginning. The electrostatic repulsions, occurring in the later phase bring the diffusion to a complete stop. Thus there will be an approximately steady state of equilibrium in which the presence of diffusion of will be equal to electromagnetic repulsion. The diffusion ions, however, reduces the charge. This results in the diminution of the magnetic strength too. Let us now examine a simplified case when the latter phenomenon is not taken into consideration.

**Fundamental equation.** Let us examine a vertical eddy in the photosphere. The temperature in the interior of the eddy will be lower than in the sun surrounding. Let us suppose that the gas is ionized, i. e., it contains free electrons which follow the Boltzmann statistics.

Therefore the gas will be a mixture composed of electrons, neutral atoms and ions. For each constituent of this mixture holds the equation of motion :

$$n_i m_i (\mathbf{v}, \text{grad}) \mathbf{v}_i = n_i m_i \text{grad } V - \text{grad } p_i + Z_i e n_i \mathfrak{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{i}_i, \mathfrak{H}] \quad (1)$$

where  $\mathbf{v}$  is the velocity of the mixture,  $\mathbf{v}_i$  the mass-velocity of the  $i$ -th constituent,  $n_i$  the number of the particles (in unite volume),  $m_i$  the mass of the individual particles.  $eZ_i$  is the charge of the individual particles ( $e$  is the elementary charge and  $Z = -1$  for electrons,  $Z = 1, 2, 3, \dots$  for ions,  $Z = 0$  for neutral particles).  $p_i$  is the partial pressure,  $\mathfrak{E}$  and  $\mathfrak{H}$  the total electric and magnetic field strengths,  $\mathbf{i}$  the intensity of the electric current composed of the charge-displacement produced by diffusion and the induced electric currents. Let us neglect the latter,  $\mathbf{i}$  is to be expressed by the velocity of the individual components of the mixture :

$$\mathbf{i} = \sum \mathbf{i}_i = \sum n_i e Z_i \mathbf{v}_i. \quad (2)$$

The hydrodynamical equation for the whole gas-mixture can be written :

$$\varrho (\mathbf{v}, \text{grad}) \mathbf{v} = \varrho \text{grad } V - \text{grad } p + \varepsilon \mathfrak{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{i}, \mathfrak{H}] \quad (3)$$

where  $\varrho$  is the density,  $p$  the total pressure (the radiation pressure neglected) and  $\varepsilon$  the free charge in unit volume :

$$\varepsilon = \sum n_i Z_i e.$$

For  $\mathfrak{E}$  and  $\mathfrak{H}$  we have the Maxwellian equations :

$$\text{rot } \mathfrak{H} = \frac{i}{c} \quad (5)$$

$$\text{rot } \mathfrak{E} = 0 \quad (6)$$

$$\text{div } \mathfrak{E} = \varepsilon \quad (7)$$

$$\text{div } \mathfrak{H} = 0 . \quad (8)$$

The accurate solution of these equations meets with great difficulties. But the calculation can be performed relatively easily in the case of a vertical eddy after the following simplifications :

1. The whole system is symmetrical around a vertical axis and all quantities depend only of the distance from the axis.
2. The whole system (electrons, ions and neutral gas-atoms) is circulating around the symmetrical axis with a constant angular velocity.
3. We examine only the stationary state in which the electrostatic repulsion balances the pressure of diffusion.

After these simplifications we have the equations :

$$\frac{dp_e}{dR} + n'_e E = 0 \quad (9)$$

$$\frac{dH}{dR} = \frac{n'_e e \omega R}{c} \quad (10)$$

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dR} (RE) = -n'_e e . \quad (11)$$

Here  $n'_e$  denotes the number of the inflowing electrons,  $p_e$  denotes the electron pressure in ionisation equilibrium, the modification produced by the diffusion being neglected.  $E$  and  $H$  denote the magnitude of the electric and of the magnetic field strength. Neglecting the electric field, the equation of motion (4) for equilibrium will be :

$$p + \frac{1}{2} \omega^2 R^2 + \frac{1}{2} H^2 = p_o = \text{constant}.$$

If we neglect the second term, we obtain for the hydrodynamic pressure:

$$p = p_o - \frac{1}{2} H^2$$

where  $p_o$  denotes the pressure outside of the sunspot.

**The electric field.** The electric field arising from the electron diffusion can be determined by making use of equations (9) and (11)

$$2 \frac{dp_e}{dR} - \frac{1}{R^2} \frac{d}{dR} (RE)^2 = 0$$

After integration we have

$$E = \frac{\sqrt{2}}{R} \sqrt{R^2 p_e - 2 \int_0^R R p_e dR}. \quad (13)$$

We see from this equation that the electric field is a function of the electron-pressure. However, if we take pressure for constant this field according to (13) will be identically zero. The field may be built up only if the pressure-gradient does not vanish. Such a distribution is represented by the following formula :

$$p_e = p_{eo} - p'_{ec} e^{-\left(\frac{R}{R_1}\right)^2} \quad (14)$$

where  $p_{eo}$  denotes the electron pressure outside the sunspot and  $p'_{ec} = p_{ec} - p_{eo}$  where  $p_{ec}$  means the electron pressure in the centre of the sunspot.  $R_1$  can be identified with the radius of the sunspot. Making use of (14) we get for the electric field :

$$E = \frac{\sqrt{2}}{R} \sqrt{R_1^2 p'_{ec} - p'_{ec} (R^2 + R_1^2) e^{-\left(\frac{R}{R_1}\right)^2}}.$$

The constant of integration is determined in such a way that  $E$  along the axis of the sunspot should be equal to zero.

**The magnetic field.** As we have supposed, the gas in the sunspot is circulating around the axis. As the eddy possesses electric charge, a magnetic field has to appear. In accordance with (10) and (11) we can write :

$$\frac{dH}{dR} = \frac{\omega R}{c} n_e e = -\frac{\omega}{c} \frac{d}{dR} (RE).$$

After integration supposing the angular velocity is constant we obtain.

$$H = -\frac{\omega}{c} RE + H_c \quad (15)$$

where  $H_c$  denotes the magnetic field along the axis. The magnetic field vanishes at the infinity only if

$$H_c = \frac{\omega}{c} (ER)_{R \rightarrow \infty} \quad (16)$$

and so we have

$$H = -\frac{\omega \sqrt{2}}{c} \sqrt{R^2 p_e - 2 \int_0^R R p_e dR} + H_c. \quad (17)$$

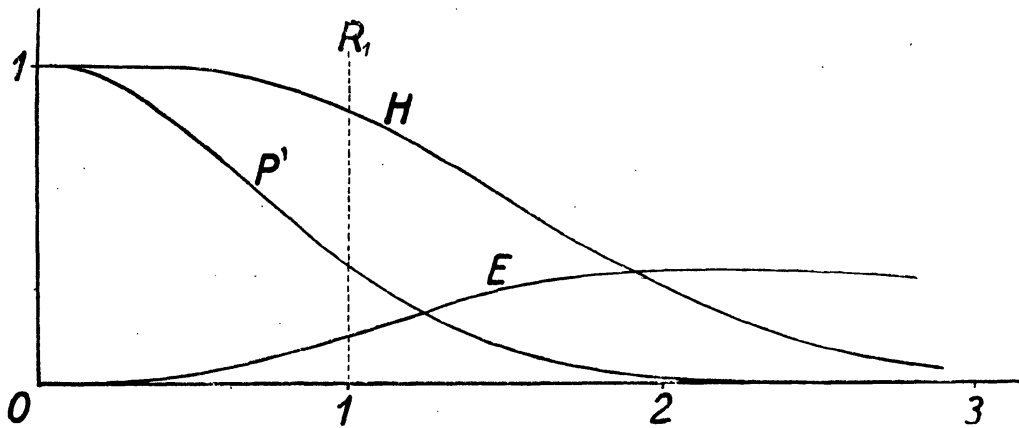
Taking the error-function for  $p'_e$  we get for the magnetic field :

$$H = - \frac{\omega \sqrt{2p'_{ec}}}{c} \left[ \sqrt{R_1^2 - (R^2 + R_1^2) e^{-\left(\frac{R}{R_1}\right)^2}} \right] \quad (18)$$

and in the centre of the sunspot :

$$H_c = \frac{\omega}{c} \sqrt{2p'_{ec}} \cdot R_1 . \quad (19)$$

The distribution of  $H$  in the sense of (18) is shown in the figure.



**Discussion.** As shown in (19) the central magnetic field depends on the radius of the sunspots, further on  $p'_{ec}$  and on the angular velocity. From all these quantities we are able to observe only the radius of the sunspots.

Making use of the theory of the ionization equilibrium we may estimate the value of  $p'_{ec}$ . In ionization equilibrium we have on order of magnitude :

$$p_e \sim b T^{5/2}, \quad b = 7 \cdot 45 \cdot 10^{-9}$$

hence

$$p'_e = \frac{5}{2} b T'^{3/2} T' \quad (20)$$

where  $T'$  denotes the difference between the central temperature of the sunspot and the temperature of the surrounding photosphere. However, few observations show that there is no systematic dependence between the size of the sunspots and their central temperature. Therefore the value of  $T'$  will be approximately the same for every sunspot. Similarly it is probable that the value of  $\omega$  should be nearly the same in different sunspots. Accordingly, *the central magnetic field of the sunspots is proportional to their radius*. The existence of such a relationship is in accordance with observation. On table I. we have compiled the values for the central magnetic field of different sunspots<sup>1</sup> and for  $R_1/H_c$  :

<sup>1</sup> Hoyle : Some Recent Researches in Solar Physics p. 4.



TABLE I.

Radius of the penumbra in cm	Central Magnetic Strength in Gauss	$R_1/H_c$
$3.10^8$	$5,0.10^2$	$7,0.10^5$
$5,0.10^8$	$1,0.10^3$	$5,0.10^5$
$8,0.10^8$	$1,5.10^3$	$5,3.10^5$
$1,1.10^8$	$2,0.10^3$	$5,5.10^5$
$1,5.10^8$	$2,5.10^3$	$7,0.10^5$
$2,0.10^8$	$3,0.10^3$	$6,7.10^5$

Therefore  $R_1/H_c$  can be considered as constant with the mean value  $6,0.10^{+5}$ . That means that between  $R_1$  and  $H_c$  exists the empirical relationship :

$$H = \frac{1}{6} 10^{-5} R_1 . \quad (21)$$

This empirical relation is exactly identical to our theoretical formula (19). It is of great importance, that the derivation of this formula was based on *purely mechanical effects*. The simplifications I have made do not affect the physical basis of the problem.

Making use of (20) and (21) we get :

$$\sqrt{5} b \omega (T_c)^{1/2} T_o^{3/4} = 6,0.10^5$$

from which if we take  $b = 7,45.10^{-9}$ ,  $T_o = 5,74.10^3$  and  $T' = 1,12.10^3$  we obtain :

$$\omega = 2,57.10^{-6}.$$

This value for the angular velocity is very small. It is very interesting that it is equal to the Sun's equatorial angular velocity. But the present paper is not so exact as to enable us to draw any farther conclusions from it. We may, however, conclude that the velocity must be very low so that it cannot be observed directly or spectroscopically.

**Upper limit of the size of sunspots.** Above we have only examined the question what kinds of electric and magnetic fields may be produced by a given decrease of the electron pressure. But we have mentioned that the magnetic field diminishes the temperature of the eddy and the electron pressure. Therefore the pressure of diffusion will increase together with the magnetic field and the size of the sunspot.

If we write in (12) for the pressure :

$$p = \frac{e \Re}{\mu} T .$$

we obtain for the temperature :

$$T' = \frac{\mu}{2 e \Re} H^2. \quad (22)$$

We get from (20) and (21) :

$$H_o^2 = 5 b \omega^2 R_1^2 \cdot T_o^{3/2} T'.$$

But (22) and (23) can stand together only if

$$5 b \omega^2 R_1 T_o^{3/2} = 2 \frac{\rho \Re}{\mu}$$

hence we obtain for the upper limit of the sunspots :

$$R_1 = 3,8 \cdot 10^{10} \text{ cm.}$$

This value is ten times greater than the radius of the largest sunspots. From this we may conclude that the energy of the developing sunspots disperses before taking up the state of equilibrium which we have examined above.

---

Kiadásért felel: Detre László

Akadémiai nyomda Budapest, V. Gerlőczy-utca 2. — 15698/52. — Felelős vezető: ifj. Puskás Ferenc



# ON THE MAGNETIC EFFECTS OF TURBULENCE IN IONIZED GASES

By

I. K. CSADA

KONKOLY OBSERVATORY, BUDAPEST

(Presented by K. Novobátzky. — Received 25. IV. 1951.)

In gases which are good electric conductors (ionized gases) local magnetic fields can rise spontaneously by turbulence. These fields may be produced by the diffusion of electrons due to fluctuating temperature. *Batchelor's* stability criteria show that highly ionized gases are instable to magnetic disturbances at temperatures above  $10\,000^{\circ}$  C. Based on the analogy between vorticity and magnetic field we may estimate the effects produced in perfect conducting gases, by making use of the vorticity transport hypothesis. We may infer that the specific conductivity of the gas decreases by some orders of magnitude and the magnetic permeability increases. This agrees with the investigations of *Sweet*, who has similarly come to this conclusion. A necessary condition is given by this theory for the origin of the permanent magnetic field of the stars derived from the high ionization and turbulence.

By introducing new functions the equations of the electromagnetic hydrodynamics may be written in symmetrical form analogous to the equations of motions in the classical hydrodynamics. The equations also remain analogous in the case of homogeneous isotropic turbulence.

## Introduction

The spectra of many stars show particularly high turbulence in their atmosphere[1]. To explain the physical state of such stars the results of the turbulence theory — obtained in the laboratory — could not be applied directly. Namely the gases in the interior of the stars as well as in their atmosphere are very highly ionized and therefore perfect conductors. The different charges, electrons and ions, are easily displacing each other and thus local magnetic fields can rise instantaneously.

In the presence of external fields the generating of such fields is evident. The external magnetic field exerts forces upon the electrons and ions in a different way, hence the original neutral distribution may undergo a change.

The temperature of a gas in thermodynamical instability may essentially differ in some points from that of the surroundings. But simultaneously with the temperature the rate of ionization changes as well, resulting in the diffusion of electrons in order to equalise the density difference of the free electrons. Therefore, the number of electrons would surpass that of the ions at places of lower temperature, preventing thereby a further diffusion. Lack or preva-

lence of the electrons would generate local electric fields and in the case of mechanical motions (i. e. eddy motions) magnetic fields as well.

Hence, the condition for producing local magnetic fields instantaneously is given in the thermodynamical and mechanical instability of the gas. The increase or decrease of such an electromagnetic field depends upon the relation between the diffusion of the mechanic and magnetic energy. *Batchelor* examined the stability of the conductive liquids to instantaneous magnetic disturbances. The condition of stability of a liquid in turbulence according to him is as follows :

$$\frac{\varepsilon}{\varrho} \begin{matrix} < & \frac{c^2}{4\pi\mu\sigma} & \\ = & & \\ > & & \end{matrix} \begin{matrix} \text{stable} \\ \text{indifferent} \\ \text{instable} \end{matrix} \quad (1)$$

where  $\varepsilon/\varrho$  is the kinematic viscosity,  $\mu$  the magnetic permeability,  $\sigma$  the specific conductivity (in E. S. U.). In stability the energy of the disturbance will diminish and after a certain time the field disappears. Again in the case of instability the energy would increase exponentially at the beginning. (The increase of the energy may be attributed to the influence of *Alfvén's* magnetic depression. With the appearance of a disturbing field, the pressure, temperature and rate of ionization diminish, intensifying thereby the diffusion of electrons as well as the electromagnetic field itself.) A limit for the intensifying of a disturbing field is set up by the equilibrium between mechanical and thermodynamical effects on the one hand and the electromagnetic field originated by the shift of the charges, on the other hand.

According to the above stability criteria the Sun's photosphere is stable to magnetic disturbances. The kinematic viscosity coefficient on the solar surface is about  $10^{-8}$ . The magnetic permeability slightly differs from the unit, while the specific conductivity is of the order  $10^{-12}$ , that is, the damping of the magnetic energy will be greater than  $10^{-7}$ .

In considering stars showing instability we find, of course, a completely different situation. Under a constant density the kinematic viscosity coefficient increases with the temperature, while the right-hand side of (1) decreases with it. The viscosity and density of stars of type B and A hardly differ from those of the Sun but their temperature is essentially higher. According to the above statement there must be instability in these stars. The spectra of many stars belonging to these types show the presence of a strong magnetic field, the reason of which may be found in the instability[2].

It is another question, of course, how the turbulence will be influenced by a disturbing magnetic field (to which it shows instability). It would be difficult to answer this considering that we do not possess adequate experimental bases for it. Similarly, in accordance with the turbulence theory we may describe the motion there, so that the lines of force would be dissolved as the streamlines, that is to say, they would transform themselves into strongly

winding curves constantly altering in form. At a certain point the strength and direction of the magnetic field fluctuates constantly.

As shown by *Batchelor*, under certain acceptable neglects, there is an analogy, between vorticity and magnetic field. The equations governing the magnetic field-vector are identical in form with the equations governing the vorticity in an incompressible fluid in the absence of an electromagnetic field. We may derive the fluctuations of the magnetic field from the oscillations of the vorticity by this analogy.

We may refer to the oscillation of the vorticity from the mixing length hypothesis, although it has no physical reality, it can be employed to develop the turbulent viscosity in homogeneous isotropic turbulence.

Hence :

$$\text{rot } \mathbf{v}' = - (l, \text{grad}) \text{rot } \bar{\mathbf{v}} \quad (2)$$

where  $\mathbf{v}$  is the turbulent velocity,  $\bar{\mathbf{v}}$  is the mean value of velocity, and  $l$  the mixing length. If we accept this hypothesis as a rough approximation of the turbulent velocity, we get for the fluctuation of the magnetic field, by the analogy between vorticity and magnetic field, the formula :

$$\mathfrak{H}' = - (l, \text{grad}) \bar{\mathfrak{H}} \quad (3)$$

where  $\mathfrak{H}'$  is the fluctuation of the magnetic field and  $\bar{\mathfrak{H}}$  the mean value.

A more exact elaboration of this problem could be reached by introducing the spectral function [3]. The present paper should be considered as a preliminary one dealing with the effects observed in turbulent ionized gases. For a further elaboration we have to introduce the spectral function of the fluctuating magnetic field, and the correlations. In the following we shall start from the hydrodynamical equations and from the equations of the electro-magnetic field, and develop the equations for the magneto-hydrodynamics and for the disturbances of the magnetic field.

### *Fundamental equations*

Let us begin with the equation of hydrodynamics completed with Lorentz's law of force and with Maxwell's equations for the electromagnetic field :

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \text{grad } V - \frac{\rho_e}{\rho} \mathfrak{E} - \frac{\mu}{c\rho} [\mathbf{i}, \mathfrak{H}] - \frac{1}{\rho} \text{grad } p + \nu \Delta \mathbf{v} \quad (4)$$

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \text{div } \mathbf{v} = 0 \quad (5)$$

$$c \text{rot } \mathfrak{H} = \varepsilon \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} + \mathbf{i} \quad (6)$$

$$c \operatorname{rot} \mathfrak{E} = -\mu \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} \quad (7)$$

$$\varepsilon \operatorname{div} \mathfrak{E} = \varrho_e \quad (8)$$

$$\operatorname{div} \mathfrak{H} = 0 \quad (9)$$

where  $\mathbf{v}$  is the velocity,  $V$  the gravitational potential,  $p$  the pressure,  $\varrho$  the density,  $\mathbf{i}$  the intensity of the electric currents,  $\mathfrak{E}$  the electric and  $\mathfrak{H}$  the magnetic strength,  $\varepsilon$  the dielectric constant,  $\mu$  the magnetic permeability (assuming that  $\varepsilon$  and  $\mu$  have the same values at all points),  $\varrho_e$  the charge density. Let us complete the above equations by adding Ohm's law for a conductive medium moving in a magnetic field:

$$\mathbf{i} = \sigma \mathfrak{E} + \frac{\sigma}{c} [\mathbf{v}, \mathfrak{H}], \quad (10)$$

where  $\sigma$  is the specific conductivity.

### *Equations of magneto-hydrodynamics.*

*a) Laminar motions.* From the equations (4)–(10) we may deduce the equations of the conservation of all momenta which may be understood as a more general form of the hydrodynamical equation of motion.

If  $\varepsilon$  and  $\mu$  are constants we may write Lorentz's law of force with the aid of Maxwell's tensions in the form:

$$\begin{aligned} \varrho_e \mathfrak{E} + \frac{\mu}{c} [\mathbf{i}, \mathfrak{H}] = & -\operatorname{grad} \frac{1}{2} (\varepsilon \mathfrak{E}^2 + \mu \mathfrak{H}^2) + \\ & + \operatorname{Div} (\varepsilon \{\mathfrak{E}, \mathfrak{E}\} + \mu \{\mathfrak{H}, \mathfrak{H}\}) - \frac{\mu}{c} \frac{\partial [\mathfrak{E}, \mathfrak{H}]}{\partial t} \end{aligned} \quad (11)$$

where  $\operatorname{Div}$  means tensor divergence and  $\{\mathfrak{E}, \mathfrak{E}\}$ ,  $\{\mathfrak{H}, \mathfrak{H}\}$  denote the following tensors<sup>1</sup>:

$$\{\mathfrak{E}, \mathfrak{E}\}_{ik} = \mathfrak{E}_i \mathfrak{E}_k, \quad \{\mathfrak{H}, \mathfrak{H}\}_{ik} = \mathfrak{H}_i \mathfrak{H}_k.$$

Let us insert (11) in (4):

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left( \varrho \mathbf{v} + \frac{\varepsilon \mu}{c} [\mathfrak{E}, \mathfrak{H}] \right) + \operatorname{Div} (\{\varrho \mathbf{v}, \mathbf{v}\} - \varepsilon \{\mathfrak{E}, \mathfrak{E}\} - \mu \{\mathfrak{H}, \mathfrak{H}\}) = \\ = \varrho \operatorname{grad} V - \operatorname{grad} \left( p + \frac{1}{2} (\varepsilon \mathfrak{E}^2 + \mu \mathfrak{H}^2) \right) + \nu \varrho \Delta \mathbf{v} \end{aligned}$$

where

$$\{\varrho \mathbf{v}, \mathbf{v}\}_{ik} = \varrho v_i v_k.$$

<sup>1</sup> More generally the tensorial product of  $\mathfrak{A}$  and  $\mathfrak{B}$  may be written;

$$\mathfrak{T} = \{\mathfrak{A}, \mathfrak{B}\} \quad \text{or} \quad T_{ik} = \mathfrak{A}_i \mathfrak{B}_k.$$

The so-called Poynting vector on the left-hand side  $\frac{1}{c} [\mathfrak{E}, \mathfrak{H}]$  gives the momentum of the electromagnetic field, which, compared with the mechanical momentum, may generally be neglected (if the magnetic and electric fields are not too strong). In the second member of the right-hand side  $\varepsilon \mathfrak{E}^2 + \mu \mathfrak{H}^2$  is the energy of the electromagnetic field which, being a correction of pressure, becomes more important in so far as the electromagnetic field fluctuates.

From Maxwell's equations and Ohm's law a very important equation concerning the magnetic field can be derived. Let us insert (10) into (6) and take the rotation (curl) of both sides :

$$-c \Delta \mathfrak{H} = \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} (\text{rot } \mathfrak{E}) + \sigma \text{rot } \mathfrak{E} + \frac{\sigma \mu}{c} \text{rot} [\mathfrak{v}, \mathfrak{H}].$$

Making use of (7) :

$$c \Delta \mathfrak{H} = + \frac{\varepsilon \mu}{c} \frac{\partial^2 \mathfrak{H}}{\partial t^2} + \frac{\sigma \mu}{c} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} - \frac{\sigma \mu}{c} \text{rot} [\mathfrak{v}, \mathfrak{H}].$$

If the magnetic field has no high frequency oscillations,  $\partial^2 \mathfrak{H} / \partial t^2$  may be neglected and we obtain :

$$\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} - \text{rot} [\mathfrak{v}, \mathfrak{H}] = \frac{c^2}{\sigma \mu} \Delta \mathfrak{H} \quad (12)$$

or

$$\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} + \text{Div} \{ \mathfrak{H}, \mathfrak{v} \} - \text{Div} \{ \mathfrak{v}, \mathfrak{H} \} = \kappa \Delta \mathfrak{H} \quad (12a)$$

where  $\kappa = c^2 / \sigma \mu$ .

*Batchelor* has shown that this equation is analogous to the equation governing the vorticity [4].

We may neglect the terms containing the electric field-vector in equation (10) and so we obtain as the *two fundamental equations of the magneto-hydrodynamics* :

$$\frac{\partial \varrho \mathfrak{v}}{\partial t} + \text{Div} \{ \varrho \mathfrak{v}, \mathfrak{v} \} - \text{Div} \{ \mu \mathfrak{H}, \mathfrak{H} \} = \varrho \text{grad } V - \text{grad } P + \nu \varrho \Delta \mathfrak{v} \quad (13)$$

$$\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} + \text{Div} \{ \mathfrak{H}, \mathfrak{v} \} - \text{Div} \{ \mathfrak{v}, \mathfrak{H} \} = \kappa \Delta \mathfrak{H} \quad (14)$$

where

$$P = p + \frac{1}{2} (\varepsilon \mathfrak{E}^2 + \mu \mathfrak{H}^2).$$



We may write both equations in a more symmetrical form, by introducing new functions. Let us multiply (13) by  $1/\varrho$  and (14) by  $(\mu/\varrho)^{1/2}$  and add them together

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left( v + \left( \frac{\mu}{\varrho} \right)^{1/2} \mathfrak{S} \right) + \\ & + \text{Div} \left( \{v, v\} - \frac{\mu}{\varrho} \{ \mathfrak{S}, \mathfrak{S} \} + \left( \frac{\mu}{\varrho} \right)^{1/2} \{ \mathfrak{S}, v \} - \left( \frac{\mu}{\varrho} \right)^{1/2} \{ v, \mathfrak{S} \} \right) = \\ & = \text{grad } V - \frac{1}{\varrho} \text{grad } P + \Delta \left( v v + \kappa \left( \frac{\mu}{\varrho} \right)^{1/2} \mathfrak{S} \right). \end{aligned}$$

If  $\varrho$  is constant we have :

$$\frac{\partial \mathfrak{T}}{\partial t} + \text{Div} \{ \mathfrak{T}, \mathfrak{T}^* \} = \text{grad } V - \frac{1}{\varrho} \text{grad } P + \Delta \left( v v + \kappa \left( \frac{\mu}{\varrho} \right)^{1/2} \mathfrak{S} \right) \quad (15)$$

where

$$\mathfrak{T} = v + \left( \frac{\mu}{\varrho} \right)^{1/2} \mathfrak{S} \quad (16)$$

$$\mathfrak{T}^* = v - \left( \frac{\mu}{\varrho} \right)^{1/2} \mathfrak{S}. \quad (17)$$

We obtain a similar equation by subtracting (14) from (13), only  $\mathfrak{T}$  and  $\mathfrak{T}^*$  must be interchanged :

$$\frac{\partial \mathfrak{T}^*}{\partial t} + \text{Div} \{ \mathfrak{T}^*, \mathfrak{T} \} = \text{grad } V - \frac{1}{\varrho} \text{grad } P + \Delta \left( v v - \kappa \left( \frac{\mu}{\varrho} \right)^{1/2} \mathfrak{S} \right). \quad (18)$$

We may also derive this equation from (17) by interchanging  $\mathfrak{T}$  and  $\mathfrak{T}^*$ .

According to *Batchelor* in the case of indifferent equilibrium of the hydrodynamical and electrodynamical procedures  $\nu$  is equal to  $\kappa$ , and then we may write for (17) and (18) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathfrak{T}}{\partial t} + \text{Div} \{ \mathfrak{T}, \mathfrak{T}^* \} &= \text{grad } V - \frac{1}{\varrho} \text{grad } P + \nu \Delta \mathfrak{T} \\ \frac{\partial \mathfrak{T}^*}{\partial t} + \text{Div} \{ \mathfrak{T}^*, \mathfrak{T} \} &= \text{grad } V - \text{grad } P + \nu \Delta \mathfrak{T}^*. \end{aligned} \quad (19)$$

The solutions of these equations seem to be easier than those of (13) and (14). But the solutions of (19) according to the equation of hydrodynamical continuity (9) have to fulfill certain conditions which may be written in the following form :

$$\begin{aligned} \text{div } \mathfrak{T} &= 0 \\ \text{div } \mathfrak{T}^* &= 0. \end{aligned} \quad (20)$$

*b) Turbulent motion.* Based on the hypothesis mentioned in the introduction we may easily pass from the equations of the laminar motion, over

to those of the turbulent state. Let us assume that besides the oscillation of velocity, of pressure, etc. the turbulence would be characterized by the fluctuation of the magnetic field. However, in the absence of an external magnetic field the mean value does not necessarily differ from zero. But if the disturbing fields are slightly adjusted (having approximately the same directions) the mean value will not equal zero. In the following we assume that the mean value of the fluctuating field is not zero.

Let us take  $\bar{v}$  and  $\bar{\mathfrak{H}}$  for the mean values of the velocity and of the magnetic field-vector, their turbulent perturbations should be denoted by  $v'$  and  $\mathfrak{H}'$  we may write:

$$v = \bar{v} + v' \quad \mathfrak{H} = \bar{\mathfrak{H}} + \mathfrak{H}'.$$

Inserting these expressions into (12)

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} + \frac{\partial \mathfrak{H}'}{\partial t} - \text{rot} [\bar{v}, \bar{\mathfrak{H}}] - \text{rot} [\bar{v}, \mathfrak{H}'] - \text{rot} [v', \bar{\mathfrak{H}}] - \text{rot} [v', \mathfrak{H}'] = \\ = \kappa \Delta \bar{\mathfrak{H}} + \kappa \Delta \mathfrak{H}'. \end{aligned}$$

We take mean values (supposing that  $\bar{v}' = 0$  and  $\bar{\mathfrak{H}}' = 0$ ):

$$\frac{\partial \bar{\mathfrak{H}}'}{\partial t} - \text{rot} [\bar{v}, \bar{\mathfrak{H}}] = \kappa \Delta \bar{\mathfrak{H}} + \text{rot} [\bar{v}', \bar{\mathfrak{H}}']. \quad (21)$$

Inserting (3) into the last member of the right-hand side:

$$[v', \mathfrak{H}'] = -[v', (1, \text{grad}) \bar{\mathfrak{H}}] = A_{ik} \frac{\partial \mathfrak{H}_i}{\partial x_k} - A_{ik} \frac{\partial \mathfrak{H}_l}{\partial x_k}$$

where  $A_{ik}$  denotes the following tensor:

$$A_{ik} = \overline{v_i l_k} \quad (22)$$

which formally corresponds to the exchange-tensor of the turbulent motion. Assuming again that, in the case of isotropic turbulence only the diagonal terms of  $A_{ik}$  are not equal to zero, that is

$$A_{ik} = \begin{cases} A, & i = k \\ 0, & i \neq k \end{cases} \quad A = \overline{|v'| |l|}$$

then the equation becomes essentially simplified:

$$[v', \mathfrak{H}'] = -A \text{rot } \bar{\mathfrak{H}}.$$

Inserting it into (21) if  $A$  is constant:

$$\frac{\partial \bar{\mathfrak{H}}}{\partial t} - \text{rot} [\bar{v}, \bar{\mathfrak{H}}] = (\kappa + A) \Delta \bar{\mathfrak{H}}.$$

The role of  $\Lambda$  is, therefore, analogous to that of  $\nu$ . Its expression resembles that of the turbulent viscosity coefficient. If we assume that  $\Lambda$  is identical with the mixing length, then  $\Lambda$  will be identical with the coefficient of the turbulent viscosity. In this case besides  $\Lambda$  we may also neglect  $\nu$  which is of the same order of magnitude as the molecular viscosity. The equation (22) would correspond to the condition of equilibrium in (1). The mean distance of velocity-disturbances (eddies) would correspond to that of the disturbances of the magnetic field (dipoles); this may be understood as the coincidence of the eddies and of the disturbing magnetic field. As mentioned in the introduction the development of such a system could only be explained if the temperature in the centre of an eddy were lower than that of its neighbourhood.

### *The turbulent conductivity and magnetic permeability*

As I have mentioned, the mean value of the magnetic-disturbances will differ from zero, if they tend to arrange themselves. We may accept criterion (1) for the increase of this field. In this so called macroscopic field the macroscopic motion of the medium would correspond to the molecular phenomena. The turbulent viscosity corresponds to the molecular viscosity, the damping of the magnetic energy due to the turbulence corresponds to the Joule heat loss. We have expressed the diffusion of the magnetic field due to the molecular phenomena by means of the specific conductivity and the magnetic permeability. The question arises here as to whether the macroscopic damping in turbulence could not be solved by introducing similar quantities. Such supposed quantities would be the turbulent conductivity and the turbulent magnetic permeability.

After this we may write  $\Lambda$  in the following form:

$$\Lambda = \frac{c^2}{MS} \quad (23)$$

where  $M$  is the turbulent magnetic permeability and  $S$  the turbulent conductivity. If the former theory is correct, then  $\Lambda$  will be equal to the turbulent viscosity coefficient. The value of which, as is well known, may also be about  $10^6$  times higher than the corresponding molecular quantity. Consequently the product  $MS$  has to differ from  $\mu\sigma$  by the same order. Based upon certain electromagnetic peculiarities of the turbulent elements I have referred earlier to such a change. (Supposing the turbulent elements to possess charges as well as magnetic moments, further charge transports can be possible only by means of macroscopic motion of the turbulent elements. The electrons only diffuse towards the turbulent elements and their motions towards the external field may be neglected. But I did not succeed in an exact elaboration.

In the meantime appeared *Sweet's* paper[5] dealing with a similar problem. It was shown by him that conductivity is diminished by several orders of magni-

tude due to the rapid fluctuation of the turbulent motion and magnetic field. According to his approximation the specific conductivity in the convective layer of the Sun is diminished by at least  $10^6$  as a result of turbulence. Therefore, if conductivity was originally  $10^{12}$  it would diminish to  $10^6$  in turbulence.

This value, although only a rough estimate, suited my investigations. If we take the electric charges of the sunspots equal to 10 coulombs, as necessary to build up their magnetic fields, we obtain a change of the same order of magnitude in accordance with the former inexact theory.

If conductivity based on (23) is known we may calculate the changed value of the magnetic permeability as well. According to (23):

$$MS = \frac{c^2}{A/\varrho} = 10^8$$

( $A/\varrho$  being the turbulent viscosity coefficient) from which taking for the value of the conductivity  $10^6$  we get:

$$M = 1 + 10^2 \sim 10^2.$$

This result, though it still needs proving, appears to be remarkable from two points of view. Permeability being higher than the unit, it is independent of the motion of the medium (ions). Namely if the magnetic field is built up by the motion of the ions simultaneously with the magnetic momenta then momenta of momentum would occur, lending to the field thereby a diamagnetic peculiarity [6]. On the other hand, only ferromagnetic media possess such a high permeability as is well known, where in the case of specially arranged elementary magnetic dipoles, a permanent external field built up. Such an arrangement is not at all trivial in turbulence, but the mean value of the disturbing field would differ from zero only then when the fields within a suitable large volume element do not destroy each other. In the following we have assumed the presence of such a special arrangement, but the correctness of this assumption has not been proved. Perhaps we may hope to prove it by means of a more exact elaboration of the turbulence theory. For the moment the correctness of this hypothesis could most probably be examined by means of experiments. Unfortunately it would be very difficult to compile such an experiment because the turbulence of gases of very high temperature must be examined. These highly ionized gases show an excessive tendency to chemical reaction in consequence of their high temperature (some thousand degrees) and could therefore attack the substance of the equipment producing the stream.

Thus in the following we have to accept the arrangement of the magnetic disturbances as the most important hypothesis of the present theory.

Accepting this hypothesis it would be conceivable at once that the magnetic field of the stars results from high ionization and turbulence. In any case this inference is not inconsistent with the observations as the strongest magnetic

fields have been measured in stars of types B and A which showed also the highest Doppler shift resulting from the turbulence. The magnetic field of the Sun and its turbulent state compared to those of the above stars is small in accordance with the hypothesis. The magnetic field of the Earth may also be similar. We may infer the turbulence from the very high viscosity of the interior of the Earth[7].

Based on this hypothesis, we may also draw conclusions directly, as to the above high value of magnetic permeability. The energy of an external field, as is well known, will be changed by the permeability of the medium, if we take  $\mathfrak{H}^2$  for the energy per unit volume in vacuo, then in a medium with permeability  $\mu$  it will change to  $\mu \mathfrak{H}^2$ . Therefore the energy of the field will increase, if the permeability is higher than the unit, and it will decrease if lower. Similarly permeability may also be understood in the turbulence. If the energy of the magnetic field increases after turbulence has come into operation, the medium will show paramagnetic peculiarities, and diamagnetic ones if the energy decreases.

Let us assume that the permeability of a gas in absence of turbulence is equal to the unit. The strength of the field in turbulence would be constantly fluctuating in consequence of the magnetic disturbances. Therefore we may write :

$$\mathfrak{H} = \mathfrak{H}_0 + \mathfrak{H}'$$

where  $\mathfrak{H}_0$  is the mean value composed of the external field and the mean strength of disturbances. The energy of the field will be :

$$\mathfrak{H}^2 = \mathfrak{H}_0^2 + 2 \mathfrak{H}_0 \mathfrak{H}' + \mathfrak{H}'^2.$$

Let us assume that  $\mathfrak{H}' = 0$ . If we consider  $\mathfrak{H}$  as a vector of magnetic induction we may write :

$$\mathfrak{H} = M \mathfrak{H}_0$$

from which :

$$M = 1 + \left( \frac{\mathfrak{H}'}{\mathfrak{H}_0} \right)^2.$$

The mean value of the disturbances being essentially lower than the external field,  $\mathfrak{H}^2$  contains only the energy of the external field. It follows from the above formula that  $M$  will always be larger than the unit, proving that the turbulent state becomes paramagnetic.

Considering the phenomena of the solar surface it seems to be probable that sunspots produce the magnetic field of the Sun for an external field so :

$$\mathfrak{H}'/\mathfrak{H}_0 \sim 10$$

from which

$$M = 1 + 10^2 \sim 10^2$$

which agrees with the foregoing calculations referring to order of magnitude.

*Magneto-hydrodynamic equations in turbulence*

We have examined above the quantitative changes of the conductivity and permeability in turbulence. Let us develop in the following, and change the fundamental equation (19) by using the hypothesis (2) and (3). In order to amplify the calculations we take instead (2) the formula

$$\mathbf{v}' = -(\mathbf{l}, \text{grad}) \bar{\mathbf{v}}, \quad (25)$$

which in case of isotropic homogeneous turbulence would also be correct.

The equations concerning the mean values will be :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathfrak{T}}{\partial t} - \text{Div} \{ \mathfrak{T}, \mathfrak{T}^* \} &= \text{grad } V - \frac{1}{\varrho} \text{grad } P - \text{Div} \{ \mathfrak{T}, \mathfrak{T}^{*'} \} \\ \frac{\partial \mathfrak{T}^*}{\partial t} + \text{Div} \{ \mathfrak{T}^*, \mathfrak{T} \} &= \text{grad } V - \frac{1}{\varrho} \text{grad } P - \text{Div} \{ \mathfrak{T}^*, \mathfrak{T} \} \end{aligned} \quad (26)$$

(taking the molecular viscosity zero and conductivity infinite). Making use of the equation (3) and (25) standing for  $\mathfrak{T}$  and  $\mathfrak{T}^*$ :

$$\begin{aligned} \mathfrak{T} &= -(\mathbf{l}, \text{grad}) \bar{\mathfrak{T}} \\ \mathfrak{T}^* &= -(\mathbf{l}, \text{grad}) \bar{\mathfrak{T}}^*. \end{aligned}$$

Utilising these formulae  $\{ \mathfrak{T}', \mathfrak{T}^{*'} \}$  may be transformed as follows<sup>1</sup>:

$$\{ \mathfrak{T}', \mathfrak{T}^{*'} \} = -\{ (\mathbf{l}, \text{grad}) \bar{\mathfrak{T}}, \mathfrak{T}^{*'} \} = -\{ \text{grad}, \bar{\mathfrak{T}} \} \cdot \{ \mathfrak{T}^{*'}, \mathbf{l} \}.$$

Or denoting it in a tensorial form

$$\{ \mathfrak{T}^{*'}, \mathbf{l} \}_{ik} = \mathfrak{T}_i l_k \quad \text{and} \quad \{ \text{grad}, \bar{\mathfrak{T}} \}_{ik} = \frac{\partial \bar{\mathfrak{T}}_k}{\partial x_i}$$

so

$$\text{Div} \{ \mathfrak{T}', \mathfrak{T}^{*'} \} = \frac{\partial \{ \mathfrak{T}', \mathfrak{T}^{*'} \}_{ik}}{\partial x_k} = - \frac{\partial \mathfrak{T}^{*'} l_j}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial \bar{\mathfrak{T}}_i}{\partial x_j} - \mathfrak{T}_k^{*'} l_j \frac{\partial^2 \bar{\mathfrak{T}}_i}{\partial x_j \partial x_k}.$$

Inserting it into (26) we obtain the equation for magneto-hydrodynamics in turbulent motion :

$$\frac{\partial \mathfrak{T}}{\partial t} + \text{Div} \{ \mathfrak{T}, \mathfrak{T}^* \} = \text{grad } V - \frac{1}{\varrho} \text{grad } P + A^* \Delta \mathfrak{T}. \quad (28)$$

In the case of homogenous isotropic turbulence only the diagonal elements of the tensor  $\{ \mathfrak{T}^{*'}, \mathbf{l} \}$  are not zero and these will also be constant, that is

$$\mathfrak{T}_i^{*'} l_k = \begin{cases} A^* & i = k \\ 0 & i \neq k \end{cases}$$

and so

$$\text{Div} \{ \mathfrak{T}', \mathfrak{T}^{*'} \} = -A^* \Delta \mathfrak{T}. \quad (27)$$

<sup>1</sup> The dot here signifies the tensorial (transformation) product of two tensors.

$$\frac{\partial \mathfrak{I}^*}{\partial t} + \text{Div} \{ \mathfrak{I}^*, \mathfrak{I} \} = \text{grad } V - \frac{1}{\rho} \text{grad } P + A \Delta \mathfrak{I}^* \quad (29)$$

where

$$A = |\overline{\mathfrak{I}'}| |\overline{\mathfrak{I}}| = |\overline{\mathfrak{v}'}| |\overline{\mathfrak{I}}| + \left( \frac{\mu}{\rho} \right)^{1/2} |\overline{\mathfrak{S}'}| |\overline{\mathfrak{I}}|$$

$$A^* = |\overline{\mathfrak{I}^{*'}}| |\overline{\mathfrak{I}}| = |\overline{\mathfrak{v}'}| |\overline{\mathfrak{I}}| - \left( \frac{\mu}{\rho} \right)^{1/2} |\overline{\mathfrak{S}'}| |\overline{\mathfrak{I}}|.$$

The equations under (20) remain unaltered.

The solution of equations (28) and (29) for a rotating star seem to be very difficult. We have to calculate the gravitational potential from Poisson's equation and the pressure from the equation of state. Hereafter there are still six unknowns, the components of  $\mathfrak{I}$  and  $\mathfrak{I}^*$ . We may eliminate three of them by transforming the system into a system of fourth order. One of the systems of the unknowns is contained linearly in (28) the other in (29). We may calculate them simply algebraically and inserting the results into the other system of equations, we obtain a system of differential equations of the fourth order.

#### REFERENCES

1. A. Unsöld, O. Struve, *Astrophysical Journal*, **110**, 455, 1949.
2. H. W. Babcock, *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, **59**, 112, 1947
3. A. N. Kolmogoroff, *C. R. Acad. Sci. U. R. S. S.* **30**, 301 and **32**, 16.
4. G. K. Batchelor, *Proc. Roy. Soc. London, A*, **201**, 405, 1950.
5. P. A. Sweet, *Monthly Notices of Roy. Astr. Soc.*, **110**, 69, 1950.
6. G. Joos, *Lehrbuch der theoretischen Physik*, Leipzig 1932. p. 388.
7. S. K. Runcorn, *Nature*, **166**, 974, 1950.

#### МАГНИТНЫЙ ЭФФЕКТ ТУРБУЛЕНТНОГО СОСТОЯНИЯ В ИОНИЗИРОВАННЫХ ГАЗАХ

И. К. Чада

Резюме

В газах с хорошей электропроводностью (ионизированных) вследствие турбулентного состояния возникают мгновенные локальные магнитные поля. Эти поля вызываются диффузией электронов, возникающей вследствие колебания температуры. Из критерия стабильности Бечелора можно определить, что легкоионизирующиеся газы при температуре около  $10.000^\circ \text{C}$  являются нестабильными по отношению к магнитным помехам. На основе аналогии интенсивности турбулентности и напряженности магнитного поля с помощью теории вихревого транспорта можем оценить те эффекты, которые возникают в газе, обладающем хорошими проводящими свойствами. Можем сделать вывод, что удельная проводимость газа должна падать с некоторыми порядками в то время когда магнитная проницаемость должна возрастать. Теория дает необходимое условие того, что магнитное поле звезд происходит от ионизации и от турбулентного состояния.

Уравнения электромагнитной гидродинамики с введением новых функций могут быть записаны в симметричной форме, что является аналогичным уравнениям движения классической гидродинамики. Уравнения остаются аналогичными в случае гомогенной изотопной турбулентности.



MITTEILUNGEN  
DER  
STERNWARTE  
DER UNGARISCHEN AKADEMIE  
DER WISSENSCHAFTEN

ИЗВЕСТИЯ  
АСТРОНОМИЧЕСКОЙ  
ОБСЕРВАТОРИИ  
АКАДЕМИИ НАУК  
ВЕНГРИИ

BUDAPEST—SZÁBADSÁGHEGY

Nr. 27.

JULIA BALÁZS UND L. DETRE

UNTERSUCHUNGEN ÜBER DIE PERIODEN- UND  
LICHTKURVENÄNDERUNGEN VON KURZPERIODISCHEN  
 $\delta$  CEPHEI-STERNEN. VII.  
DIE PERIODEN VON RW DRACONIS

BUDAPEST, 1952



VIZSGÁLATOK RÖVIDPERIÓDUSÚ  $\delta$  CEPHEI-CSILLAGOK PERIÓDUS-  
ÉS FÉNYGÖRBEVÁLTOZÁSAIRÓL. VII.  
RW DRACONIS PERIÓDUSAI.

(Összefoglalás)

A Magyar Tudományos Akadémia Csillagvizsgáló Intézetének 16 cm-es asztrográfján az 1936—1952. években RW Draconis-ról 7210 felvétel készült a csillag fény-maximumainak fényességében és időpontjában mutatkozó periódikus változások (ú. n. Blasko-effektus) tanulmányozására. Amíg eddig az összes ilyenirányú vizsgálatok csupán a Blasko-effektus előfordulását és annak periódusát állapították meg, új anyagunk alapján sikerült kimutatnunk, hogy maga a Blasko-effektus periódusa és amplitúdója is változik. Az amplitudó változását 3—8. ábráink mutatják. Ezek a változások eredményeink szerint szintén periódusosak. Jól kimutatható a 41 napos Blasko-effektus változásában egy 7,4 éves periódus. Miután Blasko-nak régebbi megfigyeléseit is feldolgoztuk, egy második kb. 41 éves periódust is kaptunk, de ez a periódus is egy még sokkal hosszabb periódusra szuperponálódik (l. 9. ábrát). A Blasko-effektus periódusának hossza szinkrón változik a Blasko-effektus amplitudójával. A periódusnak szélső értékei az amplitudó közepes értékeivel esnek össze.

A 41 napos Blasko-effektus mellett sikerült kimutatnunk még egy, kb. 120 napos igen kis amplitudójú Blasko-effektust. A  $\alpha_{44}^0$  főperiódus is változik, szintén több periódussal és valószínűleg szekulárisan is. A fénygörbeváltozások vizsgálatáról és azok interpretálásáról egy későbbi munkában számolunk be.

# UNTERSUCHUNGEN ÜBER DIE PERIODEN- UND LICHTKURVEN- ÄNDERUNGEN VON KURZPERIODISCHEN $\delta$ CEPHEI-STERNNEN VII. DIE PERIODEN VON RW DRACONIS

Zur Untersuchung des Blažko-Effektes (periodische Änderungen des Zeitpunktes und der Helligkeit des Maximums der Lichtkurve) von RW Draconis wurden in den Jahren 1936—1952 am 16 cm-Astrographen der Budapester Sternwarte 7210 Aufnahmen erhalten. Der Verlauf des 41tägigen Blažko-Effektes wurde für jedes Beobachtungsjahr getrennt bestimmt (Abb. 3—8.). Dabei ergab sich eine starke Veränderlichkeit der Amplitude des Blažko-Effektes. Auch die Periode des Blažko-Effektes ändert sich synchron mit der Amplitude. Diese Änderungen sind ebenfalls periodisch (Abb. 9.). Nach Berücksichtigung der Beobachtungen von *Blažko* aus den Jahren 1906—1922 konnten für diese Änderungen die Perioden 7,4 und 41 Jahre abgeleitet werden. Auch das Vorhandensein eines noch längeren Zyklus ist angedeutet. Wenn die Amplitude des Blažko-Effektes gross ist, tritt neben der 41tägigen Periode, ähnlich RR Lyr und RW Cnc, eine ungefähr dreimal längere Periode auf. Auch die Hauptperiode von  $\alpha_{44}$  ist starken Änderungen unterworfen (Abb. 13.). Die Analyse der Lichtkurvenänderungen wird vom zweiten Verfasser in einer späteren Arbeit veröffentlicht.

Die photographischen Beobachtungen des RR Lyrae-Veränderlichen RW Draconis haben wir im Jahre 1936 begonnen. In 1937 gelang es ein reichhaltiges Material über die zuerst von *Blažko* gefundenen [2]\* merkwürdigen periodischen Änderungen des Zeitpunktes und der Helligkeit der Maxima (Blažko-Effekt) zu erhalten. Unsere diesbezüglichen Resultate wurden in der ersten Arbeit dieser Serie veröffentlicht [20].

Merkwürdigerweise bekamen wir für die Amplitude des Blažko-Effektes im Vergleich zu den Resultaten von *Blažko* einen nahe dreimal grösseren Wert. Für die Schwankung der Helligkeit des Maximums war natürlich bei unseren photographischen Aufnahmen von vornherein eine grössere Amplitude zu erwarten, als bei den visuellen Beobachtungen von *Blažko*. Die Verschiedenheit in der Amplitude der Schwankung des Zeitpunktes der maximalen Helligkeit würde aber so viel bedeuten, dass die maximale Helligkeit in meisten Phasen der 41 tägigen Blažkoschen sekundären Periode in visuellem bzw. photographischem Licht zu verschiedenen Zeiten eintritt, eine Erscheinung, die bei RR Lyrae-Veränderlichen nicht vorzukommen pflegt. Wir waren geneigt, die Verschiedenheit der Amplituden der Unsicherheit visueller Schätzungen zuzuschreiben. Indessen lehrte uns die Bearbeitung anderer RR Lyrae-Sterne (AR Her, XZ Cyg, RW Cnc) die hohe Genauigkeit der Blažkoschen Beobachtungen. So lag die Vermutung nahe, dass der Blažko-Effekt von RW Draconis sich mit der Zeit ändert. Um die Gesetzmässigkeiten dieser Änderungen zu untersuchen, haben wir den Stern weiter beobachtet.

*Die Beobachtungen.* Bis zum Juni 1952 wurden auf 314 Platten der Sorte Eastman 40 insgesamt 7210 Aufnahmen gemacht, die sich auf die

\* Siehe das Literaturverzeichnis am Schluss dieser Arbeit.

verschiedenen Beobachter folgendermassen verteilen: *Balázs* 2015, *Detre* 1147, *Elter* 352, *Guman* 150, *Horváth* 404, *Kolbenheyer* 1024, *Mersits* 2118. Nahe die Hälfte der Aufnahmen wurde in den Jahren 1941 und 1944 erhalten, wo die Beobachtungen nicht nur auf den aufsteigenden Ast und auf das Maximum beschränkt, sondern auf jede Phase der Hauptperiode ausgedehnt wurden. Leider gingen davon 35 Platten mit 892 Aufnahmen während der Kampfhandlungen im Winter 1944/45 verloren. 115 weitere Aufnahmen waren unbrauchbar. Die übriggebliebenen 6203 Aufnahmen wurden in 1951 und 1952 am Rosenbergschen Elektromikrophotometer ausgemessen. Die benutzten Vergleichsterne, deren Helligkeiten aus 3 Polübertragungen bestimmt wurden, sind in Tabelle 1. angeführt.

Tabelle 1. Die Vergleichsterne

Stern	BD	Kartenort		Gr.
		$\alpha$	$\delta$	
a	—	$16^h 32^m 14^s$	$+ 58^\circ 8'$	12 <sup>m</sup> 78
b	—	32 30	$+ 57 55$	12.60
e	—	33 16	$+ 58 3$	11.90
f	—	32 41	$+ 58 8$	11.65
ST	$+57^\circ 1691$	32 59	$+ 57 54$	11.20
i	$+57^\circ 1694$	35 10	$+ 57 56$	10.48

Diese Sterne bilden einen Auswahl aus Tab. 5. in unserer früheren Arbeit [20], mit Ausnahme von ST Draconis, der sich als unveränderlich erwies (Budapest Mitt. Nr. 30.) und so als Vergleichstern benutzt werden konnte.

Da bei der Bearbeitung unserer Aufnahmen aus den Jahren 1936—7 für verschiedene Platten nicht immer dieselben Vergleichsterne benutzt wurden, sind diese Aufnahmen grösstenteils erneut mit den in Tab. 1 angegebenen Vergleichsternen ausgemessen worden, um ein vollständig homogenes Material zu erhalten. Somit enthält Tabelle 18. alle unseren Beobachtungen von J. D. 2428426 an. Die Unterschiede gegen Tabelle 12 in [20] sind meistens sehr gering, doch bestehen kleine systematische Abweichungen zwischen den neuen und alten Grössenangaben, wie aus Tabelle 2. zu ersehen ist. Die Werte von  $\Delta m$  geben hierin die Korrekturen an, die zu den alten Angaben hinzuaddiert werden müssen, um die neuen Helligkeitswerte zu bekommen. Bei manche Platten war der systematische Unterschied zwischen den neuen und alten Helligkeitsangaben etwas grösser als in Tab. 2, jedoch bleiben alle unseren in [20] abgeleiteten Beobachtungsergebnisse im wesentlichen davon unbeeinflusst.

Tabelle 2. Korrekturen zur Tab. 12. in [20].

Gr.	$\Delta m$	$n$	Gr.	$\Delta m$	$n$
10.41—10.50	— .028	10	11.51—11.60	— .005	41
10.51—10.60	+ .003	46	11.61—11.70	— .014	30
10.61—10.70	— .013	46	11.71—11.80	— .002	47
10.71—10.80	+ .004	56	11.81—11.90	+ .001	27
10.81—10.90	— .008	44	11.91—12.00	— .018	41
10.91—11.00	.000	48	12.01—12.10	— .001	41
11.01—11.10	+ .012	65	12.11—12.20	— .027	28
11.11—11.20	+ .018	97	12.21—12.30	— .016	42
11.21—11.30	+ .018	60	12.31—12.40	— .020	17
11.31—11.40	+ .002	41	12.41—12.60	— .058	8
11.41—11.50	+ .004	25			

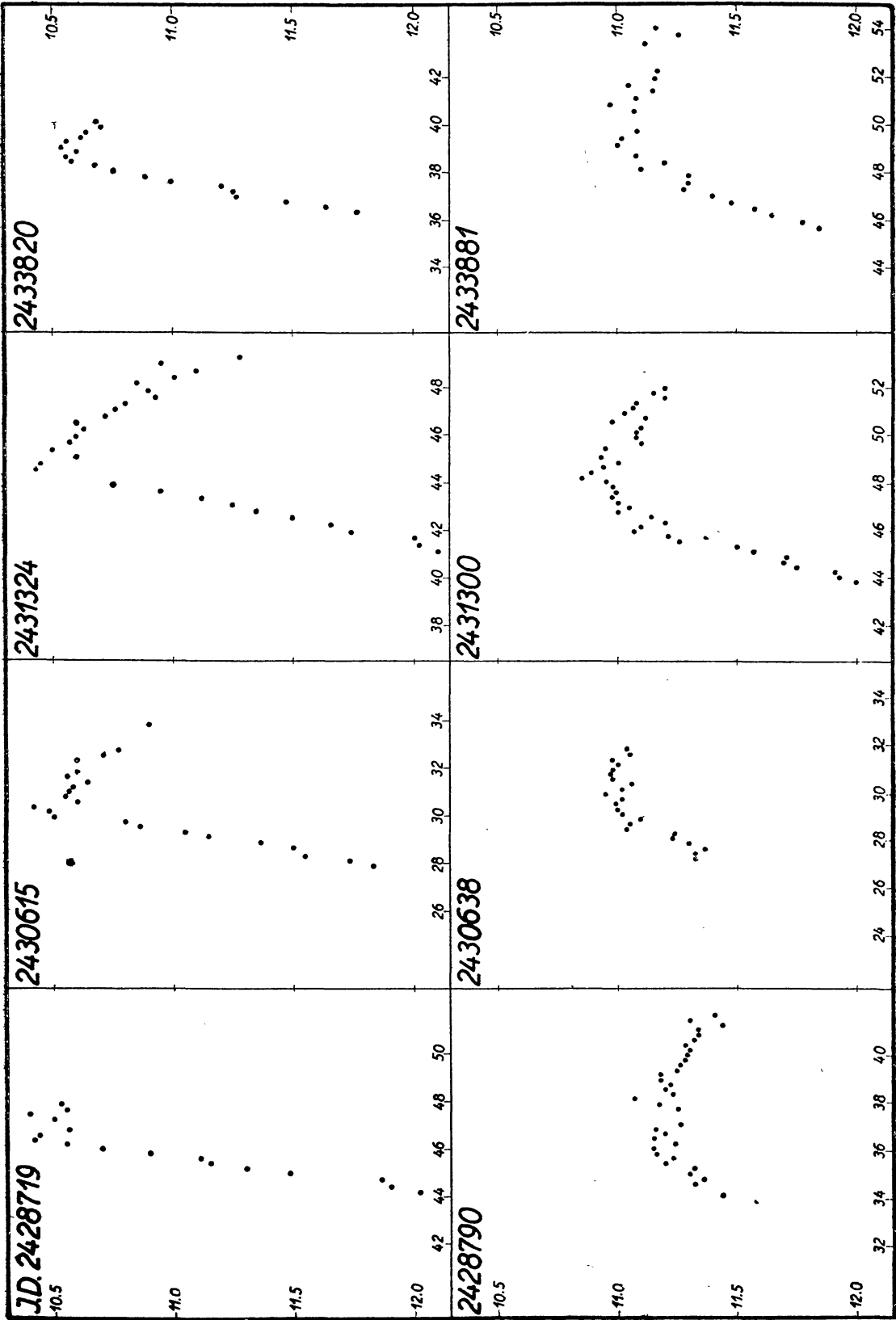


Abb. 1. Extreme Maxima in verschiedenen Jahren.

*Die 41tägige Periode und ihre Änderungen.* Zur Untersuchung der Periodizitäten im Lichtwechsel von RW Draconis haben wir die Helligkeiten und Zeitpunkte der Maxima und die Zeitpunkte benutzt, zu welchen der Stern während seines raschen Helligkeitsanstiegs die Grösse 11.50 erreichte, die ungefähr der mittleren Helligkeit entspricht. In Tab. 3. sind diese Daten unter  $m^{max}$ ,  $t^{max}$ , bzw.  $t$  zusammengestellt. Die Tabelle enthält noch die Epochenzahl  $E$  und in der dritten und sechsten Kolonne die Abweichungen der beobachteten Zeitpunkte von der Formel:

$$t = \text{J.D. } 2426610.2420 + 0^d442895. E \quad (1)$$

Insgesamt erhielten wir das Maximum oder den aufsteigenden Ast an 91 Abenden.

Eine flüchtige Betrachtung der  $m^{max}$  - Werte zeigt schon, dass die Schwankung der Maximalhelligkeit nach 1937 niemals die grosse Amplitude vom Jahre 1937 erreichte. In Abb. 1. sind die hellsten und schwächsten Maxima von verschiedenen Jahren dargestellt. Während in 1937 die Helligkeit des Maximums in der 41 tägigen Blažkoschen Periode zwischen 10<sup>m</sup>.45 und 11<sup>m</sup>.23 schwankte, war die Helligkeit der tiefsten Maxima später wesentlich grösser. Somit ist bewiesen, dass die Amplitude der periodischen Helligkeitsänderungen der Maxima bei RW Draconis veränderlich ist.

Ebenso ändert sich die Amplitude der Schwankung der Zeitpunkte  $t^{max}$  bzw.  $t$ . Dass selbst die Periode  $p$  dieser Schwankungen sich mit der Zeit ändert, hat schon Blažko bemerkt [16]. Nach ihm hat  $p$  im Zeitintervall 1906—1931 ständig, aber nicht linear mit der Zeit zugenommen. Im Jahre 1906 war  $p = 93.6 P$  und im Jahre 1922  $p = 94.8 P$ , wo  $P = 0^d4429$  die Hauptperiode des Lichtwechsels bezeichnet. In [20] haben wir zwar nach der dortigen Formel (11) den konstanten Wert  $p = 94.02 P$  abgeleitet, jedoch war die Darstellung der Beobachtungen durch diese Formel nicht besonders gut. Wir haben daneben bei der Ableitung dieser Formel angenommen, dass die Phasenbeziehung zwischen den Schwankungen von  $t^{max}$  (dort mit  $A$  bezeichnet) und  $m^{max}$  immer dieselbe bleibt. Unsere späteren, hier mitzuteilenden Beobachtungen zeigten dagegen, dass diese Annahme nicht zutrifft. Deshalb ist eine neue einwandfreie Diskussion dieser Frage nötig.

Ausser den Budapester Beobachtungen stehen uns dazu die in Tab. 4. zusammengestellten, aus Blažko's Beobachtungen [10] abgeleiteten Daten zur Verfügung. Der mittleren Helligkeit des Veränderlichen entspricht bei Blažko die visuelle Grössenklasse 10<sup>m</sup>.6.

Für jedes beobachtete Maximum wurde die Phase  $\psi'$  in der, in erster Näherung als konstant angesehenen 41tägigen sekundären Periode mittels der Formel:

$$E = -20737.0 + 93^P.95 e \quad (2)$$

berechnet, wo  $E$  die Epoche des Maximums nach (1) und  $e$  die Anzahl der Zyklen der 41tägigen Periode bezeichnen. Die hier angenommene Periode  $p = 93^P.95 = 41^d.61$  kann als Mittelwert für  $p$  betrachtet werden.

Die Schwankung von  $t - R(1)$  aus Tab. 3. bzw. Tab. 4. wurde in Abhängigkeit von  $\psi'$  für jedes Beobachtungsjahr getrennt bestimmt, wobei die langsamen Änderungen der Hauptperiode vernachlässigt wurden. Die so erhaltenen Kurven hatten ebenso, wie die  $m^{max}$ -Kurven, in verschiedenen Jahren verschiedene Amplituden, weiter waren sie gegeneinander in Phase

Tabelle 3. Beobachtete Maxima.

$E$ +	$t_{max}$ 2428...	$t_{max}-R(I)$ (0.0001)	$\Delta t_{max}$ (0.0001)	$t$ ( $m = 11.5$ )	$t-R(I)$ (0.0001)	$\Delta t$ (0.0001)	$m^{max}$	$\psi$ (0.01)
4101	426.3345	-2199	—	.3162	-2382	—	10.55	—
4110	430.3035	-2370	—	.2803	-2602	—	10.60	—
4119	434.2704	-2561	—	—	—	—	10.69	—
4621	656.—	—	—	.5563	-3035	-0093	—	98
4623	657.4942:	-2514:	+0429:	.4540	-2916	+0027	11.21	00
4634	662.—	—	—	.3463	-2711	+0240	—	11
4641	665.4987:	-2190:	+0765:	.4549	-2628	+0327	11.12	19
4657	672.5537:	-2503:	+0462:	.5311	-2729	+0236	10.66	36
4684	684.4685	-2937	+0044	.4370:	-3252:	-0271:	10.74	65
4702	692.4182:	-3161:	-0169:	—	—	—	11.09	84
4738	708.4485	-2300	+0713	.4119	-2666	+0347	10.86	22
4747	712.4184	-2462	+0556	.3870	-2776	+0242	10.72	32
4763	719.4702	-2807	+0220	.4496	-3013	+0014	10.41	49
4799	735.3782	-3169	-0122	—	—	—	11.08	87
4815	742.—	—	—	.4825	-2989	+0067	11.23	04
4842	754.4738	-2658	+0412	.4580	-2816	+0254	10.54	33
4851	758.4494	-2762	+0313	.4340	-2916	+0159	10.44	42
4869	766.3955	-3023	+0060	.3757	-3221	-0138	10.50	61
4887	774.—	—	—	.3258	-3441	-0348	11.07	81
4923	790.—	—	—	.3404	-2737	+0374	11.15	19
4941	798.3265	-2597	+0522	.2908	-2954	+0165	10.61	38
4957	805.3765	-2960	+0167	.3564	-3161	-0034	10.49	55
4984	817.3026:	-3281:	-0143:	.2862	-3445	-0307	11.03	84
5004	826.2410:	-2456:	+0692:	—	—	—	11.22	05
5020	833.3300	-2449	+0705	.2923	-2826	+0328	10.93	22
5029	837.2940	-2670	+0488	.2723	-2887	+0271	10.72	32
5560	2429... 072.4895	-2487	—	.4658	-2724	—	10.78	—
5657	115.4560:	-2430:	—	.4316	-2674	—	10.83	—
7987	2430... 147.—	—	—	.5243	-1201	+0089	—	05
7989	148.4390:	-0912:	+0377:	.4142	-1160	+0129	10.84:	07
8032	167.4656	-1090	+0175	.4460	-1286	-0021	10.54	53
8050	175.4150	-1318	-0063	.3960	-1508	-0253	10.95	72
8086	191.4060	-0850	+0385	.3805	-1105	+0130	10.68	11
8095	195.3958	-0812	+0417	.3705	-1065	+0164	10.56	20
8154	221.4980	-1098	+0098	.4670	-1408	-0212	10.97	83
8156	222.3854	-1082	+0113	.3520	-1416	-0221	11.00	85
8163	225.4970	-0966	+0225	.4660	-1279	-0088	10.93	93
8174	230.3854	-0803	+0382	.3575	-1082	+0098	10.89	05
8183	234.3730	-0788	+0392	.3518	-1000	+0180	10.68	14
8219	250.3004	-0956	+0204	.2786	-1174	-0014	10.60	52
8653	442.5568	-0556	+0410	.5326	-0798	+0168	10.69	13
8660	445.—	—	—	.6383:	-0744:	+0219:	—	20
8777	497.4721	-0593	+0318	.4503	-0811	+0100	10.60	45
8822	517.3919	-0698	+0192	.3668	-0949	-0065	10.95	92
8865	536.4540	-0522	+0349	.4353	-0709	+0162	10.53	38
9043	615.3024	-0391	+0390	.2863	-0552	+0229	10.48	28
9095	638.3020	-0700	+0078	.2685	-1035	-0257	10.98	83



$E$ +	$t_{\max}$ 2431...	$t_{\max}-R(1)$ (0.0001)	$\Delta t_{\max}$ (0.0001)	$t$ ( $m = 11.5$ )	$t-R(1)$ (0.0001)	$\Delta t$ (0.0001)	$m_{\max}$	$\psi$ (0.01)
I0486	254.4200	-0190	+0012	.3964	-0426	-0224	10.80	66
I0513	266.4120:	+0149:	+0339:	—	—	—	10.95	94
I0556	285.4710	+0244	+0416	.4428	+0012	+0184	10.60	40
I0583	297.3758	-0240	-0080	.3543	-0455	-0295	10.86	69
I0590	300.4830	-0171	-0014	.4508	-0493	-0336	10.89	76
I0619	313.3724	+0284	+0429	.3499	+0059	+0204	10.80	07
I0628	317.3700	+0401	+0542	.3411	+0110	+0251	10.61	17
I0637	321.3560	+0399	+0536	—	—	—	10.49	26
I0642	323.5662	+0356	+0491	.5417	+0111	+0246	10.51	32
I0644	324.4467	+0303	+0437	.4254	+0090	+0224	10.47	34
I0651	327.5380	+0214	+0345	.5196	+0030	+0161	10.60	41
I0653	328.4240	+0216	+0346	.4016	-0008	+0122	10.60	43
I1387	653.—	—	—	.5335	+0461	+0306	—	24
I1389	654.4432	+0701	+0546	.4196	+0465	+0310	10.55	26
I1421	668.—	—	—	.5438	-0020	-0187	—	60
I1486	697.4070	+0730	+0572	.3792	+0452	+0294	10.49	29
I1495	701.3810	+0610	+0455	.3565	+0365	+0210	10.49	39
I1522	713.2990::	+0208::	+0063::	—	—	—	10.88:	67
2432...								
I3017	375.4760	+0698	—	.4564	+0502	—	10.70	—
I3886	760.4146	+1326	—	.3858	+1038	—	10.93	—
2433...								
I4577	066.5062	+1838	+0388	.4777	+1553	+0103	10.57	36
I4595	074.4500	+1555	+0098	.4327	+1382	-0075	10.64	55
I4622	086.3879	+1352	-0114	—	—	—	11.02	84
I5428	443.—	—	—	.4145	+1884	+0124	—	38
I5498	474.4454	+2167	+0373	.4204	+1917	-0123	10.87	12
I5516	482.4231	+2223	+0420	.3980	+1972	+0169	10.50	31
I5640	537.3170	+1972	+0108	.2939	+1741	-0123	10.70	62
I5658	545.2870:	+1951:	+0078:	—	—	—	11.02	81
I6259	811.5350:	+2632:	+0398:	.5121	+2403	+0169	10.65	18
I6261	812.4220	+2644	+0409	.4003	+2427	+0192	10.60	20
I6279	820.3892	+2595	+0349	.3678	+2381	+0135	10.53	39
I6304	831.4384	+2363	+0103	.4139	+2118	-0142	10.81	66
I6313	835.4170	+2289	+0024	.3913	+2032	-0233	10.87	75
I6417	881.4980:	+2488:	+0162:	.4645	+2153	-0173	11.00	85
I6507	921.3480:	+2382:	+0004:	.3269	+2171	-0207	11.00	80
I6516	925.3463	+2507	+0124	.3261	+2303	-0080	10.88	90
2434...								
I6968	125.5560:	+2716:	+0067:	—	—	—	10.89	74
I6970	126.4400	+2698	+0048	.4109	+2407	-0243	10.89	76
I6981	131.—	—	—	—	—	—	10.99	88
I6986	133.5345	+2780	+0121	.5167	+2602	-0057	10.98	93
I7024	150.4000	+3135	+0457	.3718	+2853	+0172	10.58	33
I7033	154.3764:	+3039:	+0352:	—	—	—	10.51	43
I7056	164.5353	+8762	+0062	.5141	+2550	-0150	10.80	67
I7083	176.5060:	+2887:	+0171:	.4827	+2654	-0062	11.00	96

stark verschoben, was auf eine Veränderlichkeit von  $p$  hinweist. Aus diesen Phasenverschiebungen konnte eine zweite Näherung für die Periode des Blažko-Effektes abgeleitet werden. Mit diesen instantanen Werten von  $p$  wurden dann die  $t - R(1)$  aus Tabelle 3. bzw. Tabelle 4. für jedes Beobach-

Tabelle 4. Die von *Blažko* beobachteten Maxima.

<i>E</i>	<i>t</i> <sub>max</sub> 2417...	<i>t</i> <sub>max</sub> − <i>R</i> ( <i>I</i> ) (0 <sup>d</sup> 0001)	Δ <i>t</i> max (0 <sup>d</sup> 0001)	<i>t</i> ( <i>m</i> = 10.6)	<i>t</i> − <i>R</i> ( <i>I</i> ) (0 <sup>d</sup> 0001)	Δ <i>t</i> (0 <sup>d</sup> 0001)	<i>m</i> <sup>max</sup>	<i>ψ</i> (0.01)
−20745	422.3595	−0257	+0431	.3378	−0474:	+0214	10.06	15
−20736	426.3490	−0223	+0461	.3276	−0437	+0247	10.06	25
−20709	438.2785	−0509	+0163	—	—	—	10.10	54
−20702	441.3795	−0502	+0167	.3530	−0767	−0098	10.11	61
−20693	445.3545	−0613	+0052	.3260	−0898	−0233	10.18	71
−20655	462.2311:	−0147:	+0502:	—	—	—	10.10	12
−20650	464.—	—	—	.4119	−0484	+0162	—	17
−20648	465.3234	−0226	+0420	.3022	−0438	+0208	10.10	19
−20641	468.—	—	—	.4012	−0451	+0191	—	27
−20639	469.3154	−0167	+0475	.2878	−0443	+0199	10.07	29
−20632	472.3981:	−0343:	+0295:	.3830	−0494	+0144	10.10	36
−20630	473.2905	−0277	+0361	.2680	−0502	+0136	10.11	38
−20607	483.—	—	—	.4246	−0801	−0174	—	63
−20603	485.—	—	—	.1934	−0829	−0203	—	67
−20589	491.4154:	−0614	+0006	.3914	−0854	−0234	10.18	82
−20585	493.1998	−0486	+0132	.1700	−0784	−0166	10.17	86
−20569	500.3060	−0287	+0324	.2805	−0542	+0069	10.13	04
−20533	516.2619	−0171	+0424	.2320	−0470	+0125	10.04	42
−20456	550.—	—	—	.3435	−0384	+0177	—	24
−20429	562.3018	−0382	+0167	.2835	−0565	−0016	10.12	53
−20307	616.3330	−0402	+0093	—	—	—	10.15:	84
−20305	617.2115	−0471	+0024	.1970	−0620	−0125	10.20	86
−20176	674.3918	−0007	+0431	.3690	−0235	+0203	10.18	24
−20158	682.3590:	−0056:	+0374:	.3310	−0336	+0094	10.23:	43
−19833	826.2810	−0225	+0158	.2514	−0521	−0138	10.18	88
−19806	838.—	—	—	.2468	−0168	+0205	—	17
−19797	842.2516	+0019	+0388	.2308	−0189	+0180	10.08	27
−19779	850.2149	−0069	+0294	.1946	−0272	+0091	10.02	46
−19774	852.4166	−0196	+0165	.3988	−0374	−0013	10.08	52
−19772	853.2978	−0243	+0117	.2815	−0406	−0046	10.04	54
−19754	861.2637	−0305	+0048	—	—	—	10.09	73
−19745	865.—	—	—	.2199	−0603	−0253	—	83
−19727	873.2499	−0024	+0319	.2260	−0263	+0080	10.08	02
−19300	062.3543	−0142	+0030	—	—	—	10.20:	57
−19273	074.3201	−0066	+0098	.2955	−0312	−0148	10.24	86
−19248	085.4298:	+0308:	+0465:	.4015	+0025	+0182	10.20	13
−19072	163.3661	+0175:	+0283	.3410	−0076	+0032	10.12:	01
−19020	186.3798	+0007	+0101	.3621	−0170	−0076	10.15	56
−18984	202.3332:	+0089:	+0173:	.3090	−0143	−0059	10.13	95
−18966	210.3259:	+0305:	+0383:	.3019	+0065	+0143	10.11	14
−18930	226.—	—	—	.2285	−0112	−0044	—	52
−18905	237.3070	−0054	+0007	.2815	−0305	−0244	10.20	79
−18903	238.1917	−0061	0000	.1685	−0293	−0232	10.18	81
−17442	885.3395	+0631	+0263	.3100:	+0336:	−0032::	10.05	44
−17435	888.4270	+0593	+0223	.4060:	+0383:	+0013::	10.10	51
−17381	912.—	—	—	.3322	+0482	+0096	—	10
−17365	919.4554:	+0851:	+0460:	.4315	+0612	+0221	10.14	27
−17363	920.3405	+0844	+0452	.3180	+0619	+0227	10.06	29
−17347	927.4115	+0691	+0294	.3911	+0487	+0090	10.06	46
−17345	928.2899	+0617	+0220	.2738	+0456	+0059	10.05	49
−17329	935.3588	+0443	+0041	.3333	+0188	−0214	10.08	66
−17318	940.2368	+0504	+0099	—	—	—	10.12	77



$E$	$t^{max}$ 2418...	$t^{max} - R(I)$ (0 <sup>d</sup> 0001)	$\Delta t^{max}$ (0 <sup>d</sup> 0001)	$t$ ( $m = 10.6$ )	$t - R(I)$ (0 <sup>d</sup> 0001)	$\Delta t$ (0 <sup>d</sup> 0001)	$m^{max}$	$\varphi$ (0.01)
	2420...							
-13247	743.4125	+2006	+0466	.3832	+1713	+0173	10.20	15
-13220	755.3615:	+1914:	+0369:	.3342	+1641	+0096	(10.16:)	44
-13177	774.3805	+1759	+0205	.3585	+1439	-0115	10.22	89
-13159	782.3756	+1889	+0332	.3521	+1654	+0097	10.23	09
-13130	795.2150	+1843	+0280	.1955	+1648	+0085	10.10	39
	2423...							
-7695	202.3986	+2336	+0380	.3602	+1952	-0004	10.33	01
-7661	217.4505	+2271	+0328	.4332	+2098	+1055	10.01:	38
-7643	225.3998	+2043	+0108	.3805	+1850	-0085	10.18	57
-7616	237.3625	+2088	+0163	.3296	+1759	-0166	10.29	86
-7600	244.—	—	—	.4377	+1977	+0055	—	03
-7598	245.3595	+2337	+0420	.3279	+2021	+0104	10.25	05
-7589	249.3496	+2378	+0464	.3212	+2094	+0180	10.17	14
-7564	260.4100	+2258	+0354	.3873	+2031	+0127	10.01	41
-7519	280.3081	+1936	+0050	.2824	+1679	-0207	10.29	88
-7510	284.3100	+2094	+0236	—	—	—	10.30	98
-7485	295.4046:	+2317:	+0445:	.3831	-2102	+0230	10.13	24
-7467	303.3665	+2215	+0350	.3422	+1972	+0107	10.06	43
-7465	304.2512	+2204	+0340	—	—	—	10.06	46
-7449	311.3030	+1859	+0001	.2840	+1669	-0189	10.08	63

tungsjahr getrennt nach der Methode der kleinsten Quadrate durch folgende Formel dargestellt :

$$\begin{aligned}
 t - R(I) &= a + bT + c \sin \frac{2\pi}{p} T + d \cos \frac{2\pi}{p} T = \\
 &= a + bT + A \sin \frac{2\pi}{p} (T - \lambda)
 \end{aligned} \quad (3)$$

Hier ist  $T = E - \bar{E}$ , wo  $\bar{E}$  nahe der mittleren Epoche der Beobachtungen im betreffenden Jahre gleich ist. Das Glied  $bT$  trägt der Veränderlichkeit der Hauptperiode  $P$  Rechnung.  $A$  bedeutet die Amplitude des Blažko-Effektes.  $\bar{E} + \lambda$  gibt eine der Epochen an, zu welcher das periodische Glied beim Übergang von negativen zu positiven Werten gleich Null wird. Die Werte der Koeffizienten  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $A$  und  $\bar{E} + \lambda$  sind samt ihren mittleren Fehlern in Tab. 5. angeführt.  $n$  bedeutet die Anzahl der berücksichtigten  $t$  - Werte im betreffenden Jahr.

Für die Beobachtungen aus 1937 haben wir, da die Hauptperiode sich zu dieser Zeit sehr rasch änderte, noch ein quadratisches Glied in  $T$  hinzugenommen, mit dem Resultat :

$$\begin{aligned}
 t - R(I) &= -\overset{\pm 17}{.3061} - \overset{\pm 8}{53.10^{-6}} T + \overset{\pm 76}{26.10^{-9}} T^2 + \overset{\pm 16}{.0325} \sin \left( \frac{2\pi}{94.0} E - 4811.2 \right) \\
 &\quad \dots (4)
 \end{aligned}$$

Obgleich hier das quadratische Glied kaum als reell betrachtet werden kann, wurden die späteren Rechnungen für 1937 mit dieser Formel anstatt (3) durchgeführt.

Tabelle 5. Darstellung von  $t-R(1)$  durch Formel (3)

Jahr	$\bar{E}$	$p$	$n$	$a$	$b \times 10^6$	$c$	$d$	$A$	$\bar{E} + \lambda$
1906	-20640	93 <sup>P</sup> .7	21	-0.0642 $\pm 7$	+44 $\pm 4$	-0.0034 $\pm 10$	+0.0210 $\pm 8$	0.0213 $\pm 8$	-20665.8 $\pm .7$
1907	-19780	93.8	8	-0.0363 $\pm 17$	+64 $\pm 55$	-0.0214 $\pm 28$	+0.0070 $\pm 2$	0.0225 $\pm 26$	-19822.2 $\pm .6$
1908	-19050	93.7	9	-0.0102 $\pm 7$	+15 $\pm 5$	+0.0010 $\pm 9$	+0.0221 $\pm 10$	0.0221 $\pm 10$	-19072.7 $\pm .7$
1910	-17382	93.6	8	+0.0386 $\pm 24$	+73 $\pm 61$	+0.0168 $\pm 25$	+0.0107 $\pm 34$	0.0199 $\pm 28$	-17390.4 $\pm 2.4$
1915	-13175	94.2	5	+0.1554 $\pm 10$	-25 $\pm 19$	+0.0157 $\pm 17$	-0.0091 $\pm 10$	0.0182 $\pm 15$	-13167.1 $\pm 1.0$
1922	-7572	94.7	12	+0.1907 $\pm 9$	-40 $\pm 12$	-0.0111 $\pm 12$	+0.0225 $\pm 14$	0.0250 $\pm 14$	-7602.6 $\pm .8$
1937	+4825	94.0	20	-0.3061 $\pm 17$	-53 $\pm 8$	+0.0197 $\pm 16$	+0.0258 $\pm 16$	0.0325 $\pm 16$	+4811.2 $\pm .7$
1941	+8103	93.9	12	-0.1225 $\pm 7$	+56 $\pm 12$	-0.0054 $\pm 17$	+0.0228 $\pm 24$	0.0234 $\pm 24$	+8076.0 $\pm .6$
1942	+8874	94.0	7	-0.0866 $\pm 19$	+33 $\pm 12$	-0.0228 $\pm 31$	+0.0041 $\pm 26$	0.0232 $\pm 31$	+8829.7 $\pm 1.7$
1944	+10618	94.0	10	-0.0147 $\pm 12$	+33 $\pm 33$	+0.0273 $\pm 23$	+0.0108 $\pm 23$	0.0300 $\pm 23$	+10612.3 $\pm 1.1$
1945	+11441	94.2	5	+0.0146 —	—	+0.0100 —	-0.0298 —	0.0314 —	+11459.7 —
1949	+14646	93.9	11	+0.1475 $\pm 26$	+19 $\pm 19$	+0.0120 $\pm 36$	+0.0177 $\pm 40$	0.0214 $\pm 39$	+14631.6 $\pm 2.6$
1950	+15534	93.9	4	+0.1812 —	+42 —	-0.0179 —	0.0000 —	0.0179 —	+15487.0 —
1951	+16383	94.1	8	+0.2313 $\pm 11$	+72 $\pm 15$	-0.0214 $\pm 15$	+0.0025 $\pm 21$	0.0215 $\pm 15$	+16337.7 $\pm 1.5$
1952	+17032	94.5	5	+0.2688 $\pm 22$	+72 $\pm 62$	-0.0177 $\pm 45$	+0.0099 $\pm 38$	0.0203 $\pm 43$	+16992.4 $\pm 2.9$

Tabelle 6. Die von *Batirev* beobachteten Maxima.

$E$	$t_{max}$ 2433...	$t_{max}-R(1)$ (0.001)	$\Delta t_{max}$ (0.001)	$t$ (St = 6.0)	$t-R(1)$ (0.0001)	$\Delta t$ (0.0001)	$m_{max}$ (St)	$\psi$ (0.01)
+14439	005.361	+158	+018	.3392	+1363	-0037	2.7	89
14484	025.297	+163	+021	.2896	1564	+0147	3.5	37
14516	039.448	+142	-001	.4290	1232	-0196	2.5	71
14577	066.492	+169	+024	.4777	1553	+0103	4.4	36
14579	067.375	+167	+022	.3651	1569	+0118	2.4	38
14658	102.374	+177	+029	.3590	1621	+0142	3.6	23
14710	125.367	+139	-011	.3546	1271	-0227	3.4	79
14825	176.332	+172	+018	.3211	1607	+0068	4.1	01
14832	179.430	+169	+015	.4129	1523	-0019	3.2	08
14888	204.230	+167	+011	.2072	1444	-0118	2.4	68

Im Jahre 1949 haben wir nur drei Maxima beobachtet, diese konnten aber durch die Beobachtungen von *Batirev* [22] ergänzt werden. Glücklicherweise kommt das Maximum  $E = +14577$  in beiden Beobachtungsreihen vor, wonach unserer photographischen Grösse 11<sup>m</sup>.5 die Stufe 6.0 bei *Batirev* entspricht. Die so erhaltenen  $t$ -Werte sind in Tabelle 6. angegeben.

Ähnlich wie die Angaben über  $t - R(1)$ , wurden auch die  $m^{\max}$  - Werte aus Tabelle 3. und 4. behandelt. Über ihre Darstellung durch die Formel:

$$m^{\max} = \bar{m}^{\max} + f \sin \frac{2\pi}{p} T + g \cos \frac{2\pi}{p} T = \bar{m}^{\max} + B \sin \frac{2\pi}{p} (T - \mu) \quad (5)$$

gibt Tabelle 7. Aufschluss. Hier bedeutet  $\bar{m}^{\max}$  die mittlere Helligkeitsgrösse des Maximums,  $B$  die Amplitude der Schwankung der Maximalhelligkeit und  $\bar{E} + \mu$  eine Epoche, zu der die maximale Helligkeit beim Übergang von schwachen zu hohen Maxima ihren mittleren Wert annimmt. Da  $B$  bei den visuellen Beobachtungen von *Blažko* sehr gering ist, sind die Werte von  $\bar{E} + \mu$  hier mit ziemlich grossen Fehlern behaftet, während bei unseren photographischen Beobachtungen die Genauigkeit von  $\bar{E} + \mu$  der von  $\bar{E} + \lambda$  gleichkommt.

Wäre nun  $p$ , die Periode des Blažko-Effektes konstant, so könnten die Epochen  $\bar{E} + \lambda$  und  $\bar{E} + \mu$  durch eine lineare Formel wie (2) dargestellt werden. Dies ist aber nicht der Fall. In Tabelle 8. sind die Werte von  $\bar{E} + \lambda$  und  $\bar{E} + \mu$  nochmals zusammengestellt und die Abweichungen dieser Werte gegen (2) unter  $\bar{E} + \lambda - R(2)$  und  $\bar{E} + \mu - R(2)$  angeführt. Die letzteren Grössen sind auch in Abbildung 2. dargestellt, mit Ausnahme der unsicheren Werte von  $\bar{E} + \mu - R(2)$  aus den visuellen Beobachtungen.

Abb. 2. zeigt die starke Veränderlichkeit von  $p$ . In diesen Veränderungen ist nach den bisherigen Beobachtungen ein langer Zyklus von über 30000 Epochen (etwa 36 Jahren) enthalten. Die photographischen Beobachtungen zeigen darüber hinaus sowohl in den Werten von  $\bar{E} + \lambda - R(2)$ , wie in denen von  $\bar{E} + \mu - R(2)$  noch einen viel kürzeren Zyklus von ungefähr 7000 Epochen (9 Jahren).

Die beiden Kurven in Abb. 2. verlaufen nicht parallel zueinander, sondern haben verschiedene Amplituden. Dadurch ändert sich die Phasenbeziehung der  $(t - R)$ -Kurven und der  $m^{\max}$ -Kurven des Blažko-Effekts zueinander. Die Phasenbeziehung dieser Kurven kann z. B. durch die Grösse:

$$\delta = (\bar{E} + \mu) - (\bar{E} + \lambda) = \mu - \lambda \quad (6)$$

repräsentiert werden. Die Werte von  $\delta$  sind in der letzten Spalte der Tabelle 8. angegeben. Bei unseren photographischen Beobachtungen ändert sich  $\delta$  zwischen  $5^p9$  und  $23^p4$ . Die Amplitude der Änderungen von  $\delta$  beträgt also  $17^p5$ , etwa das Achtfache des mittleren Fehlers. Ebenso übertreffen die Amplituden der Änderungen von  $A$  und  $B$  ihre mittleren Fehler um mehr als das Achtfache. So kann über die Realität dieser Änderungen nicht gezweifelt werden. Die Veränderlichkeit von  $B$  tritt auch bei den visuellen Beobachtungen von *Blažko* klar zutage, indem  $B$  besonders im Jahre 1922 wesentlich grösser war, als in 1906 bis 1910.

Am besten sieht man diese Änderungen des Blažko-Effektes aus den Abbildungen 3. bis 8., wo die Grössen

$$\Delta t^{\max} = t^{\max} - R(1) - a - bT \quad (7)$$

bezw.

$$\Delta t = t - R(1) - a - bT \quad (8)$$

Tabelle 7. Darstellung von  $m^{max}$  durch Formel (5)

Jahr	$n$	$\bar{m}^{max}$	$f$	$g$	$B$	$\bar{E} + \mu$	Art d. Beob.
1906	16	10.122 $\pm 6$	$\overset{m}{-}.010$ $\pm 9$	$\overset{m}{-}.053$ $\pm 8$	$\overset{m}{.}054$ $\pm 9$	-20660.6 $\pm 2.5$	vis.
1907	7	10.087 $\pm 33$	$\overset{m}{+}.007$ $\pm 29$	$\overset{m}{-}.043$ $\pm 21$	$\overset{m}{.}044$ $\pm 22$	-19805.8: $\pm 9.7$	vis.
1908	8	10.157 $\pm 25$	$\overset{m}{-}.005$ $\pm 33$	$\overset{m}{-}.035$ $\pm 29$	$\overset{m}{.}036$ $\pm 29$	-19071.3: $\pm 13.4$	vis.
1910	8	10.111 $\pm 17$	$\overset{m}{-}.028$ $\pm 18$	$\overset{m}{+}.040$ $\pm 23$	$\overset{m}{.}048$ $\pm 21$	-17367.7: $\pm 6.2$	vis.
1915	5	10.156 $\pm 34$	$\overset{m}{+}.084$ $\pm 42$	$\overset{m}{+}.033$ $\pm 29$	$\overset{m}{.}090$ $\pm 36$	-13134.8 $\pm 5.0$	vis.
1922	13	10.171 $\pm 11$	$\overset{m}{-}.064$ $\pm 15$	$\overset{m}{-}.123$ $\pm 18$	$\overset{m}{.}138$ $\pm 17$	-7588.4 $\pm 1.7$	vis.
1937	21	10.868 $\pm 17$	$\overset{m}{-}.310$ $\pm 22$	$\overset{m}{+}.230$ $\pm 8$	$\overset{m}{.}386$ $\pm 17$	+ 4834.6 $\pm 0.5$	phg.
1941	11	10.720 $\pm 16$	$\overset{m}{-}.128$ $\pm 21$	$\overset{m}{-}.250$ $\pm 24$	$\overset{m}{.}282$ $\pm 23$	+ 8086.7 $\pm 1.1$	phg.
1942	6	10.750 $\pm 14$	$\overset{m}{+}.205$ $\pm 24$	$\overset{m}{-}.133$ $\pm 20$	$\overset{m}{.}245$ $\pm 22$	+ 8835.6 $\pm 1.2$	phg.
1944	12	10.734 $\pm 16$	$\overset{m}{-}.186$ $\pm 21$	$\overset{m}{+}.047$ $\pm 25$	$\overset{m}{.}192$ $\pm 21$	+10621.7 $\pm 1.9$	phg.
1945	4	10.725: —	$\overset{m}{+}.010:$ —	$\overset{m}{-}.235:$ —	$\overset{m}{.}235:$ —	+11463.9: —	phg.
1950	4	10.774: —	$\overset{m}{+}.166:$ —	$\overset{m}{-}.266:$ —	$\overset{m}{.}313:$ —	+15502.2: —	phg.
1951	8	10.737 $\pm 16$	$\overset{m}{+}.173$ $\pm 20$	$\overset{m}{-}.132$ $\pm 30$	$\overset{m}{.}217$ $\pm 24$	+16345.7 $\pm 1.8$	phg.
1952	8	10.767 $\pm 8$	$\overset{m}{+}.013$ $\pm 13$	$\overset{m}{-}.232$ $\pm 10$	$\overset{m}{.}232$ $\pm 10$	+17007.6 $\pm 0.8$	phg.

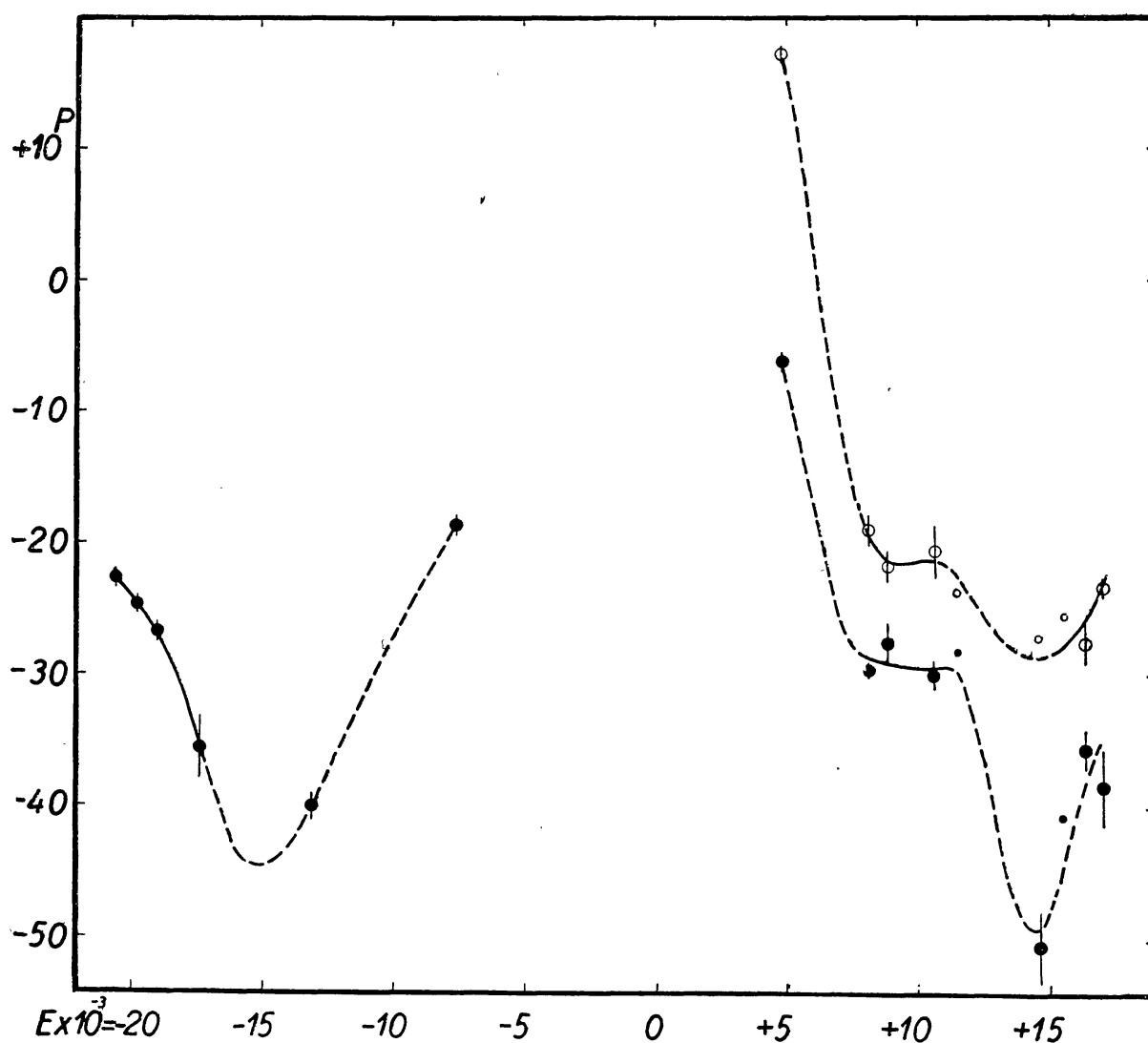
Tabelle 8. Darstellung von  $\bar{E} + \lambda$  und  $\bar{E} + \mu$  durch Formel (2)

$e$	$R(2)$	$\bar{E} + \lambda$	$\bar{E} + \lambda - R(2)$ $P$	$\bar{E} + \mu$	$\bar{E} + \mu - R(2)$	$\delta$
I	-20643.1	-20665.8 $\pm$ 0.7	-22.7	-20660.6 $\pm$ 2.5	-17.6	+ 5.2 $\pm$ 2.6
10	-19797.5	-19822.2 $\pm$ 0.6	-24.7	-19805.8 $\pm$ 9.7	- 8.3:	+16.4 $\pm$ 9.7
18	-19045.9	-19072.7 $\pm$ 0.7	-26.8	-19071.3 $\pm$ 13.4	-25.4:	+ 1.4 $\pm$ 13.4
36	-17354.8	-17390.4 $\pm$ 2.4	-35.6	-17367.7 $\pm$ 6.2	-12.9:	+22.7 $\pm$ 6.6
81	-13127.1	-13167.1 $\pm$ 1.0	-40.0	-13134.8 $\pm$ 5.0	- 7.8	+32.3 $\pm$ 5.1
140	- 7584.0	- 7602.6 $\pm$ 0.8	-18.6	- 7588.4 $\pm$ 1.7	- 4.4	+14.2 $\pm$ 1.8
272	+ 4817.4	+ 4811.2 $\pm$ 0.7	- 6.2	+ 4834.6 $\pm$ 0.5	+17.2	+23.4 $\pm$ 0.8
307	+ 8105.6	+ 8076.0 $\pm$ 0.6	-29.6	+ 8086.7 $\pm$ 1.1	-19.0	+10.7 $\pm$ 1.2
315	+ 8857.3	+ 8829.7 $\pm$ 1.7	-27.6	+ 8835.6 $\pm$ 1.2	-21.7	+ 5.9 $\pm$ 2.1
334	+10642.3	+10612.3 $\pm$ 1.1	-30.0	+10621.7 $\pm$ 1.9	-20.6	+ 9.4 $\pm$ 2.2
343	+11487.8	+11459.7 —	-28.1	+11463.9 —	-23.4	+ 4.2 —
377	+14682.1	+14631.6 $\pm$ 2.6	-50.5:	+14655:* —	-27:	+23.5: —
386	+15527.7	+15487.0 —	-40.7	+15502.2: —	-25.5:	+15.2 —
395	+16373.3	+16337.7 $\pm$ 1.5	-35.6	+16345.7 $\pm$ 1.8	-27.6	+ 8.0 $\pm$ 2.3
402	+17030.9	+16992.4 $\pm$ 2.9	-38.5	+17007.6 $\pm$ 0.8	-23.3	+15.2 $\pm$ 3.0

\* Aus nur drei Maxima bestimmt.

Tabelle 9. Verbesserte Daten für den Blažko-Effekt in  $t$ .

Jahr	$\bar{E}$ +	$p$	$p^{-1} \times 10^5$	$a$ ( $0^d 0001$ )	$b \times 10^5$	$A$ ( $0^d 0001$ )	$\bar{E} + \lambda$ +	$\bar{E} + \lambda - R(2)$
1936	4110	94. <sup>P</sup> 0	1064	-2550	-58	—	—	-6.2:
1937	4825	94.0	1064	-3061	-53	0325	4811.2	-6.2
1938	5609	92.8:	1078	-2960:	+62:	—	—	-22.1::
1941	8103	93.7	1067	-1225	+56	0234	8076.0	-29.6
1942	8874	94.0	1064	-0867	+45	0241	8829.1	-28.2
1944	10618	94.0	1064	-0145	+43	0297	10612.4	-29.9
1945	11441	94.1	1063	+0174	+36	0311	11458.8	-29.0
1949	14646	94.0	1067	+1471	+36	0162	14636.8	-45.3
1950	15534	94.4	1059	+1812	+49	0179	15487.0	-40.7
1951	16383	94.5	1058	+2306	+58	0205	16336.6	-36.7
1952	17032	94.5	1058	+2686	+58	0203	16992.5	-38.4

Abb. 2. Änderungen der Werte von  $\bar{E} + \lambda - R(2)$  (oben) und  $\bar{E} + \mu - R(2)$  (unten). Die Striche über die Kreise stellen die mittleren Fehler dar.

und  $m^{max}$  untereinander für die verschiedenen Beobachtungsjahre getrennt gegen die Phase  $\psi$  der Periode  $p$  des Blažko-Effekts aufgetragen wurden.  $\psi$  wird für jedes Jahr von der Epoche  $\bar{E} + \lambda$  aus gerechnet und wird somit für die Epoche  $E$  durch die Gleichung

$$\psi = p^{-1} (E - \bar{E} - \lambda) = p^{-1} (T - \lambda) \quad (9)$$

definiert. Für die Phase  $\psi = 0$  ist also definitionsmässig  $\Delta t = 0$ .

Tabelle 10. Werte von  $p$  und  $b$  für die Beobachtungen von *Blažko*

Jahr	$p$	$b \times 10^6$	Jahr	$p$	$b \times 10^6$
1906—7	93.7	+44	1910	93.5	+30:
1907	93.7	+37	1915	94.2	+20:
1908	93.6	+28	1922	94.7	-40

Da die Werte von  $b$  in Tab. 5., falls im betreffenden Jahre nur für 2—3 Zyklen Beobachtungen vorliegen, ziemlich unsicher sind, wurden für die Berechnung von  $\Delta t^{max}$  und  $\Delta t$  nach (7) bzw. (8) verbesserte  $b$ -Werte abgeleitet. Dies geschah mit Hilfe der Grössen  $a$  aus Tab. 5. in jedem Falle, wo die Änderung von  $a$  mit  $E$  mit Sicherheit bestimmt werden konnte. Die neu erhaltenen  $b$ -Werte sind für die Budapester Beobachtungen in der sechsten Kolonne der Tab. 9. angeführt. Die Unsicherheit dieser neuen  $b$ -Werte dürfte einige Einheiten der letzten Dezimale nicht überschreiten. War der Unterschied zwischen den neuen und den alten  $b$ -Werten in Tab. 5. bedeutend, so wurde eine neue Lösung auch für  $a$ ,  $c$ ,  $d$  bzw.  $a$ ,  $A$  und  $\bar{E} + \lambda$  nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet. Für  $a$ ,  $A$  und  $\bar{E} + \lambda$  sind diese neuen verbesserten Werte ebenfalls in Tab. 9. angegeben. Die verbesserten  $p$ -Werte in derselben Tabelle sind aus Abb. 2. graphisch abgeleitet worden.

Für das Jahr 1949 wurden die neuen Werte für  $a$ ,  $A$  und  $\bar{E} + \lambda$  aus den *Batirev*schen Beobachtungen allein bestimmt. Nur hier ist eine wesentliche Änderung in den Werten von  $A$  und  $\bar{E} + \lambda$  eingetreten, sonst sind die Unterschiede zwischen den neuen und alten Werten der Koeffizienten, mit Ausnahme von  $b$ , ziemlich belanglos. Deshalb wurden für die *Blažko*schen Beobachtungen nur die Werte von  $p$  und  $b$  neu bestimmt (s. Tab. 10).

Die mit den neuen  $a$ - und  $b$ -Werten berechneten  $\Delta t^{max}$  und  $\Delta t$  sind in Tab. 3., 4. und 6. in der vierten und siebenten Kolonne angeführt. Die nach (9) mit den verbesserten  $(\bar{E} + \lambda)$ - und  $p$ -Werten berechneten  $\psi$  sind in der letzten Kolonne dieser Tabellen zu finden. Den Abbildungen 3. bis 8. liegen diese Zahlenwerte zugrunde.

Die Abbildungen 3. bis 6. zeigen sehr deutlich die grossen Änderungen in der Amplitude des Blažko-Effektes sowohl in  $t^{max}$  und  $t$ , wie in  $m^{max}$ . Die durch gestrichelte Linien eingezeichneten reinen Sinuskurven geben die Beobachtungen für  $\Delta t$  und  $m^{max}$  ziemlich gut wieder. Die  $\Delta t^{max}$  zeigen aber starke Abweichungen von einer Sinuskurve. Wir verzichten auf eine formelmässige Darstellung des Blažko-Effektes in  $t^{max}$ , dafür geben wir in Tab. 11. die  $\Delta t^{max}$ -Werte zahlenmässig wieder, wie sie in den Abb. 3. bis 8. mit freier Hand ausgeglichen wurden. In Tab. 12. geben wir auch für die  $\Delta t$  eine zahlenmässige Darstellung für die Jahre, wo die Abweichung von einer Sinuskurve merklich ist. Tabelle 13. gibt dieselbe für  $m^{max}$ . Hier ist die Abweichung besonders im Jahre 1944 auffällig.

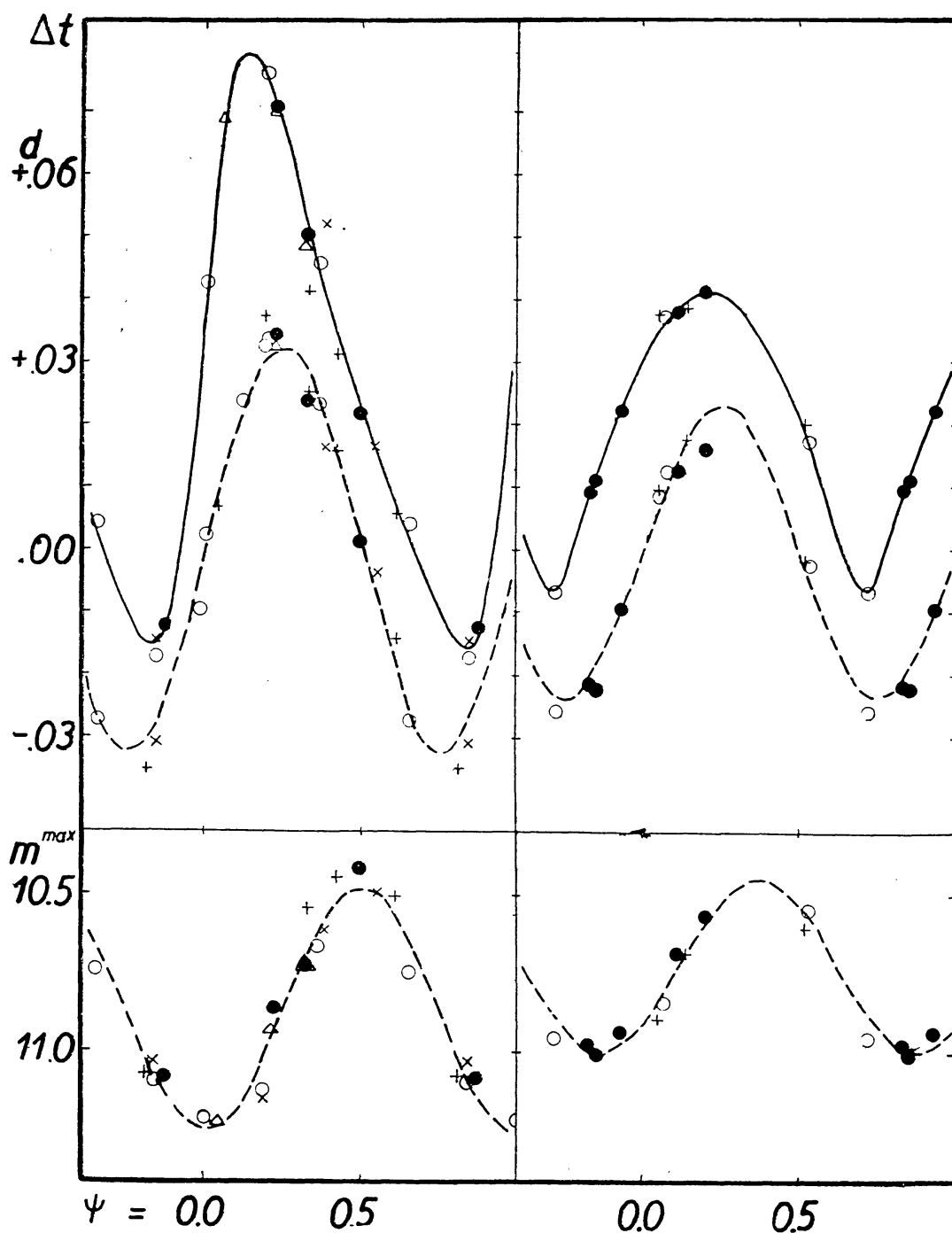


Abb. 3. Der Blazhko-Effekt in  $t^{max}$  (oben), in  $t$  ( $m = 11.5$  phg.) (Mitte) und  $m^{max}$  (unten) in den Jahren 1937 (links) und 1941 (rechts) nach den Budapester photographischen Beobachtungen. Für die  $\Delta t$  und  $m^{max}$  stellt die gestrichelte Kurve die Ausgleichung nach einer reinen Sinusformel mit den Konstanten in Tab. 9. bzw. 7. dar. Die verschiedenen Zeichen gelten für verschiedene Zyklen des Blazhko-Effektes in der Reihenfolge:  $\circ$ ,  $\bullet$ ,  $+$ ,  $\times$ ,  $\triangle$ .



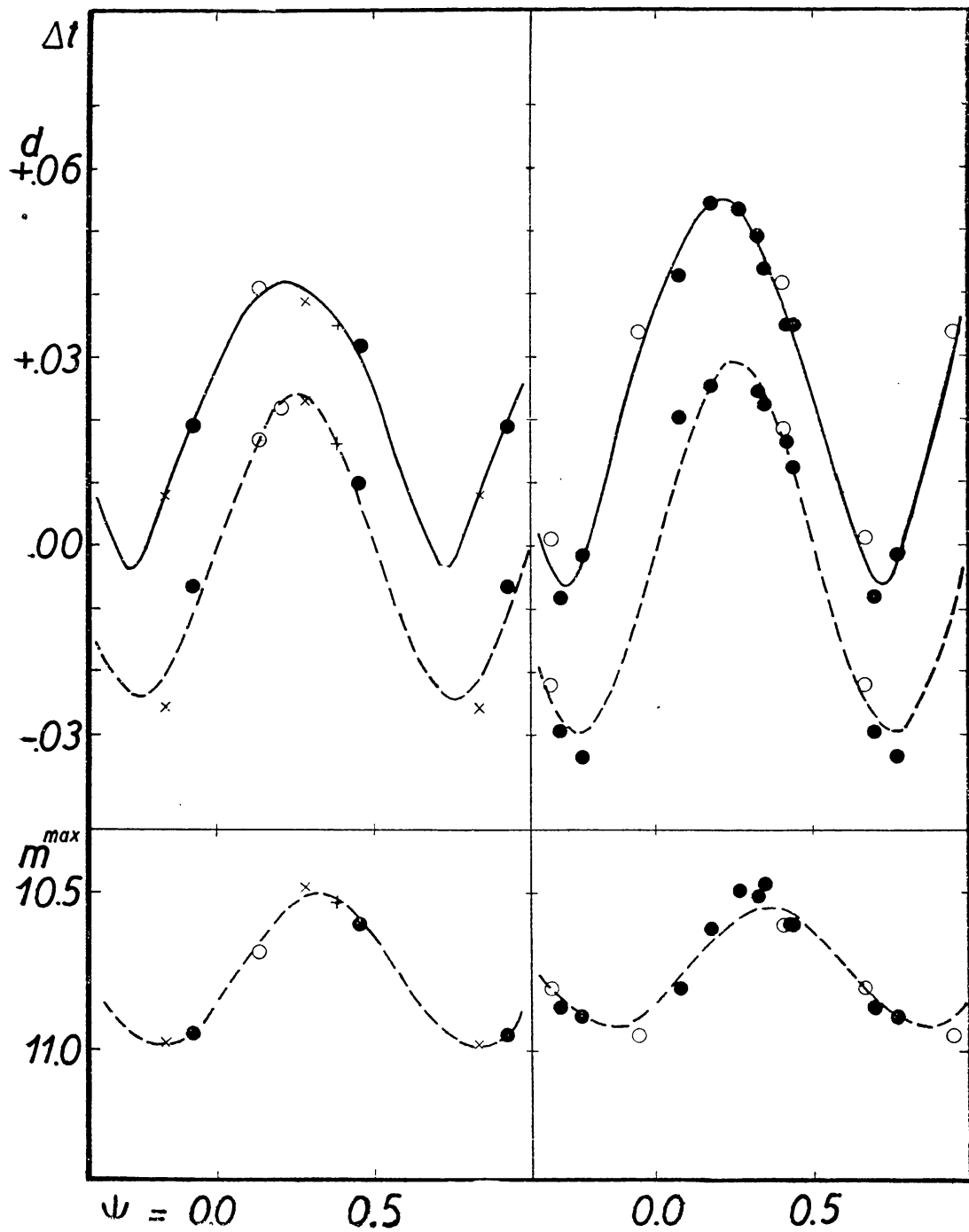


Abb. 4. Der Blazhko-Effekt in  $t^{max}$  (oben), in  $t$  ( $m = 11.5$  phg.) (Mitte) und  $m^{max}$  (unten) in den Jahren 1942 (links) und 1944 (rechts) nach den Budapester photographischen Beobachtungen. Für die  $\Delta t$  und  $m^{max}$  stellt die gestrichelte Kurve die Ausgleichung nach einer reinen Sinusformel mit den Konstanten in Tab. 9 bzw. 7 dar. Die verschiedenen Zeichen gelten für verschiedene Zyklen des Blazhko-Effektes in der Reihenfolge: O, ●, +, ×.



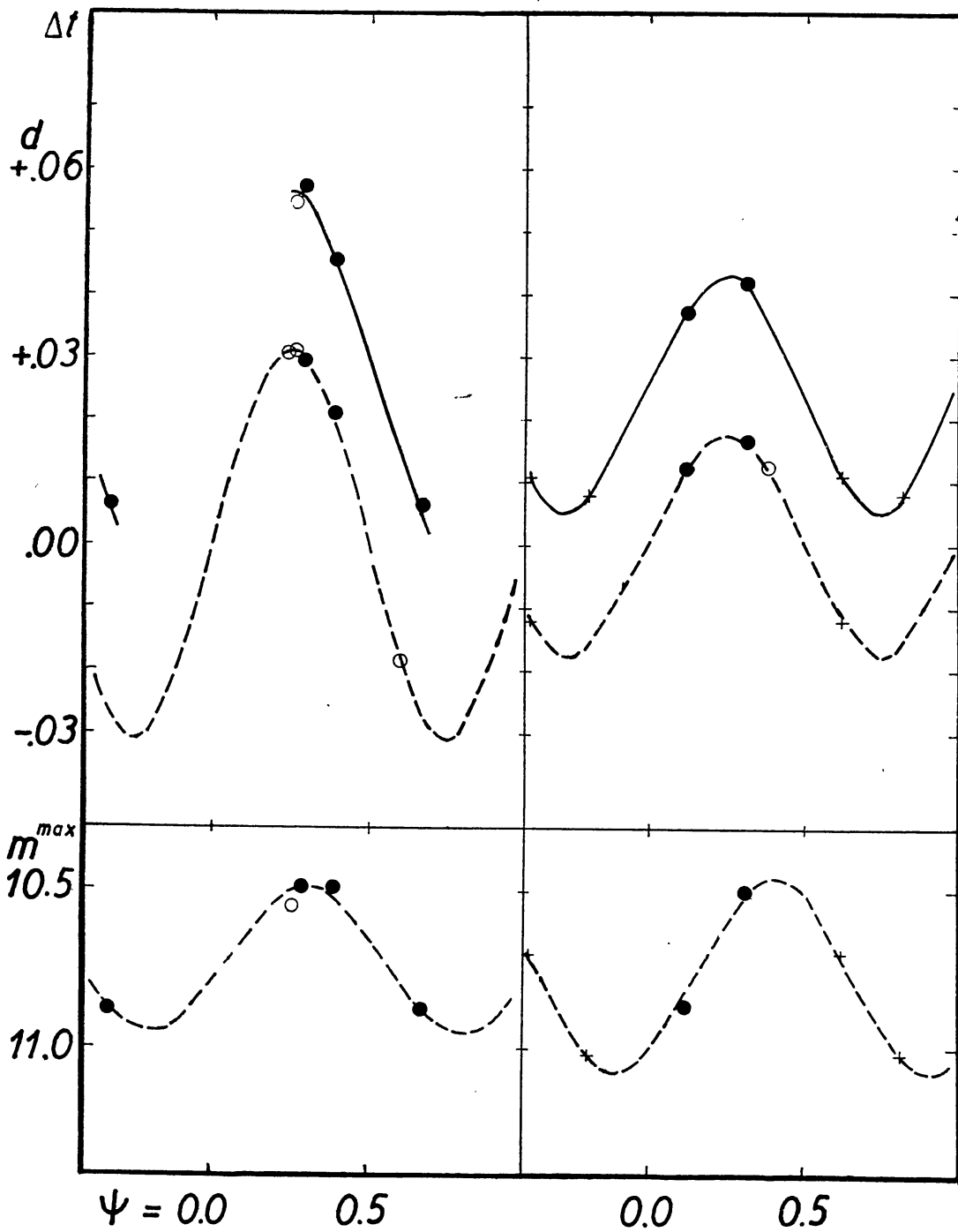


Abb. 5. Der Blazhko-Effekt in  $t^{max}$  (oben), in  $t$  ( $m = 11.5$  phg.) (Mitte) und  $m^{max}$  (unten) in den Jahren 1945 (links) und 1950 (rechts) nach den Budapester photographischen Beobachtungen. Für die  $\Delta t$  und  $m^{max}$  stellt die gestrichelte Kurve die Ausgleichung nach einer reinen Sinusformel mit den Konstanten in Tab. 9. bzw. 7. dar. Die verschiedenen Zeichen gelten für verschiedene Zyklen des Blazhko-Effektes in der Reihenfolge: O, ●, +.

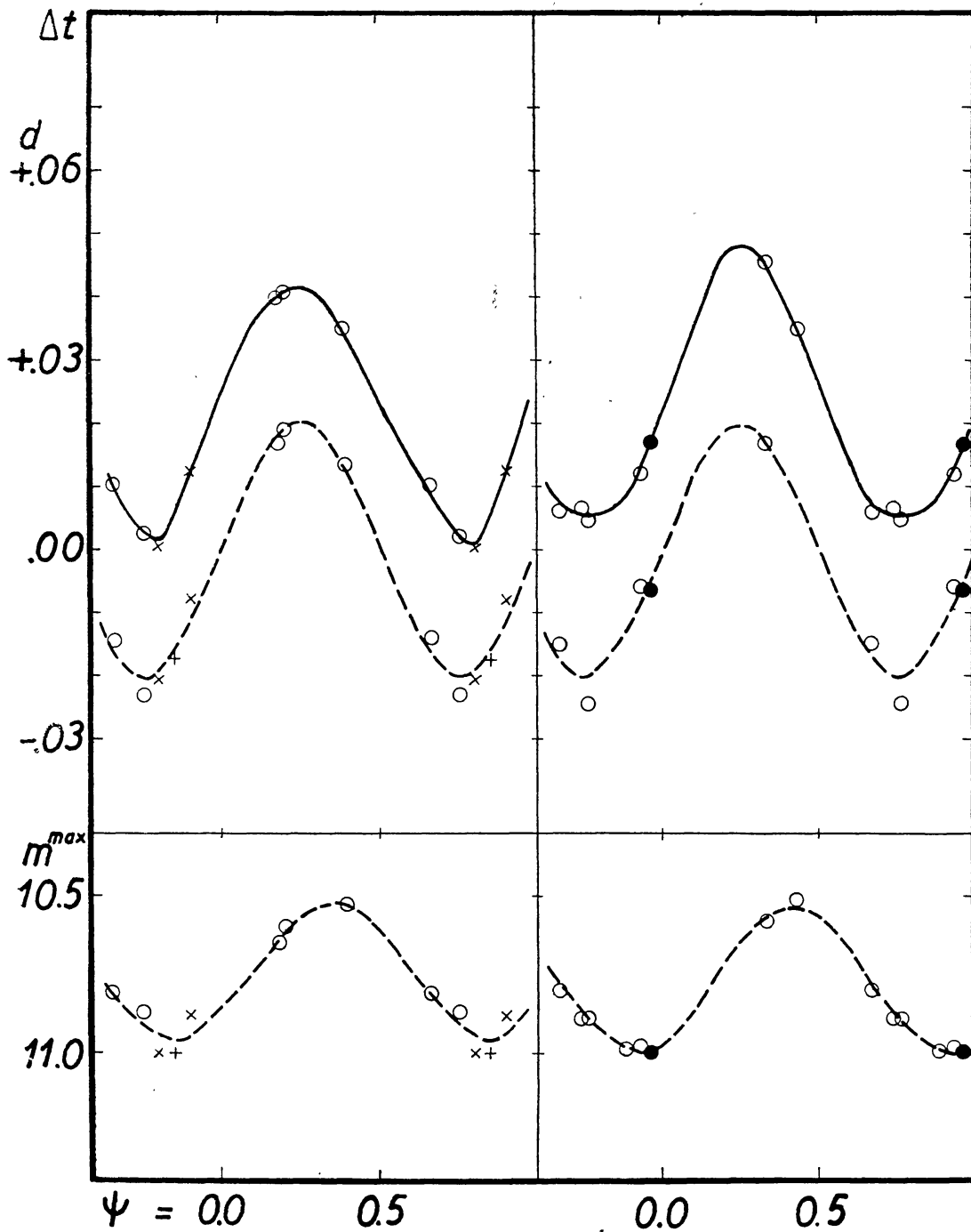


Abb. 6. Der Blazhko-Effekt in  $t^{max}$  (oben), in  $t$  ( $m = 11.5$  phg.) (Mitte) und  $m^{max}$  (unten) in den Jahren 1951 (links) und 1952 (rechts) nach den Budapester photographischen Beobachtungen. Für die  $\Delta t$  und  $m^{max}$  stellt die gestrichelte Kurve die Ausgleichung nach einer reinen Sinusformel mit den Konstanten in Tab. 9. bzw. 7. dar. Die verschiedenen Zeichen gelten für verschiedene Zyklen des Blazhko-Effektes in der Reihenfolge: ●, O, +, ×.

Tabelle 11. Zahlenmässige Darstellung des Blažko-Effekts in  $t^{max}$ .  
(Werte von  $\Delta t^{max}$ , Einheit: 0<sup>d</sup>0001)

$\psi$ /Jahr	1937	1941	1942	1944	1945	1950	1951	1952
0.00	+407	+313	+292	+386	—	+265	+251	+220
0.05	+676	+356	+343	+452	—	+312	+305	+290
0.10	+787	+386	+385	+503	—	+356	+356	+352
0.15	+788	+407	+408	+536	—	+392	+388	+420
0.20	+737	+416	+419	+551	—	+421	+410	+463
0.25	+655	+412	+415	+540	+565	+435	+416	+481
0.30	+562	+394	+401	+510	+546	+427	+408	+468
0.35	+460	+360	+376	+444	+496	+387	+376	+424
0.40	+371	+317	+338	+385	+440	+336	+340	+379
0.45	+294	+271	+299	+310	+366	+292	+285	+326
0.50	+211	+215	+249	+255	+292	+232	+230	+256
0.55	+145	+146	+161	+146	+223	+176	+185	+192
0.60	+082	+060	+094	+061	+152	+125	+137	+128
0.65	+022	—010	+029	—010	+185	+085	+094	+086
0.70	—038	—060	—030	—065	+020	+058	+050	+055
0.95	—101	—034	—020	—038	—044	+051	+018	+052
0.80	—146	+046	+042	+030	—	+069	+012	+054
0.85	—150	+118	+106	+136	—	+115	+051	+066
9.90	—055	+191	+171	+241	—	+164	+121	+098
0.95	+140	+255	+234	+330	—	+216	+187	+151

Tabelle 12. Zahlenmässige Darstellung des Blažko-Effekts in  $\Delta t$ .  
(Werte von  $\Delta t$  in 0<sup>d</sup>0001)

$\psi$ /Jahr	1937	1941	1944	1951	1952
0.00	+117	000	000	—	—
0.05	+213	+078	+144	—	—
0.10	+295	+136	+220	—	—
0.15	+300	+180	+248	—	—
0.20	+342	+209	+265	—	—
0.25	+328	+218	+268	—	—
0.30	+283	+202	+260	—	—
0.35	+227	+161	+227	—	—
0.40	+163	+109	+168	—	—
0.45	+082	+052	+072	—	—
0.50	+006	000	—042	—	—
0.55	—062	—061	—116	—	—
0.60	—152	—126	—198	—	—
0.65	—258	—201	—252	—	—170
0.70	—318	—243	—298	—210	—215
0.75	—332	—258	—313	—232	—231
0.80	—341	—247	—330	—208	—215
0.85	—306	—204	—288	—156	—166
0.90	—227	—140	—220	—100	—113
0.95	—130	—074	—132	—051	—

Für die einzelnen Beobachtungsjahre ist auf Grund der Abbildungen 3—7. folgendes zu bemerken:

In 1937 (Abb. 3. links) hatte der Blažko-Effekt sowohl in  $t^{max}$  und  $t$  wie in  $m^{max}$  die bis jetzt beobachtete grösste Amplitude. Die totale Schwankung von  $t^{max}$  betrug 0<sup>d</sup>0953 = 2<sup>h</sup> 17<sup>m</sup>, mehr als das Fünftel der Hauptperiode. Das Minimum von  $\Delta t^{max}$  fiel auf  $\psi=0.84$ , das Maximum auf  $\psi=0.14$ , die Zunahme von  $\Delta t^{max}$  beanspruchte also eine viel kürzere Zeit, als die Abnahme.

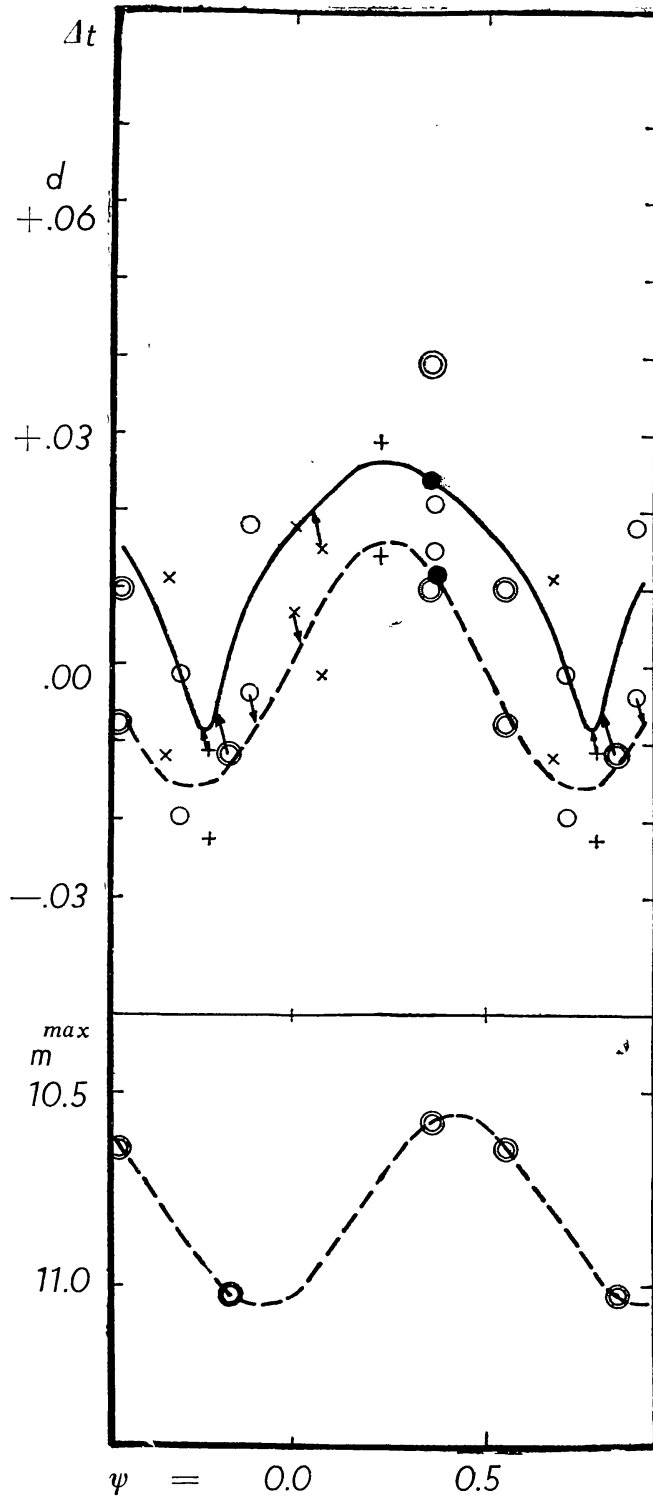


Abb. 7. Oben: Der Blažko-Effekt in  $t^{max}$  und  $t$  nach den Beobachtungen von *Batirev* im Jahre 1949. Die Budapester Beobachtungen sind als Doppelkreise eingezeichnet. Unten: Der Blažko-Effekt in  $m^{max}$  aus drei Maxima nach den Budapester Beobachtungen. Die gestrichelte Kurve für  $\Delta t$  stellt die Ausgleichung nach einer reinen Sinusformel mit den Konstanten in Tab. 9. dar.

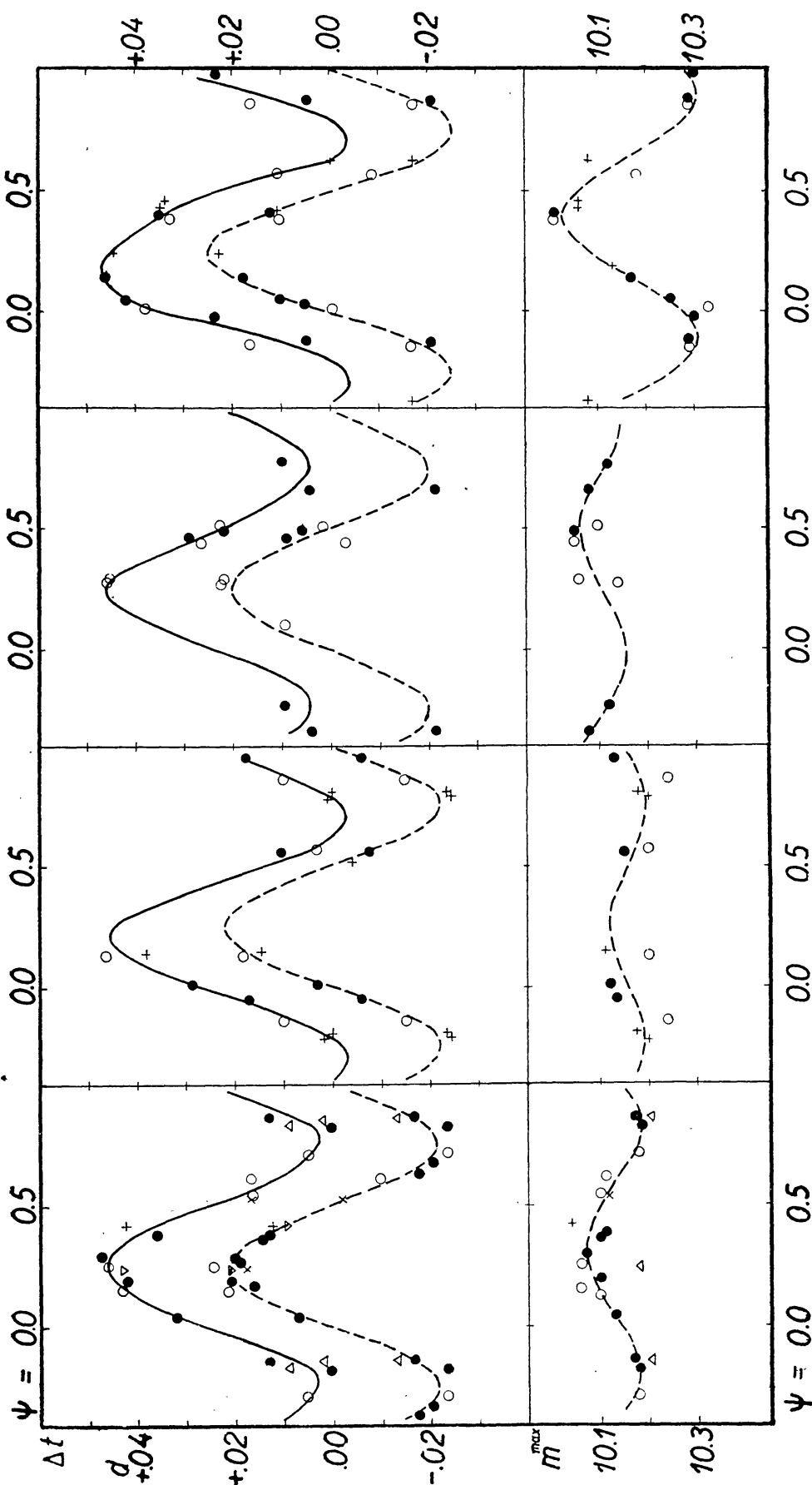


Abb. 8. Der Blažko-Effekt in  $m^{\max}$  (oben), in  $t$  ( $m = 10.5$  vis.) (Mitte) und in  $m^{\max}$  (unten) in den Jahren 1906—7, 1908, 1910 und 1922 nach Blažko's visuellen Schätzungen. Für die  $\Delta t$  und  $m^{\max}$  stellt die gestrichelte Kurve die Ausgleichung nach einer reinen Sinusformel mit den Konstanten in Tab. 5. bzw. 7. dar. Die verschiedenen Zeichen gelten für verschiedene Zyklen des Blažko-Effektes in der Reihenfolge: O, ●, +, ×, Δ, ▽

Tabelle 13. Zahlenmässige Darstellung des Blažko-Effekts in  $m^{max}$  für 1937, 1942 und 1944.

$\psi$ /Jahr	1937	1942	1944	$\psi$ /Jahr	1937	1942	1944
0.00	11.22	10.88	10.90	0.50	10.43	10.68	10.66
0.05	11.23	10.81	10.83	0.55	10.47	10.75	10.70
0.10	11.19	10.74	10.73	0.60	10.57	10.81	10.76
0.15	11.14	10.66	10.64	0.65	10.67	10.86	10.81
0.20	11.02	10.57	10.56	0.70	10.80	10.92	10.85
0.25	10.87	10.51	10.51	0.75	10.92	10.96	10.88
0.30	10.75	10.48	10.48	0.80	11.01	10.98	10.92
0.35	10.63	10.51	10.50	0.85	11.07	10.98	10.94
0.40	10.52	10.56	10.55	0.90	11.14	10.97	10.95
0.45	10.44	10.60	10.60	0.95	11.19	10.93	10.94

Auch für die  $\Delta t$ -Kurve war der aufsteigende Ast steiler, als der absteigende, obgleich hier die Abweichung von einer Sinuskurve nicht so gross war, wie für  $\Delta t^{max}$ . Die Amplitude von  $\Delta t$  ergibt sich aus Abb. 3. um  $0^d0025$  grösser, als nach der gestrichelten Sinuskurve. Die stärkste Zunahme von  $\Delta t$  fiel mit dem schwächsten Maximum, die stärkste Abnahme mit dem hellsten Maximum zusammen. Auch bei der  $m^{max}$ -Kurve war der Aufstieg ein wenig steiler, als der Abstieg. Die Helligkeit des hellsten Maximums war  $10^m43$ , diejenige des schwächsten Maximums  $11^m23$ . Die doppelte Amplitude der Schwankung der Maximalhelligkeit betrug also  $0^m80$ .

Für 1941 (Abb. 3. rechts) finden wir ein völlig verändertes Bild. Die Amplitude der Schwankung von  $t^{max}$  ist genau die Hälfte derjenigen in 1937. Die  $t^{max}$ -Kurve weicht auch jetzt stark von einer Sinuskurve ab, indem das Maximum viel flacher ist, als das Minimum. Dagegen besteht kein Unterschied zwischen der Steilheit des auf- und absteigenden Astes. In der Nähe des Maximums und Minimums scheint die  $\Delta t$ -Kurve gegen die ausgleichende Sinuskurve ein wenig nach unten verschoben zu sein, wodurch eine Korrektur von  $-0^d0020$  an  $a$ , und eine von  $-1^P5$  an  $\bar{E} + \lambda$  anzubringen ist, wenn man  $a$  als den Mittelwert zwischen dem grössten und kleinsten Werte von  $t - R$  (1) und  $\bar{E} + \lambda$  als die dazu gehörige Epoche betrachtet. Auch die Amplitude der  $m^{max}$ -Kurve ist gegenüber 1937 geringer geworden, und zwar grösstenteils dadurch, dass das schwächste Maximum jetzt um  $0^m23$  heller ist, als in 1937, während die Helligkeit des hellsten Maximums sich kaum geändert hat. Was wir über die Phasenbeziehung zwischen der  $m^{max}$ -Kurve einerseits und der  $\Delta t$ -Kurve andererseits für das Jahr 1937 bemerkt haben, stimmt hier nicht mehr: die Phasenverschiebung der beiden Kurven gegeneinander ist in 1941 nur die Hälfte derjenigen in 1937.

Die Phasenverschiebung war in 1942 noch kleiner (Abb. 4. links): die extremen Werte von  $m^{max}$  folgten gleich denjenigen von  $t$ . Auch die Amplitude der  $m^{max}$ -Kurve verminderte sich weiter: die Helligkeit der hellsten Maxima betrug nur  $10^m48$ , die der schwächsten  $10^m98$ . Der Blažko-Effekt in  $t^{max}$  und  $t$  hat sich dagegen im Vergleich zu 1941 kaum geändert.

Bis zum Jahre 1944 hat die Amplitude der  $\Delta t^{max}$ - und  $\Delta t$ -Kurve im Vergleich zu 1942 wesentlich angewachsen (Abb. 4. rechts.) Die  $\Delta t$ -Kurve weicht im Maximum ziemlich stark von der Sinuskurve ab (s. Tab. 12.), wodurch an  $a$  eine Korrektur von  $-0^d0031$ , an  $\bar{E} + \lambda$  eine von  $-1^P2$  anzubringen ist. Die Abweichung von einer Sinuskurve ist in diesem Jahre besonders für die  $m^{max}$  stark ausgeprägt (s. Tab. 13.). Das Minimum der  $m^{max}$ -Kurve

fällt auf  $\psi=0,93$ , ihr Maximum auf  $\psi=0,30$ . Die extremen Werte von  $m^{max}$  sind  $10^m48$  bzw.  $10^m95$ , die totale Amplitude beträgt danach  $0^m47$ , d. h.  $0^m09$  mehr als nach der Sinuskurve. Auch diese korrigierte Amplitude ist geringer, als die von 1942, ein Zeichen dafür, dass die Amplituden des Blažko-Effektes in  $t$  und  $m^{max}$  miteinander nicht notwendig korreliert sind.

Für 1945 (Abb. 5. links) lassen die wenigen beobachteten Maxima keine wesentlichen Änderungen gegenüber 1944 bestätigen.

Für 1949 genügen die wenigen Budapester Beobachtungen nicht zu definitiven Aussagen über den Blažko-Effekt. Die *Batirev*schen Beobachtungen sind genügend zahlreich, zeigen aber besonders in  $t^{max}$  systematische Abweichungen gegen unsere Beobachtungen. Das Maximum  $E=+14577$  kommt z. B. in beiden Beobachtungsreihen vor; bei *Batirev* ist dieses Maximum als das schwächste angegeben, während nach unseren Beobachtungen dieses Maximum zu den hellsten in diesem Jahr gehört. Daneben trat das Maximum nach *Batirev* um 20 Minuten früher ein, als bei uns. Die Helligkeit des Maximums wurde in diesem Falle von *Batirev* sicher zu niedrig geschätzt, da er einen Tag später (für  $E=+14579$ ) ein sehr helles Maximum beobachtete. Aber auch im letzteren Falle ist  $t^{max}$  zu früh angeschätzt. So muss die Amplitude von  $\Delta t^{max}$  in Wirklichkeit grösser sein, als nach den *Batirev*schen Beobachtungen (s. Abb. 7.). Damit ist wahrscheinlich auch die Amplitude von  $\Delta t$  aus Abb. 7. als zu klein zu betrachten. Wir benutzen deswegen nur die Werte  $E+\lambda$  und  $a$  von den aus den *Batirev*schen Beobachtungen abgeleiteten Daten.

In 1950 (Abb. 5. rechts) hatte der Blažko-Effekt in  $t^{max}$  und  $t$  die bis jetzt beobachtete geringste Amplitude, während die Amplitude des Blažko-Effektes in  $m^{max}$  grösser war, als in den Jahren 1941, bzw. 1942—45, obgleich die Spärlichkeit der Beobachtungen diesen Schluss etwas unsicher macht.

Für 1951 (Abb. 6. links) und 1952 (Abb. 6. rechts) sind die Amplituden von  $\Delta t^{max}$  und  $\Delta t$  etwas grösser als in 1950, aber noch immer geringer als für die übrigen Beobachtungsjahre. Wegen Abweichung von der Sinuskurve im Minimum von  $\Delta t$  ist für beide Jahre eine Korrektur von  $-0^d0013$  an  $a$  und eine von  $-1^p1$  an  $E+\lambda$  anzubringen. Die Amplitude der Schwankung der Maximalhelligkeit war in beiden Jahren gering.  $m^{max}$  schwankte zwischen  $10^m52$  und  $10^m99$ .

Aus den übrigen Beobachtungsjahren liegen nur vereinzelte Maxima vor, und zwar je 1 Maximum aus 1947 und 1948, 2 Maxima aus 1938 und 3 Maxima aus 1936. Die zwei ersteren tragen nichts zu unseren Resultaten bei, während die zwei gut durchbeobachteten Maxima  $E=+5560$  und  $E=+5657$  aus 1938, obgleich sie nahe zu derselben Phase in der 41tägigen Periode gehören und so eigentlich nur so viel leisten, wie ein einziges Maximum, wichtige Folgerungen zulassen. Aus den Werten von  $t - R(1)$  (im Mittel  $= -0^d2699$ ) folgt nämlich, dass der Wert von  $a$  im Sommer 1938 grösser war, als in 1937. Denn auch wenn die Amplitude von  $\Delta t$  in 1938 nicht kleiner gewesen wäre, als in 1937 und auch wenn für die beobachteten Epochen  $\Delta t$  seinen maximalen Wert angenommen hätte, würde man für  $a$  den Wert  $-0^d2699 - 0^d0325 = -0^d3024$  bekommen, während in 1937 für die Epoche  $E=+4825$   $a$  den Wert  $-0^d3061$  hatte und sein Wert auch noch um  $E=+5000$ , d. h. in Oktober 1937 in Abnahme begriffen war. So kommen wir zu dem für die Änderungen der Hauptperiode wichtigen Schluss, dass die Abnahme von  $a$  am Ende 1937, oder spätestens am Anfang 1938 aufgehört hat und in eine rasche



Zunahme übergegangen ist. Dies bedeutet eine rasche, eventuell sprunghafte Zunahme der Hauptperiode. Die Beobachtungen aus 1937 gaben in (4) ein so kleines quadratisches Glied, nach dem die Abnahme von  $a$  erst für  $E = +5844$ , d. h. im März 1937 aufgehört haben sollte.

Aber auch für die Periode des Blažko-Effektes können mit Hilfe dieser Maxima wichtige Aufschlüsse erhalten werden. Da der Wert von  $\bar{E} + \mu - R(2)$  gemäss Abb. 2. nach 1937 abnehmen musste, liegen die zwei Maxima auf dem aufsteigenden Aste der  $m^{\max}$ -Kurve. Dann muss aber die  $m^{\max}$ -Kurve zu diesen Epochen nach Formel (2) um  $-28^P.2$  gegen diejenige für 1937 verschoben sein, angenommen, dass die Gestalt der  $m^{\max}$ -Kurve sich während eines Jahres nicht wesentlich geändert hat. Jedenfalls kann aber so viel behauptet werden, dass die Werte von  $\bar{E} + \mu - R(2)$  bzw.  $\bar{E} + \lambda - R(2)$  nach  $E = +5000$  viel stärker herabzunehmen begannen, als in Abb. 2. gezeichnet worden ist. Da der genaue Verlauf der  $\Delta t$ - und  $m^{\max}$ -Kurve für 1938 nicht näher bestimmt werden kann, müssen wir uns mit Näherungswerten bzw. mit Grenzwerten für  $a$  und  $\bar{E} + \mu - R(2)$  begnügen. Falls der Blažko-Effekt in 1938 gleich demjenigen in 1937 gewesen wäre, würden wir mit Hilfe unserer Maxima aus 1938  $\bar{t} - R(1) = a = -0^d.3006$ ,  $\bar{E} + \mu - R(2) = -11^P.0$  und  $\bar{t}^{\max} - R(1) = -0^d.2734$  bekommen. Nach 1938 kennen wir den Verlauf des Blažko-Effektes erst für 1941. Mit Hilfe der für dieses Jahr gültigen  $\Delta t$ - und  $m^{\max}$ -Kurve, erhalten wir ebenso:

$$\bar{t} - R(1) = a = -0^d.2819, \quad \bar{E} + \mu - R(2) = -3^P.5, \quad \bar{t}^{\max} - R(1) = -0^d.2643.$$

Die wirklichen Werte von  $a$ ,  $\bar{t}^{\max} - R(1)$  und  $\bar{E} + \mu - R(2)$  dürften zwischen diesen Grenzen liegen, wahrscheinlich etwas näher den ersteren. Wir nehmen als wahrscheinlichste Werte für die Epoche  $\bar{E} = +5609$

$$a = -0^d.296, \quad \bar{t}^{\max} - R(1) = -0^d.270, \quad \bar{E} + \mu - R(2) = -8^P.$$

Leider können wir für  $\bar{E} + \lambda - R(2)$  durch analoge Betrachtungen nur die sehr weiten Grenzen  $-34^P.4$  und  $-14^P.2$  erhalten. Dies zeigt so viel, dass auch  $\bar{E} + \lambda - R(2)$ , ähnlich  $\bar{E} + \mu - R(2)$ , nach  $E = +5000$  eine schnelle Abnahme erfahren hat.

Die drei beobachteten Maxima aus 1936 fallen in die Nähe des Maximums der  $m^{\max}$ -Kurve. Sie zeigen, dass  $\bar{E} - \mu - R(2)$  im Herbst 1936 etwas kleiner war, als in 1937. Übrigens lassen sich die  $t$ - und  $t^{\max}$ -Werte befriedigend darstellen, wenn wir annehmen, dass der Blažko-Effekt in 1936 mit dem in 1937 übereinstimmte und dass, für  $E = +4110$  laut Formel (4)  $t - R(1) = -0^d.2550$  war.

Es ist recht bedauernswert, dass wir für 1936 und 1938, wo der Blažko-Effekt und die Hauptperiode sich so rasch änderten, mit so unsicheren Daten zufrieden sein müssen. Glücklicherweise liegen in Leiden, wie den Jahresberichten der Leidener Sternwarte zu entnehmen ist,\* aus den Jahren 1935—1938 noch unveröffentlichte Beobachtungen vor, die hoffentlich die genauere Festlegung dieser Änderungen ermöglichen werden.

\* BAN 7. 326, 369 Beobachtungen in 1935; BAN 8. 132, 646 Beobachtungen in 1936; BAN 8. 282, 382 Beobachtungen in 1937; BAN 8. 352, 304 Beobachtungen in 1938.



Die Perioden der Änderungen des Blažko-Effektes. In Tabelle 14. sind alle Daten zusammengestellt, die wir zur genaueren Bestimmung der Periodizitäten in den Änderungen des Blažko-Effektes und der Hauptperiode benutzt haben. Dabei sind die auf S. 23—24. erörterten Verbesserungen an die Amplituden von  $\Delta t$  und von  $m^{max}$  und an  $\bar{E} + \lambda - R(2)$  angebracht. Für die Beobachtungen von Blažko sind die entsprechenden Daten für die Amplitude von  $\Delta t$  und für  $\bar{t} - R(1)$  in Tab. 5. unter  $A$ , bzw.  $a$  zu finden, während die Grössen  $\bar{E} + \lambda - R(2)$  der Tab. 8. zu entnehmen sind. Die Werte von  $\bar{t}^{max} - \bar{t}$  und  $\bar{t}^{max} - R(1)$  sind in Tab. 15. angegeben.

In Abb. 9. sind untereinander die Werte von  $\bar{E} + \lambda - R(2)$  und die doppelte Amplitude von  $\Delta t$  gegen die Epochenzahl aufgetragen. Auf Grund dieser Figur können wir die wichtige Feststellung machen, dass die Amplitudenänderungen des Blažko-Effektes in  $t$  ebenso periodisch verlaufen, wie die Änderungen der Periode  $p$  des Blažko-Effektes selbst. Dies gilt auch für die Amplitude der Schwankung des Zeitpunktes des Maximums ( $t^{max}$ ), da die Amplitude

Tabelle 14.

+	Doppelte Amplitude von $\Delta t$ (0.0001)	$\Delta t^{max}$ (0.0001)	$m^{max}$ (0.001)	$\bar{t} - R(1)$ (0.0001)	$\bar{t}^{max} - \bar{t}$ (0.0001)	$\bar{t}^{max} - R(1)$ (0.0001)	$\bar{E} + \mu - R(2)$ (Einheit: P)	$\bar{E} + \lambda - R(2)$
4110	—	—	<80	—2550	(+319)	(—2231)	+15,2:	—6,2:
4825	700	953	80	—3061	+319	—2742	+17,2	—6,2
5609	—	—	—	—2960:	(+260)	—2700:	—8,0:	(—22,1)
8103	473	476	56	—1245	+198	—1047	—19,0	—31,1
8874	482	460:	50	—0867	+190	—0677	—21,7	—28,2
10618	594	618	47	—0176	+274	+0098	—20,6	—31,1
11441	622	595:	47	+0174	+281	+0455	—23,4	—29,0
14646	(>324)	(550:)	50:	+1471	(+160:)	(+1631)	—27:	—45,3:
15534	358	386	63:	+1812	+243	+2055	—25,5:	—40,7
16383	430	408	47	+2293	+227	+2520	—27,6	—37,8
17032	436	430	47	+2673	+278	+2951	—23,3	—39,5

Tabelle 15.

$\bar{E}$	$\bar{t}^{max} - \bar{t}$ (0.0001)	$\bar{t}^{max} - R(1)$ (0.0001)
—20640	—0642	—0398
—19780	—0363	—0096
—19050	—0102	+0111
—17382	+0386	+0638
—13175	+1554:	+1796:
—7572	+1907	+2124

von  $\Delta t^{max}$  mit der von  $\Delta t$  wächst. Abb. 10. zeigt diesen Zusammenhang für die Budapester Beobachtungen. Es erübrigt sich damit die  $\Delta t^{max}$  gesondert zu betrachten, da dies nichts Neues bringen würde.

Die Änderungen der Amplitude von  $\Delta t$  sind im Vergleich zu dem mittleren Fehler der Beobachtungen viel grösser, als die Änderungen des Wertes von  $\bar{E} + \lambda - R(2)$ . Besonders ist die Amplitude der kürzeren Periode in  $\Delta t$  ( $A$ ) sehr gross im Vergleich zu der entsprechenden Amplitude von  $\bar{E} + \lambda - R(2)$ . Die extremen Werte von  $A$  fallen mit denen von  $\bar{E} + \lambda - R(2)$  zeitlich zusammen. Die Änderungen von  $A$  sind auch in den Beobachtungen von Blažko gut zu erkennen. Diese können somit zu einer genaueren Bestimmung der kürzeren Periode dieser Änderungen benutzt werden.

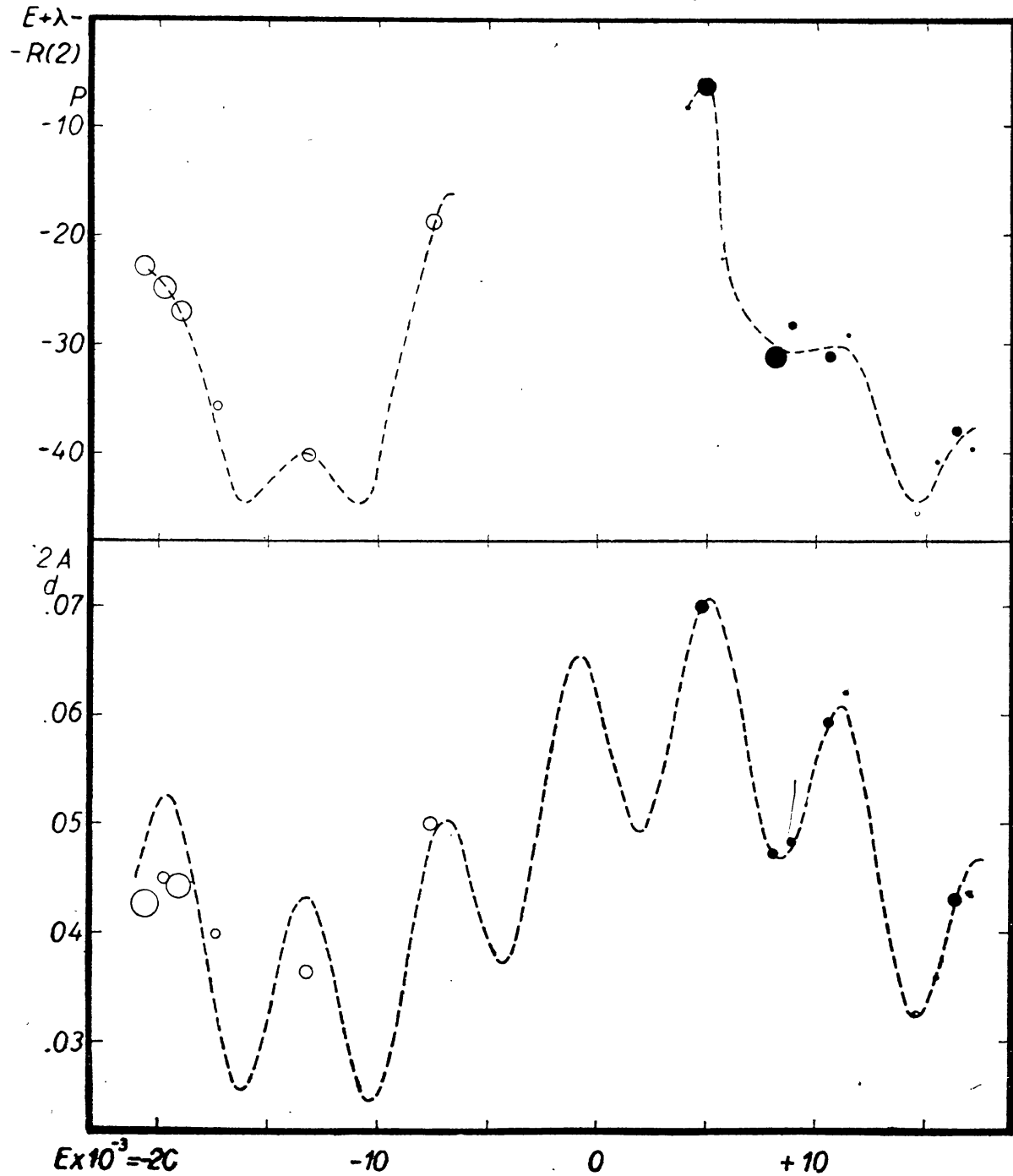


Abb. 9. Oben: Werte von  $\bar{E} + \lambda - R(2)$ . Unten: Die doppelte Amplitude von  $\Delta t$ . Die Budapester photographischen Beobachtungen sind mit vollen, die visuellen Beobachtungen von *Blažko* und *Batizeo* mit leeren Kreisen bezeichnet. Der Flächeninhalt der Kreise ist dem Gewicht der entsprechenden Angabe proportional. Die gestrichelte Kurve für  $2A$  ist aus den Budapester Beobachtungen allein bestimmt worden (s. Text.)

Ein gut erkennbares Maximum von  $A$  liegt bei  $E = -19300$ , während nach unseren Beobachtungen ein Maximum für  $E = +11400$  auftritt. Da, wie später gezeigt wird,  $E + \lambda - R(2)$  in 1937 noch in Zunahme begriffen war, während in 1938 schon eine starke Abnahme erlitten hat, muss ein Maximum nahe  $E = +5000$  eingetreten sein. Danach beträgt die kürzere Periode  $p_2$  in der Änderung von  $A$  und  $E + \lambda - R(2)$  etwas mehr als  $6000^P$ . Das Zeitintervall von 30700 Epochen zwischen dem Blažkoschen und dem Budapester Maximum von  $A$  beträgt also das Fünffache dieser Periode. Dies gibt für  $p_2$  den genaueren Wert

$$p_2 = 6140^P = 65^P \cdot 4 = 2719^d = 7,45 \text{ Jahre}$$

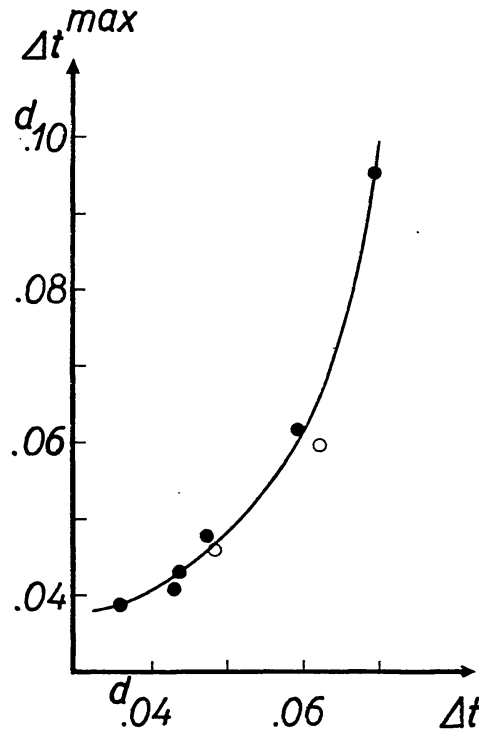


Abb. 10. Zusammenhang zwischen den Amplituden von  $\Delta t$  und  $\Delta t^{\max}$ . Unsichere Werte sind mit leeren Kreisen bezeichnet.

Viel ungenauer lässt sich die längere Periode, die wir mit  $p_3$  bezeichnen, bestimmen. Wie aus Abb. 9. zu ersehen ist, erreicht dieser lange Zyklus sein Minimum für  $A$  und für  $E + \lambda - R(2)$  um  $E = -13500$  und sein Maximum um  $E = +1500$ . Daraus würde sich im Fall eines rein sinusoidalen Zyklus  $p_3 = 30000$  ergeben und ein zweites Minimum müsste um  $E = +16500$  eintreten. Dies könnte in Abb. 9. mit den Werten von  $E + \lambda - R(2)$  in Einklang gebracht werden, bestimmt nicht aber für  $A$ , wo das zweite Minimum erst später eintreten scheint. Die Angelegenheit wird noch erschwert dadurch, dass dieses zweite Minimum für  $A$  höher liegt, als das erste. Entweder sind die aus den Beobachtungen von Blažko resultierenden  $A$ -Werte systematisch um etwa  $0,003$  kleiner, als unsere  $A$ -Werte, oder ist dieser lange Zyklus selbst wieder nur eine Welle auf einem noch viel längeren Zyklus. Es ist auch möglich, dass die Amplitude der kürzeren Schwankung im Laufe des längeren Zyklus sich ändert. Leider kann das Problem durch das Diagramm für

$\bar{E} + \lambda - R(2)$  nicht gefördert werden, da hier eventuell noch eine Korrektur an  $p$  anzubringen ist, wofür in (2)  $p = 93^P 95$  angesetzt wurde. Somit müssen wir uns mit dem rohen Näherungswert

$$p_3 = 34000^P = 15000^d = 5.53^{P2} = 41 \text{ Jahre}$$

begnügen.

Im unteren Teil der Abb. 9. stellt die gestrichelte Kurve die Summe zweier Sinusformel dar, die aus den Budapester Beobachtungen allein nach der Methode der kleinsten Quadrate abgeleitet wurde:

$$2A = +0.0469 + 0.0101 \sin \frac{2\pi}{p_2} (E - 3645) + 0.0139 \sin \frac{2\pi}{p_3} (E + 4363) \dots (6)$$

Diese Formel stellt die Budapester Beobachtungen und diejenigen von *Batirev* sehr gut dar, während die  $A$ -Werte aus den *Blažkoschen* Beobachtungen meistens kleiner sind. Eine ähnliche Ausgleichung für alle Beobachtungen stellt die Budapester Beobachtungen unbefriedigend dar. Welche der früher erwähnten Komplikationen daran Schuld ist, kann gegenwärtig nicht entschieden werden. Eine nähere Diskussion dieser Frage wird sich wohl erst nach 2—3 Jahren lohnen, nachdem der Wert von  $p_3$  mit grösserer Genauigkeit bestimmbar sein wird.

Die starke Abweichung zwischen den *Blažkoschen* Beobachtungen und den unsrigen, die wir für die Amplitude des *Blažko*-Effektes in [20] gefunden haben, erklärt sich an Hand der Abb. 9. dadurch, dass die Beobachtungen im Jahre 1937 in beiden Perioden  $p_2$  und  $p_3$  in die maximale Phase gefallen sind, während die Beobachtungen von *Blažko*, mit Ausnahme derjenigen im Jahre 1922, zur Zeit des Minimums des längeren Zyklus angestellt wurden.

Für  $\bar{E} + \lambda - R(2)$  kann durch eine ähnliche Formel wie (6) keine befriedigende Darstellung erzielt werden, nicht einmal für die Budapester Beobachtungen getrennt. Die erprobten Ausgleichungen ergaben eine zu grosse Amplitude für die kürzere Periode. Dies scheint hauptsächlich daran zu liegen, dass der längere Zyklus in  $\bar{E} + \lambda - R(2)$  nicht sinusoidal verläuft, sondern  $p_3$  nach  $E = +5000$ , ähnlich der Hauptperiode  $P$ , eine starke Änderung zeigt. Somit begnügen wir uns mit einer graphischen Ausgleichung, indem für die Amplitude der kürzeren Periode in  $E + \lambda - R(2)$  der Wert  $4^P$  angenommen wurde. Die Amplitude der längeren Periode kann auf etwa das Zehnfache veranschlagt werden. Mit dem Einzeichnen der gestrichelten Kurve in Abb. 9. wollten wir nur so viel zeigen, dass die extremen Werte von  $E + \lambda - R(2)$  mit denen von  $A$  zusammenfallen.

\* Aus den *Blažkoschen* und den Budapester Beobachtungen ergibt sich die Formel:

$$E + \lambda - R(2) = -18^P 6 - 0.0397 e - 7^P 3 \sin \frac{2\pi}{p_2} E - 0.5 \cos \frac{2\pi}{p_2} E + \\ + 5^P 6 \sin \frac{2\pi}{p_3} E + 17^P 4 \cos \frac{2\pi}{p_3} E.$$

Dieser Formel gegenüber zeigen die Beobachtungen für  $E > +15000$  systematische Abweichungen, daneben sind die Abweichungen auch für  $E = -13175$  und  $E = +10818$  ziemlich gross.

Die Periode  $p_1 \sim 3p$ . In den Abbildungen 3—8. sind die Beobachtungsergebnisse für verschiedene Zyklen des Blažko-Effektes mit verschiedenen Zeichen eingetragen worden. Wo mehrere Zyklen gut durchbeobachtet sind, wie in den Jahren 1937 und 1941, sind systematische Unterschiede zwischen den einzelnen Zyklen augenscheinlich. In dem Blažko-Effekt treten also neben den langperiodischen Änderungen von der Periode  $p_2$  und  $p_3$  noch raschere Veränderungen auf.

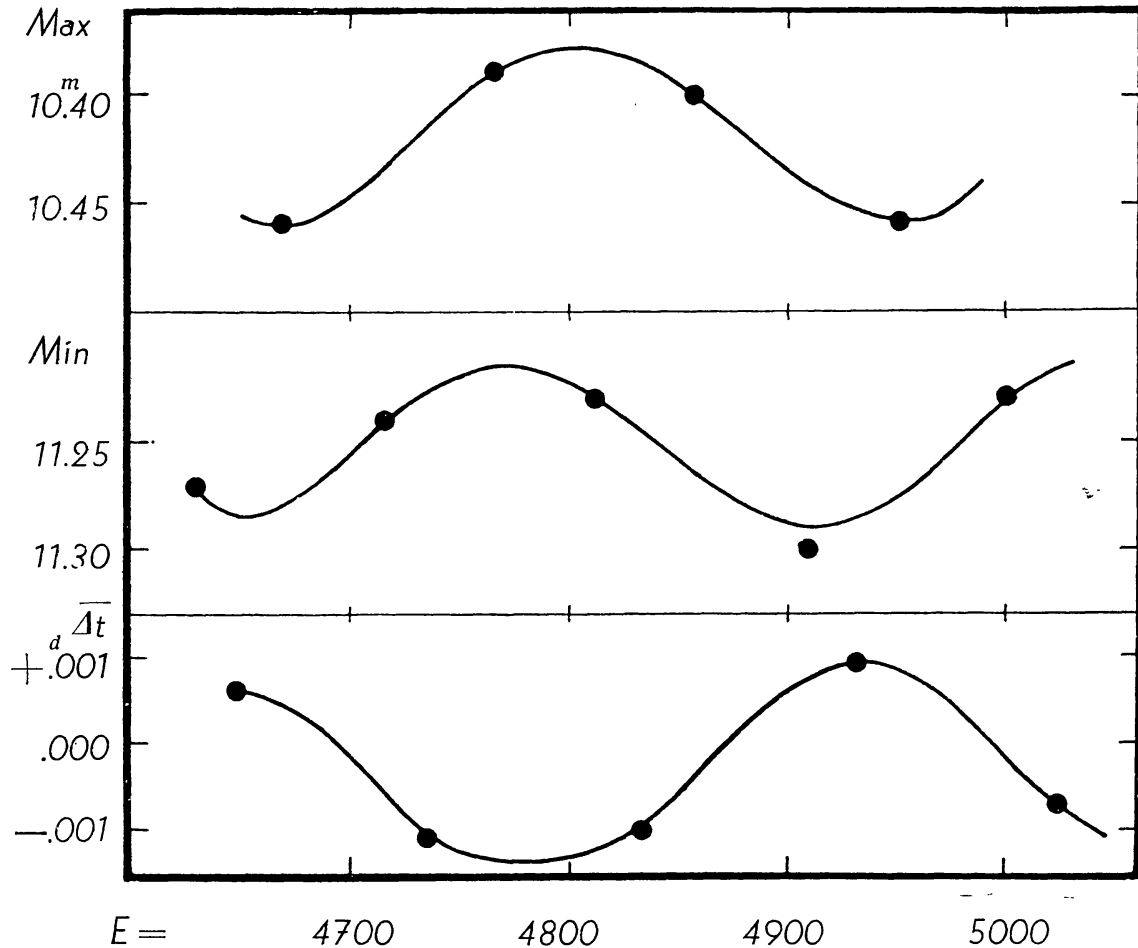
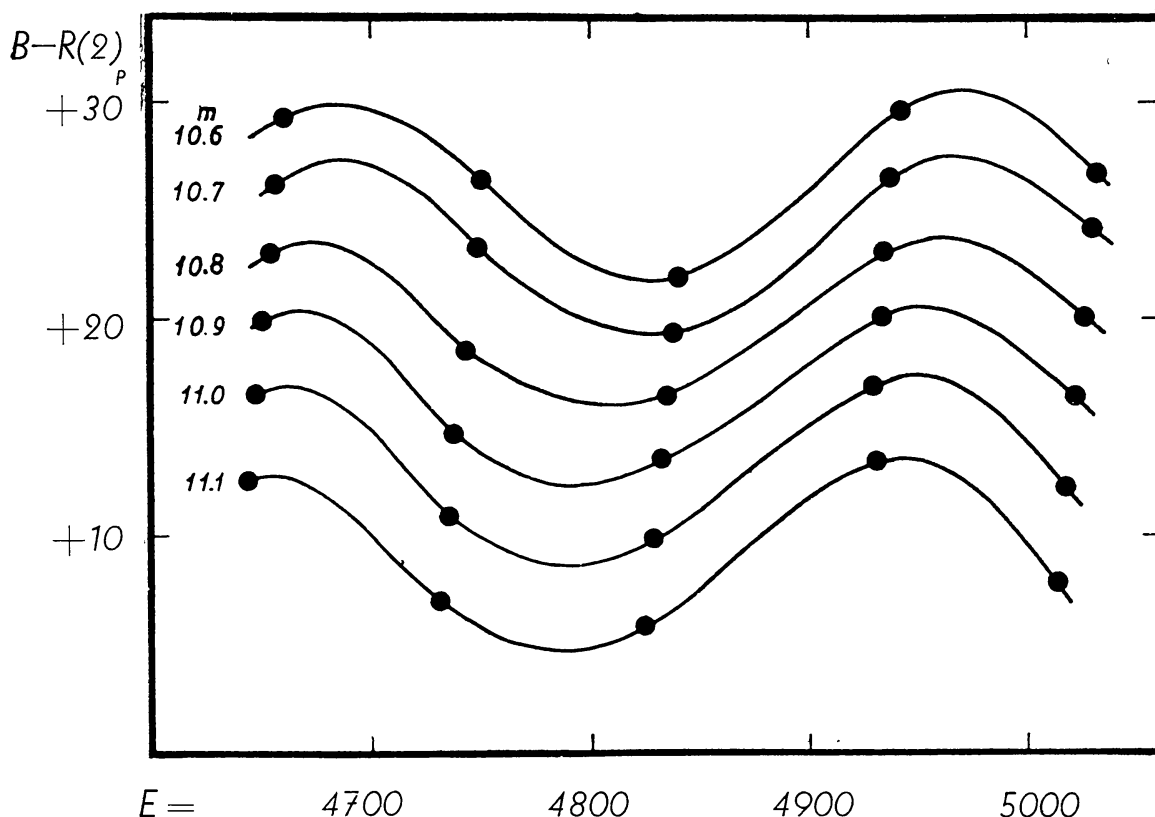


Abb. 11. Oben: Die maximalen Werte von  $m^{max}$  für die verschiedenen Zyklen des 41 tägigen Blažko-Effektes im Jahre 1937. Mitte: Die Minimumwerte von  $m^{max}$ . Unten: Mittelwert von  $\Delta t$  für verschiedene Zyklen des Blažko-Effektes.

Die Frage, ob auch diese Änderungen periodisch verlaufen, lässt sich am besten an Hand der Beobachtungen aus dem Jahre 1937 entscheiden. In diesem Jahre sind 5 Zyklen des 41 tägigen Blažko-Effektes so dicht mit Beobachtungen besetzt, dass der Verlauf von  $m^{max}$  und  $\Delta t$  für jeden Zyklus getrennt mit genügender Genauigkeit gezeichnet werden kann. Dies gilt besonders für  $m^{max}$ . In Tab. 16. sind die extremen Werte von  $m^{max}$  samt den entsprechenden Epochen angegeben. Abb. 11. zeigt gut den systematischen Charakter dieser Änderungen, und zwar in einem Zyklus von ungefähr 280 Epochen, gleich nahe dem Dreifachen der Periode  $p$  des Blažko-Effektes. Die totale Schwankung beträgt etwa 0.008.

Tabelle 16. Maxima und Minima der  $m^{max}$  — Kurve im Jahre 1937.

Minima		Maxima	
$E$	$m^{max}$	$E$	$m^{max}$
4628	11,27	4669	10,46
4715	11,24	4765	10,39
4811	11,23	4857	10,40
4908	11,30	4953	10,46
5002	11,23	—	—

Abb. 12. Darstellung der Epochen, zu denen  $m^{max}$  im Jahre 1937 bei Zunahme der maximalen Helligkeit in verschiedenen Zyklen des Blažko-Effektes die Werte  $10^m 6$ ,  $10^m 7$ , ...,  $11^m 1$  angenommen hat, durch Formel (2).

Etwas unsicherer lassen sich die Änderungen von  $\Delta t$  bestimmen. Die in Abb. 11. unten dargestellten Werte von  $\Delta t$  bedeuten für die einzelnen Zyklen den Mittelwert der Abweichungen von der ausgleichenden Kurve in Abb. 6. Auch hier ist der Zyklus von ungefähr 280 Epochen vorhanden. Das Minimum von  $\Delta t$  fällt mit dem Maximum von  $m^{max}$  zusammen.

In Tabelle 17. haben wir die Epochen angegeben, zu denen  $m^{max}$  während seiner Zunahme verschiedene Helligkeitsgrößen passierte. Die Abweichungen dieser Daten von der linearen Formel (2) sind in Abb. 12. dargestellt. Diese Abbildung zeigt am deutlichsten, dass im Lichtwechsel von RW Draconis eine Periode von ungefähr 280 Epochen vorhanden ist. Wir bezeichnen diese neue Periode mit  $p_1$ . Da alle Kurven in Abb. 12. im zweiten Zyklus einen höheren Maximalwert erreichen, als im ersten, muss  $\bar{E} + \lambda - R(2)$  im Jahre 1937 noch in Zunahme begriffen gewesen sein.

Tabelle 17. Epochen für den aufsteigenden Ast der  $m^{\max}$ -Kurve im Jahre 1937.

$m =$	10,6	10,7	10,8	10,9	11,0	11,1
$E_1$	4658,7	4655,7	4652,5	4649,4	4646,2	4642,1
$E_1 - R(2)$	+ 29,2	+ 26,2	+ 23,0	+ 19,9	+ 16,7	+ 12,6
$E_2$	4749,9	4746,8	4742,0	4738,2	4734,3	4730,5
$E_2 - R(2)$	+ 26,4	+ 23,3	+ 18,5	+ 14,7	+ 10,9	+ 7,0
$E_3$	4839,3	4836,7	4833,8	4830,9	4827,2	4823,2
$E_3 - R(2)$	+ 21,9	+ 19,3	+ 16,4	+ 13,5	+ 9,8	+ 5,8
$E_4$	4941,4	4937,9	4934,5	4931,5	4928,2	4924,8
$E_4 - R(2)$	+ 29,7	+ 26,5	+ 23,1	+ 20,1	+ 16,8	+ 13,4
$E_5$	5031,8	5029,5	5025,5	5021,5	5017,5	5013,0
$E_5 - R(2)$	+ 26,5	+ 24,2	+ 20,2	+ 16,4	+ 12,2	+ 7,7

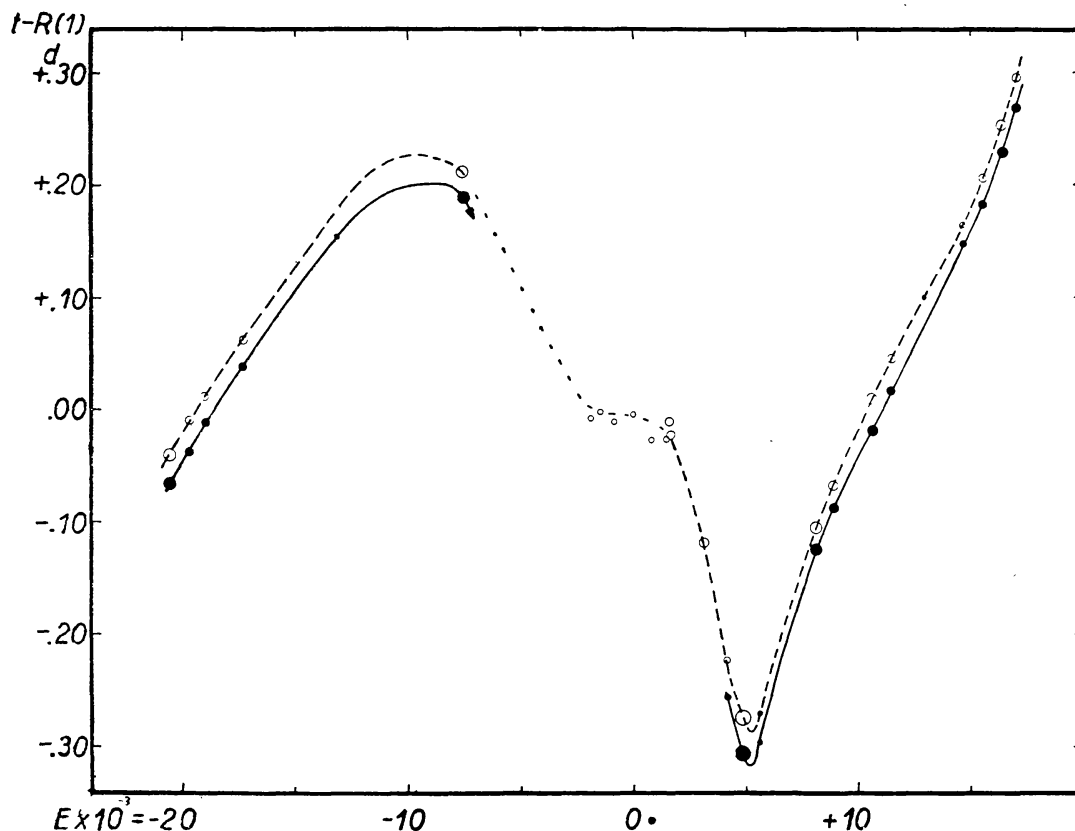


Abb. 13. Zur Änderung der Hauptperiode  $P$ . Volle Kreise stellen die Werte von  $a$  aus Tab. 5. dar. Leere Kreise bedeuten die Werte  $\bar{m}^{\max} - R(1)$  aus Tab. 14. und Tab. 15. ergänzt durch Maxima von Nijland, Dombrowsky und Soloviev.

Entsprechende Kurven können auch für das Jahr 1941 abgeleitet werden. So sind z. B. die Werte von  $B - R(2)$  für  $m^{\max} = 10,9$  in drei aufeinander folgenden Zyklen +67,8, +63,3, +65,9 entsprechend den Epochen 7985,6, 8075,0, 8171,5. Das Minimum von  $B - R(2)$  tritt also für  $E = 8075$  ein. Aus Abb. 12. ergibt sich für die entsprechende Epoche  $E = 4792$ . Der Epochenunterschied von 3283 führt zu dem verbesserten Wert von  $p_1 = 3283 : 12 = 274$  Epochen. Diese Verbesserung muss aber mit Vorbehalt angenommen werden, da  $p_1$  möglicherweise, ähnlich  $p$ , im Zeitintervall 1937—1941 eine starke Abnahme erfahren konnte. Die Veränderungen von  $p_1$  können aber an Hand des gegenwärtigen Beobachtungsmaterials nicht näher diskutiert werden.



Der Blažko-Effekt von RW Draconis enthält also folgende Perioden:

$$p=94^P, \quad p_1=280^P, \quad p_2=6140^P, \quad p_3=34000^P$$

RW Draconis ist der dritte RR Lyrae-Veränderliche, bei dem der Blažko-Effekt durch eine etwa dreimal längere Periode begleitet ist. Ein solcher Fall wurde zuerst von *Walraven* für RR Lyrae gefunden (BAN XI. 17. 1949). Noch deutlicher ist dies im Lichtwechsel von RW Cancrī zu erkennen (Budapest Mitt. 23.). Nach vorläufigen, unpublizierten Resultaten von *I. Guman* tritt auch in den Lichtkurvenänderungen von RZ Lyrae dieses Periodenverhältnis von 1:3 auf.

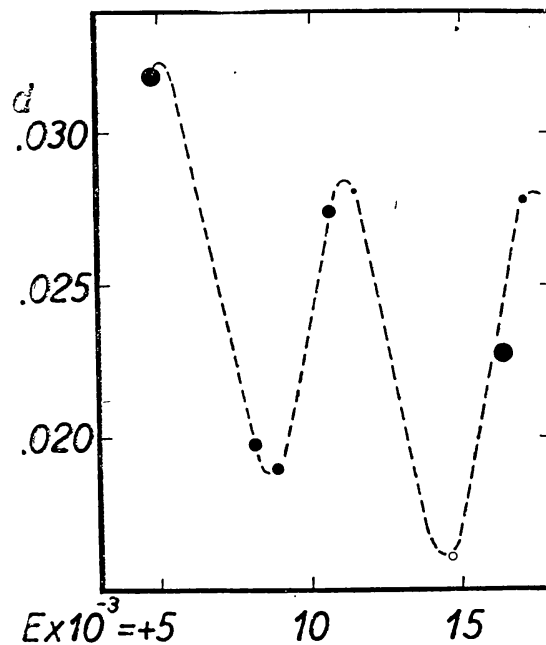


Abb. 14. Die Änderungen von  $\bar{P}^{max} - \bar{P}$ .

*Die Veränderungen der Hauptperiode.* In Abb. 13. sind alle Daten dargestellt, die gegenwärtig zur Untersuchung der Veränderungen der Hauptperiode  $P$  zur Verfügung stehen. Neben den Blažkoschen und den Budapester Beobachtungen sind die Abweichungen von Formel (1) auch für die Normalmaxima von *Dombrowsky* [17] und *Soloviev* [18], und für die ziemlich unsicheren Maxima von *Nijland* [14] eingezeichnet. Die vollen Kreise und die ausgezogene Kurve stellen die von dem Blažko-Effekt befreiten Daten für die Mitte des aufsteigenden Astes dar, während die Maxima durch leere Kreise und gestrichelte Kurve angegeben sind.

Nach dieser Abbildung erreichte die Hauptperiode ihre extremen Werte kurz vor und nach der Epoche  $E=5000$ , in deren Nähe die Hauptperiode eine sehr rasche, wenn nicht sprunghafte Änderung erlitten hat. Für  $E=4500$  war  $P=0^d.442837$ , für  $E=5500$   $P=0.442957$ . Die Veränderung betrug danach  $0^d.000120 = 8^s.8$ . Übrigens zeigt das Diagramm Veränderungen von sehr langem Zyklus. Die Budapester Beobachtungen zeigen daneben eine Welle auf dem aufsteigendem Ast der  $B-R(1)$  - Kurve, deren Länge noch nicht bestimmt werden kann, dürfte aber etwa 10000 Epochen betragen. Durch diese Welle ist die Periode  $p_2$  verdeckt, die sich auch in diesem Diagramm



sich zeigen müsste. Nämlich ändert sich der Wert von  $\bar{t}^{max}-\bar{t}$ , wie Abb. 14. zeigt, mit der Periode  $p_2$ . So müsste sich diese Periode entweder in  $\bar{t}^{max}-R(1)$  oder in  $a$ , oder in beiden erscheinen.

Eine formelmässige Darstellung dieser Änderungen würde sich gegenwärtig kaum lohnen.

Unser Beobachtungsmaterial ermöglicht auch die Untersuchung der Lichtkurvenänderungen ausserhalb des Maximums. Diese Frage und die Interpretation der Periodenänderungen wird vom zweiten von uns in einer späteren Arbeit behandelt.

Zum Schluss möchten wir Herrn *Mersits* und Herrn *D. Elter* für die Aufnahmen, Frau *Kata Balassa* für Hilfe bei den Reduktionen und Herrn *Lovas* für die Zeichnungen danken.

Tabelle 18. Die Beobachtungen.

J. D. $\odot$ 24284. .	Gr.	J. D. $\odot$ 24284. .	Gr.	J. D. $\odot$ 24284. .	Gr.	J. D. $\odot$ 24284. .	Gr.
26.2744	12.17	26.3932	11.20	30.2867	11.11	34.2993	11.04
.2765	12.23	.3952	11.19	.2888	11.02	.3035	11.00
.2786	12.10	.3973	11.25	.2909	10.96	.3056	11.12
.2827	12.12	.4105	11.34	.2930	10.92	.3076	11.02
.2848	12.20	.4126	11.32	.2950	10.82	.3097	11.10
.2869	12.27	.4147	11.40	.2971	10.70	.3118	11.08
.2890	12.18	.4168	11.54	.2992	10.65	.3139	11.14
.2911	12.17	.4189	11.46	.3015	10.57	.3160	11.20
.3077	11.90	.4219	11.51	.3035	10.70	.3181	11.24
.3098	11.79	.4251	11.61	.3055	10.74	.3201	11.16
.3119	11.70	.4272	11.52	.3075	10.60	.3222	11.24
.3140	11.55	.4293	11.60	.3098	10.64		
.3161	11.52	.4314	11.62	.3119	10.65	24286..	
.3182	11.40	.4334	11.63	.3140	10.65		
.3209	11.32			.3161	10.78	56.5247	11.76
.3230	11.03	28.3933	12.30	.3182	10.80	.5275	11.78
.3258	10.94	.3959	12.35	.3202	10.85	.5302	11.74
.3286	10.78	.3980	12.33	.3223	10.77	.5330	11.75
.3307	10.62	.4002	12.30	.3244	10.85	.5357	11.60
.3334	10.58	.4023	12.42	.3265	10.78	.5386	11.73
.3355	10.56	.4045	12.28	.3285	10.77	.5414	11.63
.3376	10.62	.4065	12.41	.3307	10.84	.5442	11.60
.3397	10.60	.4085	12.26	.3327	10.92	.5469	11.58
.3418	10.59	.4106	12.38			.5497	11.55
.3439	10.60	.4127	12.45	34.2590	11.10	.5525	11.52
.3459	10.64	.4148	12.42	.2611	10.96	.5553	11.60
.3480	10.64	.4169	12.35	.2632	10.90	.5580	11.48
.3501	10.72	.4190	12.30	.2653	10.70	.5608	11.47
.3522	10.76	.4210	12.38	.2684	10.73	.5630	11.44
.3543	10.68	.4231	12.27	.2715	10.65	.5708	11.32
.3564	10.77			.2736	10.73	.5799	11.40
.3584	10.72	30.2638	12.18	.2757	10.70		
.3716	10.87	.2659	12.02	.2778	10.72	57.4506	11.52
.3744	10.80	.2680	11.90	.2799	10.85	.4527	11.47
.3765	10.98	.2700	12.00	.2819	10.78	.4548	11.48
.3786	11.10	.2721	11.90	.2840	10.72	.4569	11.55
.3807	10.95	.2742	11.66	.2868	10.78	.4589	11.28
.3827	11.08	.2763	11.61	.2889	10.80	.4610	11.40
.3848	11.00	.2784	11.60	.2910	10.91	.4631	11.28
.3869	11.05	.2805	11.42	.2931	10.95	.4652	11.40
.3890	11.20	.2825	11.48	.2951	10.97	.4673	11.38
.3911	11.17	.2846	11.30	.2972	10.86	.4694	11.31

J. D. $\odot$ 24286. .	Gr.	J. D. $\odot$ 24286. .	Gr.	J. D. $\odot$ 24286. .	Gr.	J. D. $\odot$ 24287. .	Gr.
57.4714	II.33	65.4489	II.58	84.4643	IO.80	08.4413	IO.88
.4725	II.30	.4517	II.55	.4664	IO.75	.4454	IO.85
.4755	II.40	.4545	II.60	.4685	IO.87	.4517	IO.84
.4777	II.32	.4573	II.45	.4705	IO.82	.4538	IO.97
.4809	II.26	.4599	II.42	.4767	IO.82	.4559	IO.92
.4839	II.15	.4635	II.30	.4788	IO.72	.4580	IO.87
.4860	II.32	.4656	II.23	.4809	IO.73	.4600	IO.86
.4881	II.28	.4691	II.32	.4829	IO.88	.4621	II.00
.4902	II.32	.4712	II.25	.4850	IO.78		
.4923	II.17	.4745	II.24	.4871	IO.86	12.3662	II.95
.4944	II.15	.4774	II.25	.4892	IO.92	.3683	II.92
.4964	II.20	.4800	II.23	.4913	IO.81	.3703	II.86
.4985	II.30	.4827	II.20	.4934	IO.79	.3724	II.85
.5006	II.28	.4855	II.14	.4954	IO.90	.3745	II.80
.5027	II.34	.4883	II.16	.4975	IO.95	.3766	II.77
.5048	II.17	.4911	II.20	.4996	II.00	.3787	II.65
.5069	II.20	.4942	II.18			.3808	II.60
.5100	II.26	.4962	II.09	92.3952	II.15	.3828	II.63
.5131	II.35	.4983	II.15	.3973	II.12	.3849	II.60
.5162	II.36	.5015	II.15	.3994	II.14	.3870	II.44
		.5036	II.18	.4015	II.24	.3891	II.35
62.3098	II.15	.5057	II.10	.4036	II.15	.3912	II.40
.3140	II.03	.5077	II.18	.4057	II.18	.3933	II.31
.3183	II.90	.5098	II.15	.4077	II.12	.3953	II.20
.3223	II.86	.5119	II.16	.4098	II.08	.3974	II.17
.3265	II.81	.5140	II.15	.4119	II.12	.4037	IO.92
.3308	II.76			.4140	II.13	.4058	II.00
.3348	II.71	72.5147	II.91	.4161	II.22	.4078	IO.85
.3401	II.61	.5168	II.04	.4182	II.12	.4099	IO.75
.3463	II.50	.5189	II.86	.4202	II.04	.4120	IO.88
		.5209	II.91	.4223	II.13	.4141	IO.85
64.5154	II.20	.5230	II.75	.4244	II.10	.4183	IO.70
.5182	II.22	.5251	II.78	.4265	II.13	.4203	IO.75
.5209	II.18	.5272	II.70	.4286	II.14	.4224	IO.75
.5237	II.20	.5293	II.58	.4307	II.10	.4245	IO.80
.5267	II.23	.5314	II.48	.4327	II.10	.4266	IO.81
.5295	II.15	.5334	II.40	.4358	II.17	.4287	IO.78
.5322	II.18	.5355	II.28	.4390	II.18		
.5364	II.20	.5376	II.25	.4411	II.30	.4349	IO.97
.5405	II.09	.5397	II.08			.4370	IO.90
.5434	II.12	.5418	IO.90	24287..		.4391	II.06
.5461	II.10	.5439	IO.80	08.3579	II.16		
.5489	II.03	.5459	IO.78	.3614	II.24	19.4417	II.02
.5517	II.86	.5480	IO.77	.3676	II.30	.4444	II.90
.5545	II.78	.5501	IO.63	.3739	II.12	.4472	II.86
.5572	II.65	.5522	IO.72	.3788	II.08	.4500	II.48
.5600	II.73	.5543	IO.63	.3829	II.00	.4521	II.30
.5628	II.66			.3871	II.81	.4542	II.15
.5655	II.62	84.4392	II.16	.3913	II.86	.4563	II.11
.5684	II.70	.4413	II.24	.3954	II.80	.4583	IO.90
.5711	II.55	.4434	II.03	.4038	II.80	.4604	IO.70
		.4454	IO.97	.4079	II.62	.4625	IO.55
.4267	II.95	.4475	IO.88	.4121	II.48	.4646	IO.42
65.4295	II.10	.4496	IO.90	.4163	II.38	.4667	IO.44
.4322	II.88	.4517	IO.88	.4204	II.26	.4688	IO.56
.4350	II.92	.4538	IO.75	.4246	II.08	.4708	IO.35
.4378	II.88	.4559	IO.86	.4288	IO.98	.4729	IO.50
.4405	II.80	.4580	IO.75	.4329	IO.95	.4750	IO.40
.4434	II.75	.4601	IO.77	.4371	IO.92	.4771	IO.55
.4461	II.70	.4622	IO.73			.4792	IO.53

3\*

J. D. ⊙ 24287. .	Gr.	J. D. ⊙ 24287. .	Gr.	J. D. ⊙ 24287. .	Gr.	J. D. ⊙ 24287. .	Gr.
35.3601	11.20	54.4625	11.12	58.4682	10.60	74.3483	11.25
.3626	11.22	.4646	10.88	.4702	10.63	.3504	11.20
.3647	11.17	.4667	10.60	.4723	10.68	.3525	11.11
.3668	11.08	.4688	10.65	.4744	10.75	.3545	11.00
.3689	11.16	.4708	10.55	.4765	10.73	.3567	11.01
.3709	11.04	.4729	10.60	.4786	10.80	.3587	11.25
.3730	11.18	.4750	10.50			.3629	11.15
.3751	11.17	.4771	10.55	66.3469	12.10	.3650	11.00
.3779	11.14	.4792	10.62	.3490	12.15	.3671	11.16
		.4813	10.80	.3553	12.00	.3692	11.10
.3844	11.05	.4833	10.65	.3573	12.00	.3754	10.98
.3869	11.13	.4854	10.58	.3622	11.90	.3775	10.95
.3922	11.18	.4875	10.70	.3643	11.95	.3795	11.18
.3973	11.24	.4896	10.58	.3742	11.70	.3817	11.16
.4057	11.30	.4917	10.55	.3761	11.34	.3837	10.97
.4077	11.23	.4938	10.75	.3784	11.07	.3858	11.02
.4112	11.35	.4958	10.74	.3805	11.00	.3879	11.20
		.4979	10.75	.3823	10.75	.3900	11.04
42.4236	12.06	.5000	10.72	.3843	10.69	.3921	11.10
.4257	12.18	.5021	10.80	.3865	10.60		
.4278	12.10	.5042	10.83			90.2805	12.33
.4299	12.18	.5083	10.97	.3921	10.58	.2825	12.25
.4319	12.11	.5104	10.87	.3942	10.45	.2856	12.20
.4340	12.02	.5146	10.90	.3962	10.43	.2888	12.26
.4361	12.08	.5167	10.98	.3984	10.60	.2909	12.36
.4382	12.20	.5188	10.91	.4004	10.50	.2930	12.22
		.5208	11.03	.4025	10.48	.2950	12.23
.4429	12.00	.5240	11.06	.4046	10.70	.2971	12.42
.4451	11.97	.5267	11.04			.2992	12.39
.4472	12.00	.5296	11.10	.4101	10.86	.3388	11.58
.4556	11.88	.5325	11.14	.4122	10.85	.3409	11.44
.4577	11.75			.4143	10.90	.3457	11.32
.4597	11.84	58.3980	12.35	.4185	10.90	.3478	11.36
.4667	11.78	.4001	12.30	.4205	11.00	.3499	11.30
.4694	11.68	.4022	12.36			.3520	11.32
.4721	11.74	.4070	12.35	.4296	10.90	.3541	11.20
		.4091	12.42	.4317	11.12	.3562	11.23
.4826	11.42	.4175	12.18	.4337	11.20	.3582	11.16
.4847	11.50	.4195	12.12	.4386	11.19	.3603	11.15
.4910	11.40	.4216	11.95	.4425	11.20	.3624	11.24
.4951	11.30	.4237	11.87			.3645	11.15
.5021	11.22	.4258	11.84	74.3025	12.10	.3666	11.20
.5083	11.25	.4286	11.65	.3045	12.09	.3687	11.16
.5135	11.27	.4307	11.60	.3065	12.12	.3701	11.26
.5188	11.25	.4327	11.58	.3087	12.00		
		.4348	11.44	.3105	12.02		
54.3944	12.42	.4369	11.16	.3129	11.85	.3770	11.25
.3965	12.49	.4390	11.09	.3150	11.76	.3791	11.17
.4146	12.32	.4411	10.82	.3171	11.72	.3812	11.07
.4167	12.20	.4432	10.75	.3192	11.65	.3832	11.23
.4208	12.18	.4452	10.63	.3214	11.68	.3853	11.20
.4292	12.35	.4473	10.48	.3233	11.60	.3874	11.22
.4313	12.17	.4501	10.47	.3254	11.55	.3895	11.18
.4333	12.32	.4522	10.48	.3275	11.36	.3916	11.18
.4458	12.21	.4543	10.50	.3296	11.30	.3937	11.25
.4500	11.98	.4564	10.45	.3317	11.22	.3957	11.26
.4521	11.76	.4584	10.53	.3337	11.30	.3978	11.28
.4542	11.70	.4605	10.56	.3358	11.36	.3999	11.29
.4583	11.62	.4640	10.55	.3379	11.27	.4020	11.30
.4604	11.20	.4661	10.54	.3400	11.08	.4041	11.28
				.3431	11.15	.4062	11.32

J. D. ☉ 24287. .	Gr.	J. D. ☉ 24288	Gr.	J. D. ☉ 24288. .	Gr.	J. D. ☉ 24288. .	Gr.
90.4082	11.34	05.3510	11.83	17.3034	10.98	33.2749	11.95
.4103	11.34	.3531	11.65	.3055	11.14	.2770	11.95
.4124	11.44	.3552	11.54	.3075	11.08	.2791	11.91
.4145	11.30	.3572	11.50			.2812	11.80
.4166	11.41	.3593	11.41	26.2108	11.40	.2853	11.66
		.3614	11.35	.2128	11.36	.2874	11.65
98.2555	12.40:	.3635	11.15	.2171	11.35	.2895	11.63
.2575	12.56:	.3656	11.05	.2192	11.30	.2926	11.55
.2640	12.20:	.3677	10.87	.2211	11.19	.2956	11.45
.2737	12.20:	.3697	10.66	.2233	11.24	.2978	11.34
.2765	12.18:	.3718	10.56			.2999	11.20
.2785	11.90:	.3739	10.52	.2309	11.29	.3020	11.30
.2807	11.95:	.3760	10.50	.2330	11.27	.3041	11.15
.2827	12.00:	.3781	10.49	.2360	11.26	.3062	11.16
.2848	11.80:	.3802	10.54	.2392	11.23	.3082	11.22
.2869	11.68:	.3822	10.58	.2434	11.23	.3103	11.00
		.3843	10.57			.3124	11.04
.2918	11.46:	.3864	10.53	.2497	11.20	.3145	11.00
.2939	11.40	.3892	10.57	.2517	11.24	.3166	10.96
.2959	11.22	.3915	10.40	.2539	11.26	.3187	11.00
.2987	11.16	.3934	10.64	.2559	11.38	.3207	10.90
.3008	11.26	.3954	10.60	.2581	11.34	.3228	11.05
.3064	10.98	.3975	10.68	.2600	11.40	.3249	10.92
.3084	10.80	.3996	10.55	.2622	11.25	.3277	10.86
		.4017	10.68			.3298	10.95
.3140	10.85	.4038	10.87	.2698	11.22	.3319	10.92
.3161	10.65	.4059	10.80	.2718	11.33	.3339	10.96
.3182	10.78	.4079	10.79	.2760	11.34	.3360	10.99
.3202	10.75	.4100	10.86	.2782	11.44	.3381	10.96
.3223	10.58	.4121	10.90	.2812	11.41	.3409	10.87
.3244	10.65	.4142	10.84	.2843	11.40	.3437	11.06
.3265	10.70	.4163	11.04			.3457	10.92
		.4184	11.06	.2900	11.50	.3478	11.05
.3320	10.63	.4204	10.98	.2920	11.30	.3499	11.06
.3362	10.65	.4225	11.10	.2942	11.32	.3520	11.10
.3383	10.60	.4246	11.07	.2962	11.33	.3541	11.00
.3404	10.62	.4267	11.12	.2983	11.44	.3582	11.15
.3425	10.62	.4288	11.14	.3025	11.44		
.3445	10.84			.3045	11.35	37.2230	12.28
.3501	10.95	17.2576	12.00	.3067	11.40	.2251	12.18
.3522	10.86	.2596	12.05			.2272	12.24
		.2617	12.08	33.2332	12.30	.2293	12.30
24288..		.2638	12.08	.2353	12.26	.2314	12.28
		.2659	12.20	.2374	12.38	.2334	12.38
05.3177	12.34	.2680	12.02	.2395	12.32	.2355	12.28
.3197	12.35	.2700	12.12	.2416	12.30	.2376	12.13
.3218	12.30	.2721	12.05	.2437	12.33	.2397	12.20
.3239	12.15	.2742	12.08	.2457	12.33	.2418	12.29
.3260	12.19	.2773	11.83	.2478	12.40	.2439	12.27
.3281	12.32	.2805	11.79	.2499	12.53	.2459	12.29
.3302	12.30	.2825	11.70	.2520	12.42	.2480	12.24
.3322	12.28	.2846	11.51	.2541	12.38	.2501	12.37
.3343	12.18	.2867	11.50	.2562	12.28	.2543	12.15
.3364	12.21	.2888	11.39	.2583	12.33	.2564	12.00
.3385	12.18	.2909	11.37	.2603	12.37	.2584	12.06
.3406	12.20	.2930	11.22	.2635	12.26	.2605	12.01
.3427	12.11	.2950	11.22	.2666	12.10	.2626	11.90
.3447	12.10	.2971	11.14	.2687	12.10	.2647	11.78
.3468	12.01	.2992	11.02	.2707	12.08	.2668	11.68
.3489	11.98	.3013	11.10	.2728	12.02	.2689	11.80

J. D. ☉ 24288. .	Gr.	J. D. ☉ 24289. .	Gr.	J. D. ☉ 24289. .	Gr.	J. D. ☉ 24291. .	Gr.
37.2709	11.56	56.5814	11.91	57.6082	12.10	10.4194	12.21
.2730	11.48	.5834	11.68	.6117	12.14	.4221	12.17
.2751	11.30	.5855	11.76	.6145	12.09	.4249	12.12
.2772	11.34	.5876	11.85	.6173	12.20	.4277	12.25
.2793	11.15	.5897	11.87	.6194	12.08	.4305	12.22
.2814	11.03	.5918	11.89	.6221	12.05	.4346	12.25
.2834	10.90	.5939	11.80	.6249	11.98	.4388	12.20
.2855	10.76	.5959	11.86			.4416	12.28
.2876	10.68	.5980	11.92	24290..		.4444	12.08
.2897	10.85	.6001	11.84			.4471	12.14
.2918	10.72	.6022	11.88	72.3771	12.30	.4499	12.17
.2939	10.66	.6043	11.82	.3826	12.14	.4577	12.20
.2959	10.80	.6064	11.98	.3854	12.06	.4589	12.32
.2980	10.64	.6084	11.88	.3882	12.10	.4617	12.20
.3001	10.72	.6105	12.00	.3910	12.38	.4659	12.25
.3022	10.73	.6126	11.94	.3938	12.25	.4700	12.38
.3043	10.78	.6147	11.97	.3965	12.35	.5048	12.22
.3064	10.75	.6168	11.84	.3993	12.23	.5075	12.28
.3084	10.88	.6189	11.87	.4021	12.20	.5103	12.37
.3105	10.90	.6209	12.01	.4049	12.25	.5131	12.13
.3125	10.85	.6230	12.03	.4076	12.36	.5159	12.30
.3147	10.90	.6251	12.07	.4104	12.30	.5187	12.20
.3168	10.92	.6272	12.12	.4132	12.36	.5214	12.30
.3181	10.83	.6293	12.04	.4160	12.24	.5242	12.31
.3209	10.95	.6314	12.05	.4188	12.20	.5270	12.25
.3230	11.00	.6334	12.10	.4229	12.10	.5298	12.36
.3251	11.02	.6355	12.15	.4257	12.16	.5325	12.40
		.6376	11.98	.4333	12.20	.5353	12.17
24289..		.6397	12.05	.4361	12.30	.5381	12.10
56.5168	11.42	.6418	12.18	.4389	12.13	.5409	12.30
.5189	11.54	.6439	12.11	.4417	12.20		
.5209	11.51	.6459	12.30	.4444	12.00	15.3404	12.36
.5230	11.43			.4472	12.10	.3425	12.32
.5251	11.51	.6515	12.32	.4500	12.08	.3445	12.20
.5272	11.60	.6536	12.29	.4528	11.98	.3466	12.26
.5293	11.45	.6557	12.25	.4556	11.86	.3487	12.27
.5314	11.48	.6577	12.38	.4611	11.80	.3529	12.14
.5334	11.61	.6598	12.35	.4639	11.60	.3550	12.16
.5355	11.55	.6619	12.23	.4667	11.45	.3580	12.35
.5376	11.60	.6640	12.20	.4694	11.30	.3612	12.20
.5397	11.68			.4722	11.17	.3654	12.23
.5418	11.62	57.5548	12.12	.4750	11.00	.3675	12.32
.5439	11.62	.5582	12.15	.4778	10.86	.3696	12.24
.5459	11.74	.5610	12.26	.4806	10.80		
.5480	11.54	.5638	12.13	.4833	10.85	.3733	12.22
.5501	11.68	.5666	12.18	.4861	10.78	.3765	12.28
.5522	11.72	.5694	12.15	.4931	10.80	.3786	12.24
.5543	11.65	.5721	12.20	.4958	10.75	.3807	12.42
.5564	11.71	.5749	12.23	.4986	10.82	.3827	12.30
.5584	11.60	.5777	12.18	.5014	10.85	.3848	12.37
.5605	11.60	.5805	12.22	.5042	10.84	.3869	12.41
.5626	11.68	.5832	12.20	.5069	10.92	.3890	12.31
.5647	11.61	.5860	12.21	.5097	11.20	.3911	12.26
.5668	11.63	.5888	12.20	.5125	11.10	.3942	12.24
.5689	11.74	.5916	12.25	.5153	11.18	.3973	12.30
.5709	11.73	.5944	12.18	.5181	11.00	.3994	12.34
.5730	11.75	.5971	12.03			.4015	12.41
.5751	11.70	.5999	12.06	24291..		.4057	12.40
.5772	11.88	.6027	12.14	10.4138	12.20	.4079	12.18
.5793	11.81	.6055	12.04	.4166	12.24	.4098	12.17

J. D. ☉ 24291. .	Gr.	J. D. ☉ 24291. .	Gr.	J. D. ☉ 24301. .	Gr.	J. D. ☉ 24301. .	Gr.
15.4119	12.00	15.5383	11.53	47.4085	12.35	48.4776	11.19
.4140	11.95	.5404	11.40	.4117	12.20	.4797	11.18
.4161	12.15	.5425	11.63	.4138	12.21	.4818	11.07
.4182	12.01	.5445	11.55	.4329	12.13	.4838	11.28
.4202	12.00	.5466	11.67	.4353	12.35	.4859	11.35
.4223	11.90	.5487	11.55	.4384	12.39	.4880	11.34
.4244	11.87	.5508	11.46	.4426	12.42	.4901	11.45
.4265	11.89			.4447	12.38	.4922	11.45
.4286	11.65	.5564	11.72	.4489	12.43	.4943	11.33
.4307	11.51	.5584	11.75	.4599	12.32		
.4327	11.45	.5605	11.72	.4630	12.25	50.3888	12.13
.4348	11.37	.5626	11.68	.4652	12.18	.3909	12.20
.4369	11.10	.5647	11.68	.4673	12.30	.3930	12.20
.4390	11.03	.5668	11.78	.4694	12.35	.4089	12.24
.4411	10.90	.5689	11.84	.4714	12.50	.4110	12.23
.4432	11.01	.5709	11.70	.4735	12.28	.4131	12.33
.4452	10.94	.5730	11.82	.4761	12.40	.4152	12.45
.4473	10.88	.5751	11.70	.4798	12.30	.4312	12.42
.4494	10.93			.4819	12.34	.4332	12.45
.4515	10.74	24301. .		.4839	12.46	.4353	12.48
.4536	10.87			.4881	12.50		
.4557	10.92	45.4138	11.60	.4902	12.58	.4777	12.33
.4578	10.79	.4159	11.70	.4923	12.32	.4798	12.30
.4598	10.86	.4180	11.75	.4944	12.12	.4819	12.28
.4619	10.98	.4201	11.78	.4964	12.07	.4944	12.17
.4640	10.88	.4221	11.75	.4985	12.20	.4974	12.26
.4661	10.90	.4243	11.83	.5006	12.20	.5006	12.16
.4682	10.89	.4263	11.85	.5027	12.10	.5027	12.39
.4702	11.00	.4284	11.82	.5048	12.15	.5048	12.20
.4723	10.92	.4305	11.85	.5069	12.08	.5078	12.27
.4744	10.98	.4326	11.71	.5089	12.13	.5110	12.33
.4765	11.02	.4347	11.83	.5110	12.08	.5131	12.20
.4786	10.90	.4368	11.81	.5131	12.10	.5152	12.30
.4807	11.01	.4388	11.87	.5152	11.87	.5173	12.34
.4827	10.82	.4409	11.80	.5173	11.84	.5194	12.18
.4848	10.93	.4430	11.80	.5194	11.72	.5214	12.08
.4869	10.95	.4451	11.88	.5214	11.67	.5235	12.22
.4890	11.06	.4472	11.95	.5235	11.54	.5256	12.15
.4911	11.08	.4493	11.79	.5256	11.42	.5277	12.29
.4932	11.07	.4513	11.82	.5277	11.39		
.4952	11.08			.5298	11.34	64.4120	10.96
.4973	11.00	46.4075	12.28	.5319	11.05	.4141	11.04
.4994	11.24	.4096	12.20	.5339	10.96	.4162	10.90
.5015	11.23	.4117	12.13	.5360	11.08	.4183	11.03
.5036	11.20	.4138	12.20			.4203	11.00
.5057	11.16	.4159	12.15	48.4054	11.80	.4224	11.13
.5077	11.18	.4270	12.30	.4074	11.82	.4245	10.97
.5098	11.17	.4291	12.28	.4095	11.75	.4266	11.17
.5126	11.10	.4312	12.34	.4123	11.55	.4287	10.98
.5147	11.11	.4332	12.30	.4144	11.50	.4308	11.15
.5168	11.32	.4353	12.32	.4477	10.90	.4328	11.22
.5189	11.29	.4374	12.50	.4498	10.88	.4349	11.31
.5216	11.40	.4395	12.48	.4519	10.91	.4370	11.20
.5237	11.30	.4416	12.38	.4540	11.00	.4391	11.35
.5258	11.38	.4437	12.25	.4561	11.03	.4412	11.32
.5279	11.25	.4457	12.30	.4582	11.02	.4433	11.40
.5300	11.45	.4478	12.46	.4693	11.09	.4453	11.40
.5320	11.42	.4499	12.34	.4713	11.00	.4474	11.45
.5341	11.47			.4734	11.12	.4495	11.37
.5362	11.54	47.4044	12.25	.4755	11.16	.4516	11.35



J. D. ☉ 24301.	Gr.	J. D. ☉ 24301.	Gr.	J. D. ☉ 24301.	Gr.	J. D. ☉ 24301.	Gr.
64.4537	11.38	66.4480	12.42	67.4941	10.78	71.4565	10.82
.4558	11.43	.4508	12.14	.4968	10.80	.4592	10.90
.4579	11.32	.4536	12.33	.4996	10.82	.4648	10.98
.4599	11.47	.4564	12.24	.5024	10.88	.4676	10.96
.4620	11.60	.4591	12.35	.5052	11.14	.4703	11.02
.4641	11.41	.4647	12.22	.5079	11.00	.4731	11.10
.4662	11.50	.4675	12.30	.5107	11.05	.4759	11.07
.4683	11.62	.4702	12.25	.5135	11.19	.4787	11.15
.4703	11.48	.4730	12.12	.5163	11.03		
		.4758	12.27	.5191	11.12	75.3912	11.80
.4752	11.70	.4786	12.34			.3940	11.55
.4773	11.68	.4814	12.30	70.3805	12.33	.3967	11.36
.4794	11.70	.4841	12.19	.3846	12.18	.3995	11.38
.4815	11.74	.4869	12.18	.3874	12.26	.4023	11.27
.4856	11.84	.4897	12.06	.3902	12.35	.4051	11.08
.4877	11.72	.4925	12.25	.3930	12.29	.4078	10.98
.4898	11.69	.4952	12.29	.3957	12.30	.4106	11.02
.4919	11.73	.4994	12.18	.3985	12.22	.4134	10.96
.4940	11.70	.5036	12.24	.4013	12.41	.4162	10.97
.4960	11.82	.5064	12.15	.4041	12.30	.4190	10.93
.4981	11.69	.5091	12.28	.4082	12.29	.4217	11.04
.5002	11.72	.5119	12.30	.4152	12.25		
.5023	11.75	.5147	12.15	.4180	12.35	76.4317	11.85
.5044	11.78	.5175	12.35	.4207	12.10	.4344	11.90
.5065	11.90	.5202	12.43	.4235	12.38	.4372	11.79
.5085	11.88			.4277	12.16	.4400	11.75
.5106	11.83	67.3906	12.30	.4319	12.30	.4428	11.90
.5127	11.90	.3934	12.09	.4346	12.27	.4455	11.94
.5148	11.80	.3961	12.12	.4374	12.20	.4483	12.01
.5169	11.89	.3989	12.16	.4402	12.35	.4511	12.00
.5190	11.81	.4017	12.31	.4430	12.22	.4539	12.00
.5210	11.83	.4045	12.22	.4454	12.37	.4567	12.06
		.4072	12.21	.4596	12.24	.4594	12.10
65.3958	11.80	.4149	12.16	.4624	12.36	.4622	12.12
.3986	12.00	.4170	12.40	.4652	12.25	.4650	12.03
.4014	11.98	.4197	12.42	.4680	12.05	.4678	12.18
.4042	11.78	.4225	12.35	.4707	12.27	.4705	12.08
.4069	11.90	.4253	12.28	.4755	12.05	.4761	12.10
.4097	11.85	.4307	12.21	.4763	12.20	.4789	11.91
.4125	11.80	.4336	12.20	.4791	12.35	.4817	11.96
.4153	11.96	.4364	12.08	.4819	12.18	.4844	12.12
.4181	11.91	.4392	11.90	.4855	12.22	.4872	12.00
.4208	11.88	.4420	11.75	.4874	12.20	.4928	12.18
.4236	11.83	.4468	11.46	.4902	12.26	.4955	12.30
		.4496	11.23	.4930	12.17	.4983	12.20
66.3841	12.35	.4524	11.22	.4957	12.20	.5011	12.29
.3869	12.20	.4552	10.95	.5013	12.20	.5039	12.18
.3897	12.30	.4580	10.85	.5041	12.20	.5067	12.25
.3925	12.28	.4607	10.54	.5069	12.26	.5094	12.34
.4036	12.28	.4635	10.58	.5096	12.42	.5122	12.26
.4119	12.25	.4663	10.53	.5124	12.46	.5150	12.38
.4161	12.32	.4691	10.66	.5152	12.25	.5178	12.10
.4202	12.40	.4718	10.58	.5180	12.15	.5233	12.20
.4258	12.37	.4746	10.58	.5207	12.28		
.4286	12.20	.4774	10.56	.5235	12.10	77.3782	11.94
.4314	12.25	.4802	10.66			.3810	11.98
.4341	12.40	.4829	10.78	71.4453	10.70	.3865	12.00
.4369	12.52	.4857	10.88	.4481	10.67	.3893	12.08
.4397	12.50	.4885	10.65	.4509	10.76	.3962	12.23
.4425	12.33	.4913	10.72	.4537	10.90	.3990	12.24



J. D. ○ 24301. .	Gr.	J. D. ○ 24301. .	Gr.	J. D. ○ 24302. .	Gr.	J. D. ○ 24302. .	Gr.
77.4018	12.30	94.3765	12.30	01.3596	12.25	21.3498	12.22
.4046	12.14	.3793	12.35	.3638	12.35	.3526	12.37
.4073	12.08	.3820	12.20	.3666	12.23	.3554	12.28
.4101	12.25	.3848	12.20	.3694	12.28	.3581	12.35
.4129	12.15	.3876	12.35	.3735	12.43	.3609	12.15
		.3904	12.24	.3777	12.40	.3637	12.21
91.3704	11.83	.3932	12.32	.3805	12.38	.3665	12.34
.3731	11.64	.3959	12.21	.3832	12.36	.3693	12.23
.3759	11.61	.3987	12.42	.3860	12.38	.3720	12.38
.3787	11.43	.4015	12.37	.3888	12.15	.3748	12.32
.3814	11.57	.4043	12.45	.3944	12.30	.3776	12.33
.3841	11.39	.4070	12.25	.3971	12.20	.3804	12.44
.3869	11.22	.4098	12.33	.3999	12.25	.3831	12.34
.3897	11.07	.4126	12.26	.4055	12.31	.3859	12.48
.3925	10.88	.4154	12.38	.4082	12.25	.3887	12.27
.3952	10.84	.4182	12.20	.4110	12.34	.3915	12.27
.3980	10.82	.4209	12.37	.4138	12.38	.3943	12.22
.4008	10.86	.4237	12.37	.4166	12.21	.3970	12.32
.4036	10.70	.4265	12.35	.4194	12.31	.3998	12.22
.4064	10.54	.4293	12.22	.4221	12.42	.4026	12.22
.4091	10.73	.4320	12.30	.4249	12.20	.4054	12.14
.4119	10.84	.4348	12.40	.4277	12.25	.4081	12.22
.4147	10.68	.4376	12.20	.4305	12.40	.4109	12.34
.4175	10.93	.4404	12.39	.4332	12.38	.4234	12.29
.4202	11.80	.4432	12.45	.4360	12.42	.4262	12.34
.4230	10.90	.4459	12.43	.4387	12.52	.4290	12.24
.4258	10.80	.4487	12.50	.4415	12.50	.4315	12.26
.4286	10.88	.4515	12.48	.4443	12.37	.4342	12.32
.4314	10.88	.4543	12.30	.4471	12.48	.4370	12.14
		.4571	12.45	.4499	12.53	.4398	12.12
.4425	11.08	.4598	12.44	.4527	12.30	.4426	12.18
.4452	11.00	.4626	12.38	.4555	12.60	.4453	12.06
.4480	11.25	.4654	12.48	.4583	12.44	.4481	12.12
.4508	11.25	.4682	12.12	.4611	12.35	.4509	11.86
.4536	11.20	.4709	11.80	.4639	12.38	.4537	11.84
.4564	11.15	.4737	11.85	.4667	12.34	.4565	11.78
.4591	11.23			.4695	12.25	.4592	11.70
.4619	11.26	95.3598	11.90	.4723	12.41	.4620	11.68
.4647	11.24	.3626	11.92	.4751	12.34		
.4675	11.35	.3654	11.78	.4779	12.50	.4769	11.32
.4702	11.40	.3682	11.60	.4807	12.49	.4797	11.10
.4730	11.40	.3709	11.55	.4835	12.30	.4821	11.12
.4758	11.45	.3737	11.25	.4863	12.42	.4852	10.96
.4786	11.49	.3765	11.35	.4891	12.26	.4880	11.10
.4814	11.70	.3793	10.92	.4919	12.40	.4908	11.00
.4959	11.90	.3820	10.84	.4947	12.45	.4936	10.95
.4987	11.88	.3848	10.68	.4975	12.60	.4963	11.02
.5043	11.85	.3876	10.70	.5003	12.38	.4991	11.08
.5070	11.95	.3904	10.75	.5031	12.45	.5019	10.90
.5098	11.80	.3932	10.60	.5059	12.43	.5047	10.98
.5126	12.00	.3959	10.50	.5087	12.57	.5074	11.12
.5154	11.90	.3987	10.58	.5115	12.46	.5102	10.84
.5182	11.95	.4015	10.65	.5143	12.35	.5130	11.03
.5209	11.90	.4043	10.62	.5171	12.32	.5158	11.13
.5237	11.92						
.5265	11.95	24302..		21.3304	12.16	.5248	11.34
.5293	12.08			.3359	12.32	.5276	11.20
.5320	11.94	01.3471	12.25	.3387	12.44	.5304	11.22
.5348	11.98	.3499	12.35	.3415	12.26	.5331	11.27
94.3737	12.48	.3541	12.16	.3457	12.22	.5359	11.23

J. D. ☉ 24302. .	Gr.	J. D. ☉ 24302. .	Gr.	J. D. ☉ 24302. .	Gr.	J. D. ☉ 24302. .	Gr.
21.5387	11.20	22.5148	11.94	23.4659	12.15	25.3702	12.10
.5415	11.30	.5176	11.95	.4687	12.08	.3758	12.18
.5443	11.40	.5203	11.92	.4714	12.10	.3786	12.25
.5470	11.40	.5231	11.80	.4742	12.12	.3814	12.20
.5498	11.46	.5259	11.98	.4770	12.08	.3841	12.22
		.5287	11.94	.4839	12.10	.3869	12.03
22.3328	11.95	.5315	12.20	.4881	12.17	.3897	12.05
.3356	11.94	.5342	11.95	.4909	11.95	.3925	12.19
.3384	11.90	.5370	11.96	.4937	11.94	.3952	12.35
.3412	11.83	.5398	12.12	.4964	12.13	.4008	12.29
.3440	11.68	.5426	11.96	.4992	12.00	.4036	12.43
.3467	11.60			.5020	12.20	.4064	12.40
.3495	11.61	23.3305	11.40	.5048	11.96	.4091	12.34
.3544	11.39	.3336	11.55	.5075	12.05	.4119	12.18
.3571	11.45	.3360	11.35	.5103	12.03	.4147	12.28
.3599	11.25	.3388	11.37	.5131	12.08	.4175	12.25
.3627	11.20	.3416	11.41	.5159	12.12	.4202	12.13
.3655	11.18	.3444	11.50	.5187	12.08	.4230	12.15
.3683	11.20	.3471	11.64	.5214	12.05	.4258	12.15
.3710	11.05	.3499	11.65			.4286	12.24
.3738	11.10	.3527	11.68	24.3881	12.00	.4314	12.40
.3766	11.07	.3555	11.63	.3909	12.03	.4341	12.42
.3794	11.00	.3575	11.70	.3937	11.90	.4369	12.15
.3821	11.02	.3603	11.60	.3964	11.85	.4397	12.25
.3849	11.01	.3631	11.65	.4000	12.02	.4425	12.07
.3877	11.00	.3659	11.68	.4048	11.91	.4452	12.08
.3905	11.03	.3687	11.67	.4075	11.89	.4480	12.11
.3933	11.04	.3714	11.55	.4103	12.04	.4508	12.00
.3960	11.06	.3742	11.67	.4131	12.06	.4536	11.80
.3988	11.09	.3770	11.84	.4159	12.05		
.4016	11.07	.3798	11.75	.4187	12.10	.4598	11.74
.4044	11.06	.3825	11.70	.4242	12.12	.4626	11.70
.4071	11.08	.3853	11.84	.4270	11.90	.4654	11.52
.4099	11.07	.3881	11.80	.4325	12.00	.4682	11.33
.4127	11.10	.3909	11.96	.4353	12.20	.4709	11.22
.4155	11.20	.3937	11.80	.4409	12.09	.4737	11.35
.4183	11.17	.3964	11.82	.4437	11.92	.4765	11.15
.4210	11.13	.3992	11.70	.4464	12.03	.4793	11.10
.4238	11.28	.4006	11.83	.4492	12.13	.4820	11.03
.4266	11.21	.4034	11.90	.4520	12.10	.4848	11.07
		.4062	11.80	.4548	12.11	.4876	11.06
.4565	11.58	.4089	11.72	.4576	12.05	.4904	11.07
.4592	11.56	.4117	11.96	.4603	12.12	.4932	10.90
.4620	11.53	.4145	11.98	.4631	12.15	.4959	10.95
.4648	11.61	.4173	11.82	.4659	12.06	.4987	10.87
.4676	11.56	.4200	11.89	.4687	12.16	.5015	11.04
.4703	11.63	.4228	11.86	.4742	12.25	.5043	10.94
.4731	11.82	.4256	11.94	.4770	12.32	.5070	10.93
.4759	11.78	.4284	11.84	.4909	12.18	.5098	11.02
.4787	11.67	.4312	11.85	.4964	12.10	.5126	11.08
.4815	11.79	.4329	12.02	.4992	12.22		
.4842	11.60	.4367	11.90	.5020	12.15		
.4870	11.96					28.4008	11.30
.4898	11.80	.4464	11.98	25.3452	12.36	.4036	12.15
.4926	11.73	.4492	12.09	.3494	12.25	.4064	12.23
.4953	11.79	.4520	12.11	.3536	12.38	.4091	12.16
		.4548	11.90	.3564	12.37	.4119	12.10
.5037	11.76	.4576	11.96	.3605	12.29	.4147	12.28
.5092	11.72	.4603	11.85	.3647	12.32	.4175	12.30
.5120	11.80	.4631	12.17	.3675	12.23	.4204	12.11

J. D. ☉ 24302 . .	Gr.	J. D. ☉ 24302 . .	Gr.	J. D. ☉ 24302 . .	Gr.	J. D. ☉ 24302 . .	Gr.
28.4230	12.22	30.3948	10.92	30.5317	11.80	32.3918	12.16
.4258	12.21	.3968	10.90	.5343	11.78	.3939	12.28
.4286	12.16	.3990	10.88	.5378	11.83	.3959	12.28
.4314	12.02	.4010	10.84	.5400	11.80	.3980	12.30
.4341	12.05	.4031	10.95			.4001	12.38
.4369	12.12	.4053	11.00	31.3733	11.68	.4022	12.30
.4397	12.33	.4072	11.00	.3754	11.67	.4043	12.37
.4425	12.11	.4094	10.96	.3775	11.60	.4064	12.50
.4452	12.27	.4114	11.10	.3796	11.62	.4084	12.16
.4480	12.24			.3817	11.75	.4105	12.35
.4508	12.03	.4156	11.05	.3837	11.75		
.4536	12.08	.4178	11.10	.3858	11.64	34.3428	11.74
.4564	12.00	.4197	11.20	.3879	11.67	.3448	11.64
.4591	12.17	.4219	11.26	.3900	11.72	.3469	11.75
.4619	12.20	.4239	11.06	.3921	11.68	.3490	11.76
.4647	12.07	.4261	11.28	.4323	12.00	.3511	11.45
.4675	12.08	.4281	11.29	.4365	11.75	.3532	11.46
.4730	12.50	.4301	11.40	.4386	11.80	.3553	11.28
.4758	12.28	.4323	11.27	.4462	11.90	.3573	11.13
.4786	12.34	.4343	11.57	.4483	11.90	.3594	11.20
.4814	12.36	.4365	11.60	.4504	11.79	.3615	10.88
.4841	12.27	.4385	11.35	.4591	12.15	.3636	10.87
.4869	12.32	.4407	11.30	.4619	12.10	.3657	10.76
.4897	12.50	.4427	11.40	.4668	12.27	.3678	10.73
.4925	12.20	.4448	11.41	.4695	12.27	.3698	10.70
.4952	12.53	.4468	11.30	.4723	12.20	.3719	10.69
.4980	12.40	.4490	11.62	.4751	12.40	.3740	10.62
.5008	12.41	.4510	11.44	.4779	12.21	.3761	10.84
		.4532	11.53	.4820	12.38	.3782	10.77
30.3303	12.18	.4552	11.30	.4862	12.20	.3803	10.80
.3322	12.22	.4574	11.38	.4890	12.20	.3823	10.93
.3344	12.10	.4593	11.44	.4918	12.22	.3844	10.88
.3364	12.22	.4615	11.48	.4945	12.18	.3865	10.80
.3386	12.25	.4635	11.52	.4973	12.42	.3886	10.87
.3407	12.00	.4657	11.37	.5001	12.23	.3907	10.95
.3427	11.96	.4677	11.60			.3928	11.10
.3448	12.10	.4698	11.51	32.3091	11.85	.3948	11.20
.3468	12.12	.4718	11.70	.3112	12.10	.3969	10.94
.3490	11.80	.4740	11.59	.3144	12.16	.3990	11.00
.3510	11.73	.4760	11.55	.3175	12.15	.4011	10.90
.3532	11.76	.4782	11.80	.3195	12.08	.4032	11.12
.3552	11.62	.4803	11.78	.3216	12.85	.4053	11.10
.3573	11.50	.4822	11.67	.3237	12.05	.4073	11.10
.3593	11.45	.4844	11.56	.3522	12.18	.4094	11.06
.3615	11.20	.4864	11.57	.3543	12.40	.4115	11.09
.3635	11.28	.4885	11.72	.3564	12.48	.4136	11.15
.3657	11.18	.4907	11.57	.3584	12.29	.4157	11.37
.3677	11.05	.4928	11.75	.3605	12.14	.4178	11.10
.3698	11.08	.4947	11.76	.3647	12.15	.4198	11.29
.3718	11.00	.5010	11.85	.3668	12.21	.4219	11.23
.3739	10.95	.5039	11.94	.3689	12.33	.4240	11.30
.3761	10.96	.5066	11.82	.3709	12.35	.4282	11.30
.3781	10.95	.5094	11.60	.3730	12.42	.4303	11.34
.3803	10.92	.5121	11.78	.3751	12.46	.4323	11.40
.3822	10.90	.5149	12.00	.3793	12.50	.4344	11.39
.3844	10.88	.5178	11.98	.3814	12.40	.4365	11.40
.3864	10.90	.5204	11.87	.3834	12.33	.4386	11.38
.3885	10.98	.5232	12.04	.3855	12.19	.4407	11.43
.3907	10.99	.5261	11.85	.3876	12.18	.4428	11.35
.3927	10.90	.5288	11.70	.3897	12.50	.4448	11.45

J. D. ☉ 24302. .	Gr.	J. D. ☉ 24302. .	Gr.	J. D. ☉ 24302. .	Gr.	J. D. ☉ 24302. .	Gr.
34.4469	II.48	35.3678	II.70	35.4976	II.32	50.3061	IO.63
.4490	II.47	.3698	II.67	.4997	II.35	.3081	IO.71
.4511	II.58	.3719	II.67			.3102	IO.69
.4532	II.32	.3740	II.75	47.2810	II.35	.3123	IO.70
.4553	II.59	.3761	II.63	.2830	II.36	.3144	IO.73
.4574	II.52	.3782	II.76	.2851	II.35	.3165	IO.68
.4594	II.60	.3803	II.77	.2872	II.30	.3186	IO.90
.4615	II.62			.2893	II.34	.3206	IO.98
.4636	II.70	.3858	II.72	.2914	II.44	.3227	IO.90
.4657	II.50	.3879	II.73	.2935	II.38	.3248	IO.84
.4678	II.54	.3900	II.75	.2955	II.42	.3269	IO.82
.4698	II.56	.3921	II.78	.2976	II.45	.3290	IO.84
.4719	II.80	.3942	II.74	.2997	II.60	.3311	IO.82
.4740	II.54	.3962	II.95	.3018	II.52	.3331	IO.91
.4671	II.53	.3983	II.83	.3039	II.50	.3352	IO.89
.4782	II.65	.4004	II.78	.3060	II.55	.3373	II.00
.4803	II.70	.4025	II.04	.3080	II.57	.3394	II.10
.4823	II.69	.4046	II.90	.3101	II.52	.3415	II.07
.4844	II.80	.4067	II.89	.3122	II.53	.3437	II.03
.4865	II.65	.4087	II.92	.3143	II.52	.3456	II.10
.4886	II.70	.4108	II.83	.3164	II.80		
.4907	II.50	.4129	II.91	.3185	II.72	52.2748	II.00
.4928	II.70	.4150	II.88	.3205	II.66	.2769	II.04
.4948	II.55	.4171	II.86	.3240	II.60	.2790	II.18
.4969	II.66	.4192	II.96	.3261	II.68	.2811	II.16
.4990	II.60	.4212	II.08	.3282	II.75	.2831	II.40
		.4233	II.80	.3303	II.72	.2852	II.15
35.2990	II.10	.4254	II.82	.3323	II.72	.2873	II.30
.3011	II.12	.4275	II.10	.3344	II.73	.2905	II.27
.3032	II.09	.4296	II.16	.3365	II.76	.2936	II.38
.3053	II.00	.4317	II.00	.3386	II.86	.2956	II.40
.3073	II.13	.4337	II.17	.3414	II.73	.2977	II.45
.3094	II.28	.4353	II.18	.3435	II.70	.2998	II.20
.3115	II.10	.4379	II.10			.3019	II.40
.3136	II.08	.4400	II.15	.3476	II.90	.3040	II.30
.3157	II.21	.4421	II.20	.3497	II.89		
.3178	II.20	.4462	II.05	.3518	II.87	24304..	
.3198	II.23	.4504	II.06	.3539	II.80		
.3219	II.28	.4525	II.12	.3560	II.90	40.3726	II.04
.3240	II.27	.4546	II.15	.3580	II.00	.3746	II.10
.3261	II.28	.4567	II.05	.3601	II.90	.3775	II.14
.3282	II.31			.3622	II.15	.3802	II.10
.3303	II.37	.4601	II.20	.3643	II.12	.3830	II.10
.3323	II.32	.4622	II.05	.3664	II.80	.3857	II.21
.3344	II.36	.4643	II.08			.3885	II.20
.3365	II.40	.4664	II.10	50.2748	II.93	.3914	II.17
.3386	II.32	.4685	II.00	.2769	II.62	.3941	II.24
.3407	II.48	.4705	II.95	.2790	II.35	.3969	II.21
.3428	II.43	.4726	II.17	.2811	II.48	.3996	II.26
.3448	II.41	.4747	II.05	.2831	II.25	.4025	II.34
.3469	II.60	.4768	II.24	.2852	II.00	.4052	II.36
.3490	II.43	.4789	II.35	.2873	II.02	.4080	II.33
.3511	II.46	.4810	II.02	.2894	IO.98	.4107	II.40
.3532	II.65	.4830	II.10	.2915	IO.75	.4136	II.44
.3553	II.66	.4851	II.16	.2936	IO.68	.4163	II.42
.3573	II.62	.4872	II.17	.2956	IO.63	.4192	II.50
.3594	II.68	.4893	II.10	.2977	IO.62	.4271	II.53
.3616	II.67	.4914	II.28	.2998	IO.67	.4292	II.50
.3636	II.77	.4935	II.02	.3019	IO.60	.4313	II.60
.3657	II.78	.4955	II.30	.3040	IO.65	.4333	II.58

J. D. ☉ 24304. .	Gr.	J. D. ☉ 24304. .	Gr.	J. D. ☉ 24304. .	Gr.	J. D. ☉ 24304. .	Gr.
40.4354	11.61	40.5632	12.28	42.4538	12.33	42.5986	11.08
.4375	11.72	.5653	12.22	.4566	12.34	.6007	11.09
.4396	11.59	.5674	12.15	.4593	12.40	.6028	11.15
.4417	11.61	.5694	12.23	.4650	12.30	.6049	11.12
.4438	11.71	.5715	12.18	.4677	12.18	.6069	11.22
.4458	11.60	.5736	12.24	.4705	12.52	.6090	11.20
.4479	11.67	.5757	12.20	.4732	12.43	.6111	11.28
.4500	11.70	.5778	12.27	.4761	12.41	.6132	11.30
.4521	11.78	.5799	12.28	.4788	12.25	.6153	11.31
.4542	11.78	.5819	12.27	.4817	12.50	.6174	11.38
.4563	11.81	.5840	12.40	.4843	12.34	.6191	11.28
.4583	11.85	.5861	12.19	.4872	12.30	.6215	11.25
.4604	11.80	.5882	12.49	.4899	12.20	.6236	11.40
.4625	11.85	.5903	12.45	.4928	12.52	.6257	11.39
.4646	11.80	.5924	12.24	.4948	12.28	.6278	11.35
.4667	11.82	.5944	12.32	.4993	12.35		
.4688	10.78	.5965	12.40	.5014	12.36	45.5075	12.30
.4708	10.80	.6118	12.25	.5035	12.30	.5103	12.32
.4729	10.83	.6139	12.33	.5056	12.35	.5131	12.37
.4750	10.76	.6160	12.22	.5076	12.30	.5159	12.31
.4771	10.78			.5097	12.37	.5187	12.50
.4792	10.73	42.3442	12.20	.5118	12.29	.5214	12.37
.4813	10.85	.3468	12.12	.5139	12.33	.5242	12.35
.4833	10.80	.3497	12.27	.5160	12.21	.5270	12.47
.4854	10.85	.3525	12.15	.5181	12.07		
.4875	10.87	.3552	12.15	.5201	12.03	.5312	12.40
		.3580	12.40	.5222	11.90	.5339	12.45
.4917	12.04	.3607	12.30	.5236	12.00	.5367	12.43
.4938	12.00	.3636	12.36	.5264	11.80	.5395	12.25
.4958	12.00	.3663	12.39	.5285	11.63	.5423	12.28
.4979	12.10	.3692	12.36	.5306	11.70	.5450	12.22
.5000	12.03	.3718	12.15	.5326	11.50	.5478	12.21
.5021	11.97	.3747	12.25	.5347	11.43	.5534	12.50
.5042	12.01	.3774	12.16	.5410	11.16	.5562	12.43
.5063	12.08	.3803	12.23	.5431	11.07		
.5083	12.11	.3829	12.32	.5451	11.00	.5603	12.33
.5104	12.00	.3858	12.24	.5472	10.97	.5632	12.38
.5125	12.03	.3885	12.13	.5514	10.70	.5659	12.34
.5146	11.99	.3914	12.46	.5535	10.80	.5687	12.30
.5167	12.07	.3941	12.22	.5556	10.71	.5714	12.40
.5188	12.00	.3969	12.20	.5576	10.63	.5742	12.43
.5208	12.06	.3996	12.28	.5597	10.76	.5770	12.41
.5229	12.07	.4025	12.21	.5618	10.75	.5798	12.41
.5250	12.04	.4052	12.36	.5639	10.72	.5825	12.45
.5271	12.10	.4080	12.22			.5853	12.44
.5292	12.24	.4107	12.31	.5674	10.85	.5881	12.26
.5313	12.15	.4150	12.30	.5694	10.86	.5909	12.28
.5333	12.15	.4177	12.32	.5715	10.80	.5937	12.55
.5354	12.20	.4205	12.30	.5736	10.85	.5964	12.46
.5375	12.15	.4233	12.36	.5757	10.88	.5992	12.47
.5396	12.35	.4260	12.38	.5778	10.90	.6020	12.45
.5417	12.40	.4289	12.35	.5799	11.00		
.5465	12.19	.4316	12.24	.5819	10.91	.6089	12.45
.5486	12.26	.4344	12.29	.5840	10.92	.6117	12.36
.5507	12.20	.4371	12.10	.5861	10.91	.6145	12.32
.5528	12.17	.4400	12.35	.5882	10.90	.6159	12.20
.5549	12.23	.4427	12.36	.5903	11.00	.6187	12.10
.5569	12.22	.4455	12.39	.5924	11.03	.6214	12.07
.5590	12.11	.4482	12.31	.5944	11.10	.6242	12.10
.5611	12.32	.4511	12.40	.5965	11.06	.6270	12.04

J. D. ☉ 24304. .	Gr.	J. D. ☉ 24305. .	Gr.	J. D. ☉ 24305. .	Gr.	J. D. ☉ 24305. .	Gr.
45.6298	11.88	15.4033	12.30	17.4614	11.22	36.3836	12.32
.6325	11.80	.4054	12.14	.4636	11.34		
.6353	11.64	.4074	11.96	.4656	11.18	.3926	12.33
		.4095	12.10	.4678	11.34	.3946	12.45
97.3794	12.20	.4137	11.95	.4697	11.32	.3967	12.47
.3815	11.90	.4158	12.06	.4719	11.47	.4009	12.47
.3835	12.05	.4179	12.05	.4739	11.46	.4030	12.45
.3856	12.06	.4199	12.16	.4761	11.72	.4120	12.50
.3884	12.16	.4220	11.98	.4781	11.45	.4148	12.22
.3905	12.18	.4241	12.30	.4803	11.65	.4169	12.29
.3926	12.30	.4276	12.35	.4822	11.77	.4190	12.19
.3946	12.26	.4297	12.08	.4844	11.55	.4217	12.13
.3967	12.34	.4359	12.24	.4864	11.40		
.4009	12.40	.4380	12.10	.4886	11.74	.4308	11.73
.4030	12.50	.4401	12.08	.4906	11.60	.4328	11.67
.4051	12.51	.4422	12.42	.4928	11.82	.4349	11.42
.4096	12.28	.4443	12.22	.4947	11.50	.4377	11.46
.4125	12.23	.4463	12.45	.4969	11.75	.4398	11.25
.4159	12.25	.4484	12.20	.4989	11.84		
.4180	12.15	.4505	12.43	.5011	11.80	.4495	10.68
.4200	12.10	.4526	12.28	.5031	11.80	.4523	10.52
.4221	12.25			.5053	11.90	.4558	10.61
.4242	12.32	17.3622	11.75	.5072	11.58	.4579	10.56
.4263	12.10	.3642	11.52			.4599	10.55
.4284	12.10	.3664	11.48	34.4446	12.20		
.4346	12.10	.3685	11.48	.4488	12.38	.4710	10.80
.4367	12.15	.3704	11.24	.4509	12.30	.4731	10.74
.4388	12.05	.3726	11.37	.4530	12.18	.4752	10.77
.4474	11.77	.3746	11.20				
.4495	11.48	.3768	11.17	.4592	12.21	24306..	
.4541	11.28	.3788	11.02	.4613	12.05	15.2791	11.83
.4558	11.12	.3810	11.08	.4634	12.10	.2812	11.73
.4579	11.00	.3829	10.97	.4655	12.20	.2832	11.55
.4610	10.77	.3851	10.92	.4690	11.25	.2874	11.50
.4641	10.86	.3871	10.96	.4717	11.20	.2895	11.37
.4696	10.62	.3893	10.90	.4738	11.35	.2916	11.15
.4717	10.67	.3913	11.08	.4758	11.22	.2937	11.05
.4738	10.63	.3935	10.93	.4780	11.20	.2957	10.86
.4759	10.59	.3954	11.06			.2978	10.80
.4780	10.68	.3976	10.90	.4835	12.31	.2998	10.50
.4801	10.75	.3996	11.10	.4856	12.22	.3020	10.48
.4821	10.68	.4018	11.01	.4877	12.30	.3041	10.42
.4846	10.97	.4045	10.08	.4898	12.38	.3062	10.60
		.4080	10.97	.4919	12.21	.3082	10.55
		.4100	11.00	.4940	12.35	.3103	10.56
24305..		.4122	11.00	.4960	12.22	.3124	10.58
15.3734	11.94	.4142	11.00	.4981	12.27	.3145	10.64
.3755	11.88	.4176	11.16	.5002	12.30	.3166	10.56
.3783	11.90	.4212	11.15	.5023	12.45	.3187	10.60
.3804	12.15	.4232	11.18	.5044	12.34		
.3824	12.13	.4254	11.15	.5065	12.35	.3235	10.60
.3845	11.98	.4274	11.19	.5085	12.47	.3256	10.71
.3866	12.17	.4296	11.10	.5106	12.35	.3277	10.77
.3887	12.05	.4316	11.25	.5127	12.18	.3388	10.90
.3908	12.07	.4337	11.20	.5152	12.16	.3409	10.94
.3929	12.04	.4357	11.36	.5176	12.25	.3430	11.00
.3949	12.20	.4379	11.10			.3450	11.00
.3970	12.00	.4399	11.12	36.3752	12.36		
.3991	12.17	.4428	11.30	.3773	12.27	.3471	11.07
.4012	12.05	.4594	11.35	.3794	12.40	.3492	10.95
				.3815	12.35	.3513	11.11



J. D. ☉ 24306. .	Gr.	J. D. ☉ 24312. .	Gr.	J. D. ☉ 24312. .	Gr.	J. D. ☉ 24312. .	Gr.
15.3555	11.11	54.4130	10.87	66.4371	11.14	67.4829	12.10
.3582	11.19	.4151	10.94	.4392	11.20	.4850	12.08
.3603	11.30	.4172	10.82	.4413	11.30	.4871	12.00
.3624	11.28	.4193	10.80	.4434	11.14	.4892	12.02
.3645	11.10	.4213	10.78	.4451	11.32	.4913	12.07
.3666	11.33	.4234	10.88	.4552	11.18	.4954	12.18
.3707	11.38	.4260	10.86	.4573	11.30	.4975	12.30
.3728	11.26	.4373	11.00	.4593	11.20	.4996	12.19
.3749	11.28	.4394	11.96	.4614	11.31	.5017	12.09
.3770	11.26	.4415	10.98	.4635	11.29	.5038	12.05
.3791	11.40	.4436	11.03	.4656	11.22	.5059	12.13
.3812	11.41			.4677	11.23	.5079	12.10
.3832	11.57	55.3623	11.40	.4691	11.44	.5100	12.14
.3853	11.20	.3644	11.35	.4711	11.39	.5121	12.20
.3874	11.37	.3665	11.44	.4732	11.33	.5142	12.14
.3895	11.60	.3686	11.42	.4753	11.60	.5163	12.18
.3916	11.55	.3706	11.34	.4774	11.50	.5184	12.36
.3937	11.54	.3727	11.50	.4795	11.49	.5204	12.30
		.3748	11.48	.4836	11.45	.5225	12.05
38.2720	11.33	.3790	11.58	.4878	11.20	.5246	12.20
.2741	11.33	.3811	11.60	.4899	11.38		
.2762	11.37	.3831	11.45	.4920	11.68		
.2783	11.30	.3852	11.52	.4941	11.70	68.3787	12.10
.2804	11.23	.3894	11.65	.5003	11.44	.3808	12.10
.2824	11.24	.3915	11.60	.5024	11.56	.3828	12.09
.2844	11.04	.3936	11.40	.5048	11.73	.3849	12.00
.2866	11.05	.3956	11.65	.5079	11.64	.3870	12.19
.2887	11.10	.3977	11.51	.5121	11.80	.3891	12.16
.2908	11.02	.3998	11.46	.5142	11.87	.3933	12.16
.2929	11.00	.4019	11.70			.3953	12.08
.2949	10.99	.4040	11.77	67.3697	11.60	.3974	12.00
.2970	11.02	.4061	11.90	.3718	11.52	.3995	12.14
.2991	10.95	.4081	11.79	.3739	11.53	.4016	12.05
.3010	11.02	.4102	11.75	.3760	11.50	.4037	12.06
.3033	11.06	.4123	11.82	.3781	11.61	.4058	12.15
.3054	10.98	.4144	11.74	.3802	11.55	.4078	12.08
.3074	10.97	.4165	11.92	.3822	11.64	.4099	12.08
.3095	10.98	.4186	11.76	.3843	11.80	.4120	12.27
.3116	11.00	.4206	11.72	.3864	11.56	.4141	12.13
.3137	10.98	.4227	11.88	.3885	11.81	.4203	12.28
.3158	11.05			.3906	11.56	.4245	12.30
.3179	11.04	66.3975	11.06	.3947	11.72	.4287	12.15
		.3996	11.05	.3968	11.90	.4308	12.36
.3699	11.20	.4017	10.98	.3989	11.64	.4349	12.32
		.4038	10.95	.4010	11.70	.4370	12.35
24312..		.4059	10.94	.4031	11.65		
		.4079	11.04	.4072	11.88	.4453	12.44
54.3880	12.09	.4100	11.02	.4559	11.96	.4474	12.17
.3901	12.16	.4121	10.90	.4580	11.99	.4495	12.20
.3922	12.87	.4142	10.90	.4600	11.96	.4516	12.05
.3943	11.70	.4163	10.95	.4621	11.75	.4537	12.08
.3963	11.29	.4184	11.10	.4642	11.87	.4579	12.28
.3983	11.36	.4204	11.08	.4663	11.85	.4599	12.18
.4005	11.40	.4225	10.97	.4684	12.02	.4620	12.22
.4026	11.13	.4246	11.08	.4704	12.05	.4651	12.35
		.4267	11.00	.4725	12.05	.4683	12.20
.4047	11.10	.4888	10.97	.4746	12.00	.4724	12.36
.4068	11.18	.4309	11.02	.4767	12.02	.4745	12.42
.4090	10.97	.4329	11.01	.4788	12.06	.4766	12.34
.4110	10.90	.4350	11.15	.4809	12.15	.4786	12.18



J. D. ☉ 24312. .	Gr.	J. D. ☉ 24312. .	Gr.	J. D. ☉ 24312. .	Gr.	J. D. ☉ 24312. .	Gr.
68.4818	12.31	85.4659	10.67	86.4463	11.43	87.4824	12.23
.4849	12.13	.4680	10.55	.4484	11.65	.4845	12.10
.4870	12.29	.4700	10.71	.4505	11.58	.4866	12.22
.4891	12.18	.4721	10.63	.4526	11.60		
.4912	12.19	.4742	10.60	.4547	11.71	.4943	12.44
.4933	12.10	.4763	10.60	.4588	11.79	.4963	12.28
.4953	12.20	.4784	10.65	.4609	11.75	.4984	12.35
.4974	12.45	.4805	10.82			.5005	12.22
.4995	12.40	.4825	10.80	87.3595	11.70	.5026	12.50
.5016	12.15	.4846	10.78	.3616	11.90	.5047	12.30
.5037	12.20	.4867	10.90	.3637	11.96	.5068	12.38
.5058	12.28	.4888	11.00	.3658	11.85	.5088	12.30
.5078	12.19	.4909	10.80	.3679	11.88	.5109	12.55
.5099	12.35	.4930	10.98	.3699	11.80	.5130	12.42
.5141	12.25	.4950	10.96	.3720	12.00	.5151	12.22
.5183	12.28	.4971	10.95	.3741	11.95	.5172	12.38
.5203	12.38	.4992	10.98	.3762	12.02	.5193	12.28
.5225	12.30	.5013	10.94	.3783	12.20	.5213	12.19
.5245	12.30	.5034	10.97	.3804	11.95	.5234	12.37
.5266	12.15	.5054	11.20	.3824	11.97	.5255	12.30
.5287	12.45	.5075	11.02	.3845	11.90	.5276	12.15
.5328	12.40	.5096	11.15	.3866	11.98	.5297	12.22
.5349	12.23	.5117	11.16	.3887	12.00	.5318	12.16
.5370	12.40	.5138	11.10	.3908	11.98	.5338	12.31
		.5159	11.10	.3929	11.80	.5359	12.38
85.3645	12.30	.5180	11.34	.3949	12.02	.5380	12.27
.3666	12.28	.5200	11.02	.3970	12.25	.5401	12.38
.3687	12.20			.3991	12.10	.5422	12.29
.3707	12.27	86.3797	10.97	.4054	12.23	.5453	12.31
.3749	12.24	.3818	10.75	.4095	12.10	.5484	12.30
.3770	12.17	.3838	10.60	.4116	12.01	.5505	12.04
.3791	12.30	.3859	10.71	.4137	12.33	.5547	12.30
.3812	12.34	.3880	10.90	.4158	12.30		
.3832	12.40	.3901	10.94	.4179	12.33	88.4033	12.38
.3867	12.42	.3922	10.90	.4199	12.20	.4054	12.50:
.3909	12.30	.3943	10.94	.4283	12.40	.4074	12.55:
.3930	12.25	.3963	10.98	.4304	12.28	.4095	12.45:
.3950	12.34	.3984	11.08	.4324	12.22	.4116	12.58:
.4082	12.46	.4005	11.15	.4345	12.21	.4137	12.30:
.4103	12.40	.4026	11.13	.4366	12.15	.4158	12.20:
.4124	12.30	.4047	11.00	.4387	12.45	.4199	12.16:
.4145	12.15	.4068	11.20	.4429	12.17	.4220	12.33
.4166	12.10	.4088	11.01	.4449	12.23	.4241	12.45:
.4187	12.44	.4109	11.09	.4470	12.39	.4262	12.50:
.4207	12.37	.4130	11.06	.4491	12.10	.4283	12.30
.4228	12.28	.4151	11.17	.4512	12.30	.4304	12.60:
.4270	12.00	.4172	11.18	.4533	12.20	.4345	12.50:
.4305	12.08	.4193	11.21	.4554	12.18	.4366	12.62:
.4325	12.05	.4213	11.17	.4575	12.23	.4387	12.55:
.4367	11.76	.4234	11.25	.4595	12.17	.4408	12.50:
.4388	11.80	.4255	11.31	.4616	12.20	.4429	12.18:
.4409	11.60	.4276	11.40	.4637	12.31	.4470	12.20:
.4430	11.50	.4297	11.13	.4658	12.20	.4491	12.50:
.4450	11.42	.4318	11.27	.4679	12.36		
.4471	11.25	.4338	11.37	.4699	12.35	92.3532	12.05
.4492	11.20	.4359	11.51	.4720	12.20	.3552	11.90
		.4380	11.34	.4741	12.24	.3583	12.03
.4596	10.80	.4401	11.40	.4762	12.10	.3625	12.31
.4617	10.76	.4422	11.45	.4783	12.28	.3657	12.22
.4638	10.69	.4443	11.43	.4804	12.29	.3677	12.41

J. D. ☉ 24312. .	Gr.	J. D. ☉ 24312. .	Gr.	J. D. ☉ 24312. .	Gr.	J. D. ☉ 24313. .	Gr.
92.3698	12.30	97.3096	11.02	97.5267	12.00	00.4613	11.10
.3718	12.45	.4017	10.98	.5309	11.82	.4634	11.20
.3740	12.32	.4038	10.92	.5329	11.95	.4655	11.14
.3760	12.47	.4059	10.98	.5350	12.10	.4676	11.00
.3782	12.40	.4079	11.10	.5371	12.00:	.4696	11.05
.3802	12.55	.4100	11.12	.5403	12.21	.4717	11.00
.3823	12.37	.4121	11.06	.5434	12.10	.4738	10.98
.3843	12.48	.4142	11.20	.5454	12.09	.4759	10.99
.3885	12.38	.4163	11.08	.5475	12.06	.4780	10.98
.3958	12.42	.4184	11.10	.5496	11.99	.4801	10.95
.3989	12.55	.4204	11.21	.5517	12.30	.4821	10.85
.4011	12.55	.4225	11.20			.4842	10.89
.4031	12.58	.4246	11.24	24313..		.4863	10.94
.4063	12.47	.4267	11.21			.4884	11.00
.4104	12.47	.4288	11.23	00.3592	12.30	.4905	10.93
.4136	12.24	.4309	11.16	.3613	12.28	.4946	10.95
.4205	12.30	.4329	11.31	.3634	12.36	.4967	11.10
.4225	12.15	.4350	11.40	.3655	12.37	.4988	11.08
.4247	12.20	.4371	11.39	.3676	12.31	.5009	11.08
.4267	12.35	.4392	11.35	.3696	12.20	.5030	11.10
.4299	12.36	.4413	11.30	.3717	12.33	.5051	10.98
.4340	12.40	.4434	11.37			.5071	11.12
.4372	12.15	.4454	11.20	.3759	12.15	.5092	11.03
.4392	12.36	.4475	11.41	.3780	12.27	.5113	11.07
.4414	12.10	.4496	11.30	.3801	12.29	.5134	11.08
.4434	12.43	.4517	11.48	.3821	12.30	.5155	11.20
.4455	12.20	.4538	11.60	.3842	12.10	.5176	11.15
.4475	12.09	.4559	11.43	.3863	12.22	.5196	11.20
.4497	12.41	.4580	11.37	.3884	12.28	.5217	11.18
.4517	12.23	.4600	11.61	.3905	12.20	.5238	11.30
		.4621	11.55	.3926	12.22	.5259	11.34
		.4642	11.64	.3946	12.06	.5280	11.34
97.3371	12.20	.4663	11.70			.5301	11.22
.3392	12.05	.4684	11.72	.3995	12.42	.5321	11.40
.3413	11.90	.4704	11.42	.4016	12.39	.5342	11.20
.3434	12.06	.4725	11.69	.4037	12.33	.5363	11.33
.3454	12.00	.4746	11.64	.4058	12.15	.5384	11.25
.3475	11.82	.4767	11.64	.4078	12.40	.5405	11.32
.3496	11.90	.4788	11.80	.4099	12.43	.5426	11.33
.3517	11.53	.4809	11.83	.4120	12.26	.5446	11.39
.3538	11.58	.4829	11.65	.4141	12.16	.5467	11.30
.3559	11.47	.4850	11.64	.4162	12.15	.5488	11.27
.3579	11.20			.4183	12.21	.5509	11.28
.3600	11.23			.4203	12.40	.5530	11.50
.3621	11.12	.4913	11.67	.4225	12.34	.5551	11.48
.3642	11.28	.4934	11.82	.4245	12.20	.5571	11.49
.3663	11.32	.4954	11.64	.4266	12.41		
.3684	11.00	.4975	11.75	.4287	12.30		
.3704	10.80			.4342	12.30	12.3076	12.02
.3725	11.05	.4996	11.90	.4363	12.15	.3097	12.30
.3746	10.71	.5017	11.88	.4384	12.00	.3118	12.18
.3767	10.95	.5038	11.80	.4405	11.93	.3139	12.31
		.5059	11.95	.4426	11.91	.3160	12.20
.3829	10.92	.5079	12.04:	.4446	11.75	.3181	12.28
.3850	10.92	.5100	11.89	.4467	11.70	.3202	12.10
.3871	10.92	.5121	11.95	.4488	11.71	.3222	12.15
.3892	11.00	.5142	11.90	.4509	11.57		
.3913	10.97	.5163	12.15	.4530	11.50	.3403	12.30
.3934	11.00	.5184	11.90	.4551	11.26	.3424	12.03
.3954	11.03	.5204	11.98	.4572	11.21	.3444	12.18
.3975	11.05	.5225	12.11	.4592	11.07	.3465	12.29

J. D. ☉ 24313. .	Gr.	J. D. ☉ 24313. .	Gr.	J. D. ☉ 24313. .	Gr.	J. D. ☉ 24313. .	Gr.
12.3486	12.05	13.3763	10.87	14.3214	11.45	15.3242	12.10
.3507	12.18	.3784	10.84	.3235	11.40	.3284	12.10
.3528	12.00	.3805	10.85	.3256	11.45	.3305	12.25
.3549	12.01	.3825	10.90	.3388	11.52	.3346	12.15
.3569	12.05	.3846	10.97	.3409	11.50	.3367	12.23
.3590	12.06	.3867	10.91	.3430	11.58	.3388	12.20
.3611	12.10	.3888	10.90	.3450	11.53	.3409	12.28
.3632	12.26	.3909	10.82	.3471	11.55	.3430	12.05
.3653	12.18	.3930	10.90	.3492	11.50	.3450	12.26
.3674	12.13	.3950	11.05	.3513	11.81:	.3471	12.10
.3694	12.27	.3971	11.06	.3534	11.63	.3513	12.20
.3715	11.90	.3992	11.11	.3555	11.77:	.3555	12.25
.3736	12.25	.4013	10.92	.3575	11.50:	.3575	12.23
.3757	12.20	.4034	11.05	.3596	11.58	.3607	12.30
.3778	12.17	.4055	11.08	.3617	11.80	.3638	12.36
.3799	12.10	.4075	11.12	.3638	11.85:	.3659	12.26
.3819	11.95	.4096	11.10	.3659	11.60	.3680	12.43
.3840	12.15	.4117	11.11	.3680	11.52	.3700	12.41
.3861	12.00	.4138	11.18	.3700	11.66	.3721	12.20
.3882	12.07	.4159	11.09	.3721	11.61	.3742	12.21
.3903	12.03	.4180	11.07	.3742	11.70	.3784	12.37
.3924	12.31	.4200	11.23	.3763	11.63	.3805	12.50
.3944	12.14			.3784	11.86	.3846	12.35
.3965	12.30	.4261	11.30	.3805	11.71	.3867	12.32
.3986	12.20	.4277	11.34	.3825	11.90		
.4007	12.00	.4298	11.32	.3867	11.88	17.3249	11.85
.4028	12.35	.4319	11.33	.3888	11.78	.3270	11.92
.4049	12.33	.4339	11.35	.3930	11.95	.3291	11.93
.4069	11.98	.4360	11.41	.3950	11.97	.3312	11.66
.4090	12.24	.4381	11.33	.3971	11.72	.3332	11.78
.4111	12.06	.4402	11.42	.3992	11.78	.3353	11.66
		.4423	11.33	.4034	11.75	.3374	11.64
		.4444	11.34	.4055	12.00	.3395	11.63
13.3089	12.23	.4464	11.37	.4075	11.75	.3416	11.45
.3110	12.20	.4485	11.58	.4096	11.75	.3437	11.37
.3131	12.20	.4506	11.61	.4138	11.80	.3457	11.32
.3152	12.29	.4527	11.53	.4159	11.87	.3478	11.19
.3173	12.15	.4548	11.56	.4180	11.81	.3499	11.10
.3194	12.28	.4569	11.41	.4200	11.90	.3520	11.05
.3214	11.94	.4589	11.64	.4221	12.10	.3541	10.94
.3346	11.85	.4610	11.56	.4263	11.95	.3562	10.75
.3367	11.65	.4631	11.47	.4284	11.86:	.3582	10.70
.3388	11.68	.4652	11.62	.4305	12.12:	.3603	10.75
.3409	11.63	.4673	11.66			.3624	10.63
.3430	11.67	.4694	11.67	.4819	12.34	.3645	10.67
.3450	11.64	.4735	11.70	.4839	12.40	.3666	10.70
.3471	11.68	.4756	11.62	.4870	12.39	.3687	10.62
.3492	11.50	.4777	11.66	.4902	12.20	.3707	10.60
.3513	11.35	.4798	11.67	.4923	12.30	.3728	10.64
.3534	11.28	.4819	11.62	.4944	12.23	.3749	10.69
.3555	11.32	.4839	11.81	.4964	12.41	.3770	10.70
.3575	11.22	.4860	11.80	.4995	12.29	.3791	10.78
.3596	11.06	.4875	11.56	.5027	12.26	.3812	10.64
.3617	10.99	.4896	11.76	.5048	12.22	.3832	10.79
.3638	10.93	.4917	11.70	.5069	12.37	.3853	10.77
.3659	10.80	.4938	11.68	.5089	12.35	.3874	10.84
.3680	10.86	.4958	11.78			.3895	10.78
.3700	10.75			15.3180	12.22	.3916	10.85
.3721	10.90	14.3173	11.46	.3200	12.25	.3937	10.88
.3742	10.78	.3194	11.32	.3221	12.22	.3957	10.86

J. D. ☉ 24313. .	Gr.	J. D. ☉ 24313. .	Gr.	J. D. ☉ 24313. .	Gr.	J. D. ☉ 24313. .	Gr.
17.3978	10.87	17.5319	12.25	21.4602	11.70	23.5154	12.26
.3999	10.96	.5339	11.91	.4623	11.78	.5182	12.20
.4020	10.91	.5360	12.30	.4644	11.62	.5209	12.19
.4041	11.01			.4665	11.66	.5237	12.35
.4062	10.98	21.3373	11.00	.4686	11.75	.5265	12.10
.4082	11.00	.3394	10.96	.4706	11.90	.5293	11.88
.4103	11.10	.3415	10.90	.4727	11.85	.5320	11.90
.4124	11.05	.3436	10.75	.4748	11.70		
.4145	11.18	.3456	10.73			.5348	11.84
.4166	11.30	.3477	10.68			.5376	11.65
.4187	11.08	.3498	10.52	23.3144	12.29	.5404	11.55
.4207	11.17	.3519	10.50	.3165	12.27	.5432	11.48
.4228	11.18	.3540	10.60	.3484	12.25	.5459	11.35
.4249	11.24	.3561	10.42	.3526	12.50	.5487	11.13
.4270	11.20	.3591	10.55	.3547	12.32	.5515	11.07
.4332	11.43	.3623	10.43	.3568	12.55	.5543	10.86
.4374	11.31	.3644	10.56	.3808	12.42	.5570	10.78
.4395	11.30	.3665	10.59	.3834	12.53	.5598	10.80
.4416	11.51	.3686	10.60	.3890	12.45	.5626	10.58
.4444	11.54	.3706	10.53	.3918	12.20	.5654	10.48
.4464	11.25	.3727	10.54	.3945	12.33	.5682	10.67
.4485	11.35	.3748	10.72	.3973	12.58	.5709	10.54
.4506	11.32	.3769	10.63	.4001	12.25	.5737	10.65
.4527	11.40	.3811	10.55	.4029	12.28	.5765	10.69
.4548	11.35:	.3831	10.75	.4057	12.41		
.4569	11.58	.3852	10.68	.4084	12.60		
.4589	11.56	.3873	10.86	.4112	12.31	24.3043	12.46
.4610	11.60	.3894	10.95	.4140	12.50	.3084	12.36
.4631	11.68	.3894	10.95	.4168	12.45	.3112	12.50
.4652	11.57	.3915	10.94	.4195	12.32	.3140	12.34
.4673	11.71	.3936	10.82	.4223	12.25	.3168	12.28
.4694	11.66	.3956	11.10	.4251	12.40	.3195	12.33
.4714	11.67	.3977	11.00	.4279	12.43	.3223	12.47
.4735	11.70	.3998	11.08	.4307	12.47	.3251	12.25
.4756	11.73	.4019	10.97	.4334	12.30	.3279	12.20
.4777	11.90	.4040	10.95	.4362	12.55	.3307	12.31
.4798	11.68	.4061	10.13	.4390	12.50	.3348	12.41
.4819	11.70	.4081	11.20	.4411	12.45	.3390	12.34
.4839	11.60	.4102	10.92	.4439	12.35	.3418	12.58
.4881	11.78	.4123	11.06	.4466	12.32	.3445	12.43
.4902	11.65	.4144	11.15	.4499	12.40	.3473	12.16
.4923	11.87	.4165	11.21	.4522	12.35	.3501	12.18
.4944	12.00	.4186	11.20	.4550	12.05	.3557	12.36
.4964	11.80	.4206	11.40	.4578	12.20	.3584	12.37
.4985	11.78	.4227	11.35	.4605	12.10	.3612	12.15
.5006	11.81	.4248	11.38	.4633	12.20	.3640	12.30
.5027	11.95	.4269	11.25	.4661	12.08	.3668	12.25
.5048	11.90	.4290	11.32	.4689	12.23	.3695	12.28
.5069	12.00	.4311	11.55	.4716	12.18	.3723	12.30
.5089	11.81	.4331	11.40	.4744	12.37	.3751	12.22
.5110	11.98	.4352	11.65	.4772	12.40	.3793	12.40
.5131	11.90	.4373	11.35	.4834	12.35	.3834	12.40
.5152	11.92	.4394	11.50	.4862	12.20	.3862	12.62
.5173	11.93			.4890	12.50	.3890	12.64
.5194	12.10	.4456	11.57			.3918	12.33
.5214	12.12	.4477	11.55	.4959	12.44	.3945	12.56
.5235	12.15	.4498	11.58	.4987	12.50	.3973	12.30
.5256	11.90	.4519	11.80	.5015	12.28	.4001	12.46
.5277	12.28	.4540	11.74	.5043	12.45	.4029	12.35
.5298	12.00	.4561	11.78	.5084	12.42	.4057	12.31
		.4582	11.77	.5126	12.26	.4084	12.34

4\*

J. D. $\odot$ 24313. .	Gr.	J. D. $\odot$ 24313. .	Gr.	J. D. $\odot$ 24313. .	Gr.	J. D. $\odot$ 24313. .	Gr.
24.4112	12.10	26.3157	11.74	26.4448	12.18	27.4788	12.27
.4140	12.02	.3177	11.68	.4468	12.24	.4810	12.50
.4168	12.00	.3198	11.55	.4490	12.33	.4829	12.43
.4195	11.74	.3218	11.72	.4510	12.51	.4871	12.35
.4223	11.66	.3240	11.70	.4532	12.38	.4893	12.37
.4251	11.50	.3260	11.60	.4552	12.40	.4913	12.20
.4279	11.35	.3282	11.66	.4574	12.15	.4935	12.30
.4307	11.25	.3302	11.65	.4593	12.28	.4954	12.10
.4334	11.12	.3323	11.78	.4615	12.22	.4976	12.16
.4362	10.95	.3343	11.70	.4635	12.43	.4996	12.30
.4390	10.75	.3365	11.90	.4657	12.25	.5018	12.20
		.3385	11.82			.5038	12.14
.4452	10.43	.3407	11.72	27.3539	12.28:	.5060	12.05
.4480	10.45	.3427	12.00	.3570	12.15	.5185	11.50
.4508	10.60	.3448	11.86	.3600	12.35	.5204	11.40
.4536	10.50	.3468	11.70	.3622	12.48	.5226	11.34
.4564	10.57	.3490	11.89	.3643	12.36	.5246	11.32
.4591	10.60	.3510	11.95	.3663	12.35	.5268	10.93
.4619	10.63	.3532	11.84	.3685	12.50	.5288	10.87
.4647	10.60	.3552	11.88	.3704	12.25	.5310	10.76
.4675	10.71	.3573	11.98	.3726	12.43	.5329	10.55
.4702	10.76	.3593	12.02	.3746	12.18	.5351	10.70
.4730	10.80	.3615	12.11	.3788	12.26	.5371	10.65
.4758	10.93	.3635	12.07	.3820	12.21	.5393	10.74
.4786	10.90	.3667	11.92	.3861	12.23	.5413	10.56
.4814	10.85	.3698	11.99	.3893	12.26	.5435	10.72
.4841	11.01	.3718	12.20	.3913	12.20	.5476	10.54
.4869	11.10	.3740	12.27	.3934	12.43	.5496	10.74
.4897	10.95	.3760	12.19	.3954	12.30	.5518	10.76
.4925	11.28	.3782	12.08	.3976	12.45	.5560	10.70
.4952	11.22	.3802	12.21	.4007	12.46	.5579	10.78
.4980	11.25			.4049	12.63	.5601	10.68
.5008	11.27	.3865	12.13	.4090	12.47	.5621	10.90
.5036	11.14	.3885	11.98	.4121	12.52	.5643	10.79
.5064	11.16	.3907	12.10	.4143	12.65	.5663	10.84
.5091	11.07	.3927	12.06	.4163	12.64	.5685	10.75
.5119	11.20	.3948	12.25	.4204	12.58	.5705	10.77
.5147	11.26	.3968	12.05	.4226	12.62	.5726	11.00
.5175	11.35	.3989	12.08	.4246	12.38		
.5202	11.30	.4011	12.06	.4270	12.29	28.3011	12.56
.5230	11.36	.4031	12.25	.4288	12.32	.3031	12.50
.5258	11.35	.4053	12.11	.4309	12.54	.3053	12.65
.5286	11.41	.4072	12.40	.4330	12.60	.3083	12.46
.5314	11.28	.4094	12.12	.4350	12.58	.3114	12.32
.5341	11.34	.4114	12.35	.4382	12.40	.3136	12.42
.5369	11.60	.4136	12.05	.4414	12.38	.3156	12.40
.5404	11.58	.4156	12.28	.4434	12.48	.3178	12.30
.5459	11.70	.4178	12.30	.4455	12.40	.3197	12.36
.5487	11.65	.4197	12.39	.4475	12.29	.3219	12.50
.5515	11.66	.4219	12.28	.4539	12.30	.3239	12.40
.5543	11.62	.4239	12.40	.4559	12.25	.3261	12.38
		.4261	12.27			.3281	12.40
26.2990	11.40	.4281	12.08	.4622	12.68	.3303	12.34
.3010	11.63	.4303	12.05	.4642	12.50	.3322	12.41
.3032	11.50	.4322	12.26	.4664	12.62	.3344	12.23
.3052	11.55	.4344	12.25	.4685	12.30	.3364	12.20
.3073	11.58	.4364	12.32	.4704	12.48	.3386	12.45
.3093	11.62	.4385	12.20	.4726	12.32	.3406	12.39
.3115	11.65	.4407	12.28	.4746	12.20	.3428	12.38
.3135	11.64	.4427	12.40	.4768	12.44	.3447	12.25

J. D. $\odot$ 24313. .	Gr.	J. D. $\odot$ 24313. .	Gr.	J. D. $\odot$ 24313. .	Gr.	J. D. $\odot$ 24313. .	Gr.
28.3469	12.42	28.4809	11.11	51.3383	12.35	61.3339	11.95
.3489	12.40	.4830	11.13	.3414	12.39	.3360	11.89
.3511	12.60	.4850	11.26				
.3531	12.35	.4872	11.17	52.2613	12.33	.3409	11.79
.3553	12.55	.4892	11.16	.2634	12.30	.3430	11.90
.3572	12.50	.4914	11.05	.2676	12.22	.3450	11.95
.3594	12.60	.4934	11.23	.2696	12.23	.3471	11.97
.3614	12.42	.4955	11.40	.2717	12.14	.3492	12.00
.3671	12.63	.4975	11.29	.2738	12.27	.3513	11.80
.3691	12.60	.4996	11.47	.2759	12.19	.3534	11.80
.3712	12.45	.5018	11.36	.2780	12.24	.3555	12.05
.3732	12.43	.5039	11.55	.2801	12.09	.3575	11.95
.3754	12.38.	.5059	11.33	.2821	12.15	.3596	11.93
.3774	12.35	.5080	11.24	.2842	12.17		
.3796	12.44	.5100	11.40	.2863	12.40	.3645	12.07
.3816	12.46	.5122	11.56	.2884	12.44	.3666	11.93
.3837	12.34	.5142	11.49	.2905	12.20	.3687	12.10
.3857	12.10	.5164	11.57	.2926	12.20	.3707	11.95
.3879	12.25	.5184	11.70	.2946	12.43	.3728	12.09
.3899	12.25	.5205	11.60	.2967	12.38	.3749	11.98
.3921	11.85	.5225	11.70	.2988	12.15	.3770	11.95
.3941	11.95	.5247	11.58	.3008	12.17	.3791	12.18
.3962	11.70	.5267	11.55	.3029	12.43	.3812	12.10
.3982	11.90	.5289	11.67	.3966	11.23	.3832	12.21
.4004	11.68	.5309	11.68	.3988	11.10		
.4024	11.50	.5330	11.66	.4009	11.35	.3874	12.28
.4046	11.20	.5361	11.72	.4030	11.40	.3895	12.06
.4066	11.00	.5392	11.88	.4051	11.22	.3916	12.12
.4087	11.03	.5424	11.83	.4071	11.20	.3937	12.11
.4107	10.98	.5455	11.78	.4092	11.40	.3957	12.08
.4129	10.78	.5475	11.85	.4113	11.30	.3978	12.10
.4150	10.70	.5497	11.89	.4134	11.60	.3999	12.18
.4170	10.56	.5517	11.91			.4020	12.10
.4192	10.67	.5539	12.05	61.2728	11.22	.4041	12.11
.4211	10.70	.5580	11.90	.2749	11.18	.4062	12.18
.4233	10.69	.5600	12.12	.2770	11.10	.4117	12.20
.4253	10.70	.5622	11.94	.2791	11.16	.4138	12.33
.4275	10.60	.5642	11.82	.2812	11.13	.4159	12.12
.4295	10.57	.5664	12.10	.2832	11.17	.4180	12.23
.4317	10.50			.2853	11.25	.4200	12.14
.4336	10.67	51.2761	12.27	.2874	11.10	.4221	12.40
.4358	10.72	.2793	12.20	.2895	11.15	.4242	12.35
.4378	10.68	.2814	12.22	.2926	11.30	.4263	12.30
.4400	10.63	.2844	12.31	.2957	11.40	.4284	12.41
.4420	10.80	.2876	12.30	.2978	11.33	.4305	12.28
.4461	10.85	.2897	12.13	.2999	11.35		
.4483	10.86	.2918	12.20	.3020	11.40	.4363	12.25
.4503	10.93	.2939	12.32	.3041	11.56	.4395	12.31
.4525	10.90	.2959	12.21	.3062	11.43	.4416	12.45
.4545	10.81	.2980	12.18	.3082	11.55	.4437	12.30
.4567	10.96	.3001	12.16	.3110	11.70	.4467	12.35
.4586	11.00	.3022	12.28	.3124	11.54	.4499	12.20
.4610	11.04	.3054	12.31	.3173	11.66	.4520	12.43
.4628	10.99	.3094	12.28	.3194	11.64	.4541	12.47
.4650	10.96	.3126	12.20	.3214	11.65		
.4670	11.08	.3147	12.35	.3235	11.75	24316..	
		.3168	12.37	.3256	11.72		
.4747	11.18	.3189	12.40	.3277	11.80	51.3727	10.80
.4767	11.07	.3209	12.38	.3298	11.75	.3748	11.03
.4789	11.10	.3320	12.45	.3319	11.84	.3769	10.90



J. D. $\odot$ 24316. .	Gr.	J. D. $\odot$ 24316. .	Gr.	J. D. $\odot$ 24316. .	Gr.	J. D. $\odot$ 24316. .	Gr.
51.3790	10.85	52.3644	11.90	53.3741	12.28	54.4741	10.95
.3811	10.98	.3665	11.81	.3762	12.25	.4762	10.91
.3831	10.94	.3706	11.80	.3783	12.20	.4783	10.92
.3852	10.95	.3727	12.00	.3804	12.22	.4804	10.97
.3873	11.00	.3748	12.02	.3824	12.24	.4824	10.82
.3894	11.07	.3769	12.00	.3845	12.22	.4845	10.92
.3915	11.04	.3790	12.10	.3866	12.34		
.3936	11.17	.3811	12.08	.3887	12.45		
.3956	11.20	.3831	12.25	.3908	12.30	67.3224	11.27
.3977	11.19	.3852	12.10	.3929	12.41	.3245	11.41
.3998	11.00	.3873	12.15	.3949	12.26	.3266	11.37
.4019	11.11	.3915	12.30	.3970	12.31	.3287	11.22
.4040	11.12	.3936	12.10	.3991	12.27	.3308	11.36
.4061	11.18	.4026	12.20	.4012	12.35	.3328	11.46
.4081	11.12	.4047	12.21	.4033	12.36	.3349	11.47
.4102	11.27	.4068	12.36	.4054	12.50	.3370	11.50
.4123	11.18	.4088	12.30	.4074	12.55	.3391	11.51
.4144	11.42	.4109	12.33	.4095	12.45	.3412	11.41
.4165	11.60	.4130	12.34	.4116	12.40	.3433	11.57
.4186	11.54	.4151	12.18	.5290	11.64	.3453	11.63
.4206	11.41	.4172	12.15	.5311	11.62	.3474	11.70
.4227	11.58	.4193	12.14	.5331	11.40	.3495	11.65
.4248	11.40	.4213	12.27	.5352	11.45	.3516	11.74
.4269	11.55	.4234	12.35	.5373	11.35	.3537	11.60
.4290	11.58	.4255	12.41	.5394	11.18	.3558	11.71
.4311	11.70	.4276	12.32	.5415	11.05	.3578	11.75
.4331	11.53	.4297	12.10			.3599	11.77
.4352	11.54	.4318	12.22	54.4074	12.20	.3620	11.80
.4373	11.70	.4359	12.24	.4095	12.01	.3641	11.81
.4394	11.69	.4380	12.07	.4116	11.90	.3662	11.70
.4415	11.79	.4401	12.34	.4137	11.70	.3683	11.82
.4436	11.76	.4422	12.15	.4158	11.60	.3703	11.75
.4456	11.75	.4443	12.31	.4179	11.50	.3724	11.90
.4477	11.58	.4463	12.15	.4199	11.55	.3787	11.97
.4498	11.75	.4484	12.40	.4220	11.40	.3808	11.85
.4519	11.70	.4505	12.34	.4241	11.20	.3828	11.84
.4540	11.63	.4526	12.14	.4262	11.08	.3849	11.90
		.4547	12.33	.4283	10.98	.3870	11.90
.4686	11.95	.4568	12.13	.4304	10.75	.3891	11.93
.4706	11.98	.4588	12.24	.4324	10.66	.3912	11.91
.4727	12.03	.4609	12.41	.4345	10.68	.3933	11.84
.4748	12.07	.4630	12.12	.4366	10.67	.3953	11.82
.4769	11.96	.4651	12.15	.4387	10.54	.3974	11.92
.4790	11.90	.4693	12.39	.4408	10.58	.3995	11.84
.4811	11.92	.4713	12.40	.4429	10.59	.4016	11.92
.4831	11.95	.4734	12.22	.4449	10.55	.4037	12.10
.4852	12.05	.4755	12.15	.4470	10.56	.4058	12.15
.4873	12.10	.4776	12.47	.4491	10.57	.4078	11.94
.4894	12.00	.4808	12.44			.4099	11.85
.4915	11.98	.4838	12.34	.4512	10.70	.4120	12.02
.4936	12.04	.4859	12.33	.4533	10.54	.4141	11.98
.4956	12.15	.4911	12.46	.4554	10.60	.4162	11.95
.4998	12.05	.4943	12.35	.4575	10.62	.4183	12.02
.5019	12.05	.4963	12.30	.4595	10.63	.4203	12.09
.5040	12.18	.4984	12.50	.4616	10.74	.4224	12.06
.5061	12.02	.5005	12.45	.4637	10.80		
		.5026	12.23	.4658	10.68	.4308	12.27
52.3581	11.85	.5047	12.44	.4679	10.72	.4328	12.25
.3602	11.75			.4699	10.80	.4349	12.30
.3623	11.96	53.3720	12.42	.4720	10.81	.4370	12.28



J. D. $\odot$ 24316. .	Gr.	J. D. $\odot$ 24316. .	Gr.	J. D. $\odot$ 24316. .	Gr.	J. D. $\odot$ 24316. .	Gr.
67.4391	12.27	68.4272	12.15	74.3375	11.00	74.4639	11.92
.4412	12.21	.4293	12.20	.3396	10.90	.4660	11.97
.4433	12.15	.4314	12.27	.3417	10.84	.4681	11.78
.4453	12.32	.4355	12.32	.3438	10.94	.4701	11.88
.4474	12.25	.4376	12.35	.3458	10.92	.4722	11.89
.4495	12.15	.4397	12.22	.3479	11.00	.4743	11.91
.4516	12.27	.4418	12.29	.3500	10.98	.4764	12.08
.4537	12.33	.4439	12.23	.3521	10.97	.4785	12.25
.4558	12.30	.4459	12.15	.3542	11.01	.4806	12.14
.4579	12.20	.4480	12.20	.3563	11.05	.4826	11.94
.4599	12.16	.4501	12.34	.3583	11.04	.4847	11.99
.4641	12.26	.4543	12.28	.3604	11.00	.4868	12.12
.4683	12.32	.4584	12.23	.3625	11.15	.4889	12.30
.4703	12.10	.4605	12.33	.3646	11.05	.4920	12.22
				.3667	11.17	.4951	12.12
.4780	12.35			.3688	11.16	.4972	12.28
.4801	12.48	.4661	12.40	.3708	11.22	.4993	12.25
.4842	12.46	.4682	12.28	.3729	11.17	.5014	12.06
.4863	12.28	.4702	12.35	.3750	11.21	.5035	12.13
.4884	12.27	.4723	12.26	.3771	12.22	.5066	12.18
.4915	12.31	.4744	12.29	.3792	11.32	.5097	12.22
.4946	12.15	.4765	12.27	.3813	11.30	.5128	12.26
.4967	12.32	.4786	12.28	.3833	11.35	.5160	12.35
.4988	12.27	.4807	12.15	.3854	11.43	.5181	12.32
.5009	12.44	.4827	12.22	.3875	11.46	.5201	12.23
.5040	12.26	.4848	12.18	.3896	11.47	.5222	12.32
.5092	12.20	.4869	12.30	.3917	11.45	.5243	12.13
.5134	12.30	.4911	12.28	.3938	11.38	.5264	12.10
.5155	12.15	.4932	12.25	.3958	11.37	.5285	12.26
		.4952	12.28	.3979	11.50	.5306	12.08
		.4973	12.30	.4000	11.45	.5326	12.15
68.3584	12.15	.4994	12.34	.4021	11.40	.5347	12.17
.3605	12.10	.5015	12.27	.4042	11.36	.5368	12.20
.3626	12.20	.5036	12.16	.4063	11.60	.5389	12.18
.3647	12.08	.5057	12.22	.4083	11.50		
.3668	12.10	.5077	12.37	.4104	11.65	80.3468	12.10
.3709	12.17	.5098	12.40	.4125	11.75	.3489	12.10
.3730	12.22	.5119	12.30	.4146	11.63	.3510	12.28
.3772	12.35	.5140	12.38	.4167	11.72	.3531	12.25
.3793	12.40	.5161	12.40	.4198	11.77	.3552	12.22
.3814	12.31	.5182	12.20	.4229	11.78	.3572	12.15
.3834	12.39	.5202	12.10	.4250	11.70	.3593	12.09
.3855	12.42	.5223	12.08	.4271	11.63	.3614	12.24
.3876	12.30	.5244	12.09	.4292	11.80	.3635	12.17
.3897	12.19	.5265	12.10	.4313	11.77	.3656	12.25
.3918	12.10	.5286	12.00			.3677	12.32
.3939	12.29	.5307	11.95	.4368	11.88	.3697	12.04
.3959	12.20	.5327	11.90	.4389	11.85	.3718	11.95
.4004	12.34	.5348	11.97	.4410	11.70	.3739	12.00
.4043	12.25	.5369	11.76	.4431	11.66		
.4064	12.28	.5390	11.70	.4451	11.72		
		.5411	11.64	.4472	11.88	97.3201	12.28
.4084	12.36	.5432	11.45			.3222	12.20
.4105	12.28	.5452	11.50	.4493	11.90	.3243	12.30
.4126	12.14	.5473	11.32	.4514	11.90	.3264	12.22
.4147	12.16			.4535	11.99	.3285	12.33
.4168	12.28			.4556	11.86	.3306	12.51
.4189	12.18	74.3292	10.70	.4577	11.85	.3326	12.36
.4209	12.20	.3313	10.86	.4597	11.76	.3347	12.37
.4230	12.26	.3333	10.90	.4618	11.90	.3368	12.40
.4251	12.22	.3354	10.95				

J. D. ☉ 24316. .	Gr.	J. D. ☉ 24316. .	Gr.	J. D. ☉ 24317. .	Gr.	J. D. ☉ 24323. .	Gr.
97.3389	12.38	97.4660	11.20	01.3992	10.59	75.4848	10.95
.3410	12.27	.4681	11.20	.4013	10.73	.4876	10.76
.3431	12.28	.4701	11.19	.4034	10.70	.4904	10.85
.3451	12.50	.4722	11.25	.4055	10.79	.4932	10.80
.3472	12.20	.4743	11.28	.4075	10.75	.4959	10.98
.3493	12.42	.4764	11.31	.4096	10.70	.4980	10.93
.3514	12.43	.4785	11.32	.4117	10.95	.5008	10.83
.3535	12.25	.4806	11.38	.4138	10.87	.5036	11.05
.3556	12.21	.4819	11.41	.4166	10.94	.5091	11.20
.3576	12.05	.4840	11.36	.4187	10.97	.5147	11.10
.3597	12.04	.4861	11.40	.4207	11.01		
.3618	12.15	.4882	11.25	.4228	10.87		
.3639	12.00	.4903	11.25	.4249	11.05	24327..	
.3660	11.93	.4924	11.53	.4270	10.93		
.3681	11.95	.4944	11.60	.4291	11.03	37.4213	10.70
.3701	11.83	.4965	11.42	.4312	11.20	.4241	10.65
.3722	11.78	.4986	11.56	.4332	11.11	.4269	10.67
.3743	11.60			.4353	11.08	.4297	10.75
.3764	11.65			.4374	11.18	.4324	10.80
.3785	11.55	24317..		.4395	11.24	.4352	10.75
.3806	11.35					.4380	10.85
.3826	11.40	01.3159	12.40	13.2990	10.77:	.4408	11.00
.3847	11.27	.3180	12.40	.3010	10.92:	.4436	10.95
.3868	11.14	.3200	12.35	.3032	11.05:	.4463	10.98
.3889	10.98	.3221	12.33	.3052	10.99:	.4491	11.10
.3910	10.95	.3242	12.35	.3073	11.12:	.4519	11.15
.3931	10.89	.3263	12.30	.3093	11.06:	.4547	11.11
.3951	10.77	.3284	12.38	.3115	11.08:	.4575	11.25
.3972	10.70	.3305	12.27	.3135	11.09:	.4602	11.20
.3993	10.54	.3325	12.55	.3157	11.15:	.4630	11.21
.4014	10.58	.3346	12.50	.3177	11.04:	.4658	11.28
.4035	10.53	.3367	12.37	.3198	10.78:	.4686	11.40
.4056	10.52	.3388	12.48	.3218	10.87:	.4713	11.47
.4080	10.55	.3409	12.20	.3240	10.97:	.4741	11.47
.4100	10.42	.3440	12.15	.3260	10.98:	.4769	11.56
.4122	10.52	.3471	11.95	.3282	10.86:	.4797	11.63
.4142	10.60	.3492	11.96	.3302	10.97:	.4824	11.52
.4164	10.62	.3513	11.90	.3323	11.12:	.4852	11.57
.4184	10.60	.3534	11.65	.3343	11.09:	.4908	11.66
.4205	10.70	.3555	11.50	.3365	11.24:	.4936	11.60
.4225	10.72	.3575	11.51	.3385	11.21:	.4963	11.72
		.3596	11.33	.3412	11.21:	.4991	11.70
.4278	10.78	.3617	11.20	3428	11.27:	.5019	11.71
.4299	10.75	.3638	11.08			.5048	11.79
.4319	10.80	.3659	10.97	24323..		.5076	12.00
.4340	10.88	.3680	10.91			.5104	11.90
.4361	10.90	.3700	10.67	75.4459	11.90	.5158	12.02
.4382	10.92	.3721	10.70	.4487	11.80	.5190	11.95
.4403	10.96	.3742	10.71	.4515	11.77		
.4424	10.96	.3763	10.50	.4543	11.65	45.3638	10.82
.4444	11.00	.3784	10.66	.4571	11.40	.3659	10.87
.4465	11.07	.3805	10.40	.4598	11.31	.3680	10.90
.4486	11.19	.3825	10.59	.4626	11.15	.3700	10.90
.4507	11.10	.3846	10.45	.4654	10.65	.3720	10.94
.4528	12.08	.3867	10.58	.4682	10.80	.3742	11.00
.4556	11.20	.3888	10.60	.4709	10.77	.3763	10.98
.4577	11.12	.3909	10.56	.4737	10.72	.3784	11.05
.4597	11.14	.3930	10.53	.4765	10.74	.3805	11.08
.4618	11.22	.3950	10.70	.4820	10.66	.3825	11.10
.4639	11.23	.3971	10.68				

J. D. ☉ 24327. .	Gr.	J. D. ☉ 24330. .	Gr.	J. D. ☉ 24330. .	Gr.	J. D. ☉ 24334. .	Gr.
45.3846	II.07	66.4306	II.21	74.4430	IO.87	43.3921	II.28
.3867	II.11	.4333	II.36	.4478	IO.71	.3942	II.26
.3888	II.16	.4361	II.42	.4500	IO.63	.3962	II.20
.3909	II.20	.4389	II.28	.4520	IO.64	.3983	II.09
.3930	II.18	.4417	II.35	.4541	IO.70	.4004	II.15
.3950	II.20	.4444	II.37	.4562	IO.71	.4025	II.06
.3971	II.20	.4472	II.35	.4582	IO.80	.4046	II.00
.4013	II.28	.4500	II.16	.4603	IO.72	.4067	II.93
.4034	II.30	.4528	II.12	.4624	IO.72	.4087	II.80
.4054	II.37			.4645	IO.78	.4108	II.78
.4075	II.26	.4618	II.20	.4666	IO.80	.4129	II.50
.4096	II.30	.4639	II.92	.4687	IO.81	.4150	II.45
.4117	II.38	.4660	II.10	.4707	IO.77	.4171	II.39
.4138	II.35	.4681	II.94	.4728	IO.83	.4192	II.46
.4159	II.40	.4701	II.90	.4749	IO.85	.4212	II.10
		.4722	II.68			.4233	II.12
60.3812	II.61	.4743	II.73	.4825	IO.88	.4254	IO.95
.3840	II.50	.4764	II.51	.4846	IO.95	.4275	IO.92
.3868	II.56	.4785	II.42	.4867	IO.92	.4296	IO.96
.3895	II.46	.4806	II.40	.4888	IO.96	.4317	IO.85
.3923	II.25	.4826	II.18	.4909	IO.91	.4337	IO.87
.3951	II.20	.4847	II.09	.4930	II.08	.4358	IO.74
.3979	II.11	.4868	II.01	.4950	IO.98		
.4006	II.09	.4889	IO.85	.4971	II.20	74.3706	II.32
.4034	II.01	.4910	IO.80	.4992	II.21	.3727	II.25
.4062	II.04	.4931	IO.68	.5013	II.28	.3748	II.38
.4090	II.00	.4951	IO.33	.5034	II.25	.3769	II.20
.4118	IO.94	.4972	IO.61	.5055	II.17	.3790	II.35
.4143	IO.93	.4993	IO.64	.5075	II.15	.3811	II.27
.4173	II.00	.5014	IO.68	.5096	II.18	.3831	II.30
.4201	IO.94	.5035	IO.63	.5117	II.05	.3852	II.27
.4229	II.03	.5056	IO.56			.3873	II.30
.4256	IO.95	.5076	IO.50	86.3622	II.25	.3894	II.15
.4284	II.10	.5097	IO.68	.3650	II.23	.3915	II.10
.4312	II.00	.5118	IO.60	.3671	II.18	.3936	II.05
.4340	II.02	.5139	IO.65	.3692	II.16	.3956	II.11
.4368	II.06	.5160	IO.64	.3712	II.05	.3977	II.10
.4395	II.05	.5181	IO.60	.3733	II.06	.3998	II.20
.4423	IO.98	.5201	IO.72	.3754	II.08	.4019	II.06
.4451	II.18	.5222	IO.81	.3775	II.10	.4040	II.00
.4479	II.19	.5243	IO.80	.3796	II.10	.4061	II.10
.4506	II.15	.5264	IO.83	.3817	II.00	.4081	II.02
.4534	II.05	.5285	IO.80	.3837	II.09	.4102	II.98
.4562	II.14	.5306	IO.78	.3858	II.00	.4123	II.84
.4589	II.27	.5326	IO.86	.3879	II.02	.4144	II.63
.4618	II.20	.5347	IO.89	.3900	II.04	.4165	II.61
		.5368	IO.92	.3921	II.05	.4186	II.60
24330..		.5389	IO.90	.3942	II.05	.4206	II.52
66.4000	II.35	74.4200	II.06	.4080	II.02	.4227	II.36
.4028	II.26	.4221	II.18	.4101	II.18	.4248	II.44
.4056	II.24	.4242	II.05	.4122	II.15	.4269	II.32
.4083	II.27	.4263	II.82	.4133	II.05	.4290	II.15
.4111	II.25	.4284	II.80	.4164	II.15	.4311	II.04
.4139	II.18	.4305	II.53			.4352	II.00
.4167	II.32	.4325	II.61	24334..		.4373	II.06
.4194	II.22	.4346	II.34			.4394	IO.83
.4222	II.25	.4367	II.30	43.3858	II.25	.4415	IO.89
.4250	II.17	.4388	II.25	.3879	II.40	.4436	IO.88
.4268	II.30	.4409	IO.90	.3900	II.30	.4456	IO.88
						.4477	II.00

J. D. ☉ 24334. .	Gr.	J. D. ☉ 24335. .	Gr.	J. D. ☉ 24335. .	Gr.	J. D. ☉ 24338. .	Gr.
74.4498	10.95	24335..		45.2901	11.06	12.4086	11.10
.4519	10.90			.2922	11.07	.4107	11.00
.4540	10.96	37.2854	12.14	.2943	11.00	.4128	10.87
.4561	10.86	.2874	12.09	.2963	10.96	.4149	10.80
.4582	10.90	.2895	11.87	.2984	11.07	.4170	10.61
.4602	10.91	.2916	11.68	.3005	11.04	.4232	10.61
.4623	11.06	.2937	11.50			.4253	10.61
.4644	11.05	.2958	11.39	24338..		.4274	10.68
.4665	11.07	.2979	11.36			.4295	10.66
.4693	10.97	.2999	11.12	11.4205	12.33	.4316	10.70
.4713	11.00	.3020	11.08	.4236	12.40	.4336	10.67
.4734	11.10	.3041	10.83	.4267	12.32	.4357	10.72
.4762	11.08	.3062	10.76	.4301	12.50	.4378	10.90
		.3082	10.80	.4330	12.60:	.4399	10.82
.5012	11.46	.3103	10.74	.4531	12.57	.4420	10.79
.5033	11.40	.3124	10.73	.4553	12.48	.4441	10.75
.5054	11.23	.3145	10.73	.4575	12.65	.4461	10.84
.5074	11.46	.3166	10.70	.4657	12.38	.4489	10.90
.5095	11.48	.3187	10.68	.4677	12.30	.4510	11.00
		.3207	10.70	.4697	12.56:	.4531	10.95
		.3228	10.74			20.3636	11.77
82.3796	12.35	.3249	10.75			.3657	11.64
.3817	12.21	.3270	10.78	.4844	12.04	.3678	11.48
.3837	11.92	.3291	10.80	.4865	12.10	.3698	11.37
.3858	12.00	.3312	10.85	.4886	12.03	.3719	11.26
.3879	11.88	.3332	10.82	.4907	12.05	.3742	11.21
.3900	11.85	.3353	10.82	.4928	12.16	.3761	11.00
.3921	11.70	.3375	10.87	.4948	12.05	.3782	10.89
.3942	11.63	.3395	10.83	.4969	12.20	.3803	10.76
.3962	11.51	.3416	10.92	.4990	12.05	.3823	10.68
.3983	11.55	.3437	10.87	.5011	11.95	.3844	10.58
.4004	11.48	.3458	10.82	.5025	12.00	.3865	10.56
.4025	11.24	.3479	11.03	.5045	11.90	.3886	10.60
.4046	11.23	.3499	10.97	.5073	11.78	.3907	10.54
.4067	11.10	.3520	10.98	.5094	11.80	.3928	10.56
.4087	10.90	.3541	10.96	.5115	11.56	.3948	10.62
.4108	10.87	.3562	10.99	.5136	11.38	.3969	10.64
.4129	10.76	.3583	11.20	.5157	11.20	.3990	10.70
.4150	10.65	.3604	11.15	.5178	11.15	.4011	10.68
.4171	10.60	.3625	11.17	.5198	11.04		
.4192	10.57	.3645	11.10	.5219	11.00	31.4069	11.94
.4212	10.70	.3666	11.20	.5240	10.84	.4097	11.65
.4233	10.48	.3687	11.21	.5261	10.95	.4125	11.60
.4254	10.49	.3708	11.19	.5282	10.70	.4153	11.44
.4275	10.46	.3729	11.27	.5303	10.78	.4181	11.27
.4296	10.62	.3749	11.27	.5323	10.75	.4208	11.23
.4317	10.60	.3770	11.30	.5344	10.60	.4236	11.09
.4337	10.65	.3791	11.25			.4278	10.90
.4358	10.70			12.3843	12.05	.4306	10.88
.4379	10.71	45.2672	11.08	.3864	11.96	.4333	10.86
.4400	10.80	.2693	11.05	.3886	11.88	.4507	10.95
.4428	10.78	.2713	11.12	.3913	11.82	.4535	10.83
.4448	10.79	.2734	11.00	.3941	11.80	.4556	11.00
.4469	10.80	.2755	11.08	.3961	11.70	.4604	10.93
.4490	10.78	.2776	10.98	.3982	11.62	.4632	10.85
.4511	10.85	.2797	11.18	.4003	11.48	.4660	11.03
.4532	11.05	.2818	11.12	.4024	11.30	.4688	11.12
.4553	11.06	.2838	11.05	.4045	11.32	.4743	11.00
.4574	10.98	.2859	11.10	.4066	11.12	.4771	11.10
.4594	11.13	.2880	11.01				

J. D. ☉ 24338. .	Gr.	J. D. ☉ 24338. .	Gr.	J. D. ☉ 24338. .	Gr.	J. D. ☉ 24338. .	Gr.
31.4799	11.20	32.4720	11.85	35.5289	11.70	81.4084	12.26
.4826	11.15	.4748	11.90	.5316	11.71	.4112	12.12
.4854	11.19	.4776	11.91	.5344	11.68	.4140	12.30
.4882	11.11	.4831	12.10	.5371	11.90	.4168	12.18
.4910	11.30	.4859	12.00	.5400	11.76	.4195	12.31
.4938	11.19					.4223	12.40
.4965	11.25	35.3789	11.82	36.3510	11.25	.4251	12.25
.4993	11.45	.3816	11.84	.3538	11.16	.4279	12.23
.5021	11.36	.3844	11.80	.3566	11.40	.4307	12.45
.5049	11.33	.3871	11.74	.3593	11.28	.4337	12.32
.5077	11.40	.3900	11.60	.3621	11.27	.4362	12.35
.5133	11.48	.3927	11.38	.3649	11.36	.4390	12.38
.5161	11.63	.3955	11.30	.3677	11.42	.4564	11.85
.5189	11.65	.3982	11.19	.3704	11.34	.4591	11.78
.5217	11.52	.4011	11.10	.3732	11.43	.4619	11.65
.5245	11.65	.4038	10.90	.3760	11.40	.4647	11.58
.5273	11.70	.4067	11.03	.3788	11.39	.4675	11.48
.5301	11.55	.4093	11.00	.3816	11.40	.4702	11.40
.5329	11.70	.4122	10.81	.3843	11.46	.4730	11.28
		.4150	10.95	.3871	11.38	.4758	11.30
32.3609	11.17	.4177	10.80	.3899	11.52	.4786	11.30
.3637	11.13	.4205	10.96	.3927	11.60	.4814	11.10
.3665	11.15	.4232	10.90	.3954	11.67	.4841	11.19
.3693	11.13	.4261	10.88	.3982	11.65	.4869	11.08
.3720	11.17	.4289	10.94	.4010	11.60	.4918	11.00
.3748	11.30	.4316	10.88	.4038	11.67	.4945	11.02
.3776	11.29	.4344	10.85	.4066	11.71	.4973	11.08
.3814	11.32	.4371	10.95	.4093	11.58	.5057	11.07
.3831	11.18	.4400	11.02	.4121	11.63	.5084	10.97
.3859	11.26	.4427	11.04	.4149	11.65	.5112	11.08
.3887	11.32	.4455	10.96	.4177	11.72	.5140	11.15
.3915	11.36	.4482	11.06	.4204	11.73	.5168	11.05
.3943	11.40	.4511	11.00	.4232	11.76	.5195	11.16
.3970	11.42	.4538	11.07	.4260	11.75	.5223	11.17
.3998	11.50	.4567	11.11	.4288	11.80		
.4026	11.42	.4593	11.15	.4316	11.81	.5341	11.12
.4054	11.55	.4622	11.18	.4371	11.82	.5376	11.21
.4081	11.51	.4649	11.20	.4399	11.80	.5404	11.16
.4109	11.64	.4678	11.12	.4427	11.88	.5432	11.35
.4137	11.40	.4704	11.13	.4454	11.87	.5543	11.25
.4165	11.58	.4713	11.30	.4482	11.92		
.4193	11.61	.4760	11.25	.4510	11.95	24339..	
.4220	11.68	.4789	11.35	.4538	11.98		
.4248	11.70	.4816	11.36	.4566	11.93	21.3106	12.00
.4276	11.52	.4844	11.47	.4593	12.00	.3134	11.90
.4304	11.75	.4871	11.35	.4621	11.98	.3162	11.94
.4331	11.80	.4900	11.40	.4649	12.02	.3190	11.72
.4359	11.70	.4927	11.50			.3217	11.75
.4387	11.66	.4955	11.45	81.3612	12.20	.3245	11.64
.4415	11.65	.4982	11.44	.3640	12.25	.3273	11.40
.4443	11.70	.5011	11.60	.3668	12.18	.3301	11.45
.4463	11.80	.5038	11.57	.3695	12.15	.3328	11.31
.4498	11.80	.5067	11.63	.3800	12.15	.3356	11.07
.4526	11.66	.5093	11.54	.3834	12.20	.3384	11.13
.4554	11.81	.5122	11.71	.3862	12.21	.3460	10.93
.4562	11.78	.5149	11.66	.3890	12.27	.3488	11.10
.4609	11.83	.5178	11.63	.3918	12.24		
.4637	11.84	.5204	11.78	.3945	12.20	25.2885	12.21
.4665	11.78	.5233	11.75	.3973	12.12	.2914	12.20
.4706	11.86	.5260	11.66	.4001	12.22	.2941	12.22

J. D. ☉ 24339. .	Gr	J. D. ☉ 24341. .	Gr.	J. D. ☉ 24341. .	Gr.	J. D. ☉ 24341. .	Gr.
25.2968	12.21	26.4332	10.94	33.5230	11.31	54.4006	10.80
		.4353	10.95	.5258	11.00	.4027	10.66
.3024	12.10	.4374	10.86	.5286	11.10	.4048	10.78
.3053	11.90	.4395	10.90	.5314	10.95	.4069	10.85
.3079	11.95	.4416	10.91	.5341	10.98	.4089	10.81
.3108	11.85	.4437	10.85	.5369	10.97		
.3135	11.93	.4464	11.01	.5397	11.00		
.3164	11.84	.4478	10.94			64.4799	12.28
.3191	11.68	.4499	10.88			.4828	12.35
.3219	11.65	.4520	10.89	50.3372	12.28	.4856	12.20
.3246	11.50	.4541	11.00	.3407	12.16	.4884	12.21
.3275	11.55	.4562	10.95	.3435	12.30	.4919	12.25
.3302	11.30	.4583	11.04	.3462	12.10	.4946	12.32
.3330	11.27	.4603	11.03	.3490	12.27	.4974	12.26
.3357	11.20			.3518	12.14	.5009	12.02
.3386	10.99			.3546	12.19	.5030	11.84
.3414	10.90	31.3269	11.00	.3573	12.12	.5058	11.80
.3441	10.91	.3288	11.08	.3601	11.96	.5085	11.75
.3469	10.87	.3311	10.93	.3629	11.97	.5113	11.57
.3496	10.90	.3331	11.13	.3657	11.77	.5141	11.58
.3525	10.93	.3351	11.00	.3685	11.88	.5169	11.41
.3553	10.95	.3372	11.00	.3712	11.46	.5196	11.20
.3579	10.95	.3393	11.01	.3740	11.36	.5224	11.05
.3608	11.00	.3414	10.95	.3768	11.30	.5252	11.07
.3636	11.08	.3435	10.90	.3796	11.14	.5280	10.95
.3746	11.06	.3455	10.94	.3823	11.08	.5308	10.92
.3775	11.10	.3476	11.09	.3851	11.01	.5335	10.80
.3802	11.05	.3497	11.13	.3879	10.75	.5363	10.88
.3830	11.09	.3526	11.00	.3907	10.73	.5391	10.80
.3858	11.17			.3935	10.63	.5426	10.85
3885	11.28	33.4397	12.22	.3962	10.60		
.3914	11.20	.4425	12.20	.3990	10.58	76.4491	12.18
.3941	11.20	.4452	12.10	.4018	10.54	.4513	12.10
		.4480	12.11	.4046	10.63	.4533	11.92
24341..		.4508	12.28	.4073	10.57	.4554	12.09
		.4536	12.08	.4101	10.68	.4575	11.94
25.5568	10.87	.4563	12.27	.4129	10.66	.4595	12.05
.5596	10.90	.4591	12.30	.4157	10.78	.4616	11.90
.5617	10.95	.4619	12.17	.4185	10.80	.4537	11.92
.5639	10.90	.4647	12.30	.4212	10.70	.4658	11.89
.5660	11.13	.4675	12.37	.4240	10.74	.4678	11.89
.5680	11.10	.4702	12.24	.4268	10.78	.4699	11.90
.5703	11.02	.4730	12.28	.4296	10.84	.4720	11.69
.5738	10.94	.4758	12.38	.4323	10.80	.4741	11.88
.5770	11.00	.4786	12.16	.4351	10.95	.4762	11.66
.5790	11.16	.4814	12.21	.4379	10.90	.4783	11.55
		.4841	12.17			.4804	11.62
26.3937	11.90	.4869	12.16			.4824	11.65
.4040	11.85	.4897	12.13	54.3756	10.50	.4845	11.26
.4069	11.76	.4925	12.05	.3777	10.48	.4866	11.40
.4099	11.60	.4952	12.08	.3798	10.62	.4887	11.28
.4124	11.44	.4980	11.96	.3819	10.60	.4908	11.30
.4145	11.28	.5008	11.86	.3839	10.55	.4929	11.15
.4166	11.31	.5036	11.83	.3860	10.59	.4949	11.04
.4207	11.12	.5064	11.70	.3881	10.50	.4970	11.13
.4228	11.10	.5091	11.90	.3902	10.65	.4991	11.10
.4249	11.07	.5119	11.93	.3923	10.60	.5012	11.05
.4270	10.96	.5147	11.58	.3946	10.61	.5033	11.01
.4291	10.97	.5175	11.42	.3964	10.64	.5054	11.00
.4312	11.00	.5202	11.40	.3985	10.65	.5074	11.01



## VERZEICHNIS DER LITERATUR ÜBER RW DRACONIS.

1. *W. Ceraski*: Deux nouvelles variables. AN 172.96.1906. Anzeige der Entdeckung der Veränderlichkeit des Sternes durch Frau *Ceraski* auf Moskauer Aufnahmen. Vorläufige Bezeichnung: 87.1906.
2. *S. Blažko*: Mitteilungen über veränderliche Sterne. Var. 87.1906. AN 175.326. Nr. 4. 196.1907. Momente von 29 Maxima. Bestimmung der Periode. Periodische Änderung der Periode in 41<sup>d</sup>6.
3. *E. Hartwig*: Über den Antalgolstern RW Draconis. Bericht d. Naturf. Ges. Bamberg XIX—XX. 1908. 150 Stufenschätzungen. Umgebungskarte, Lichtkurve, Elemente. (S. noch Ver. Bamberg Bd. I. Heft III. 1932. p. 279. u. 453.)
4. *N. Ichinohe*: The period and light curve of the variable star 87.1906 Draconis. AN 175.293.1907. 91 Schätzungen an der Yerkes-Sternwarte. Lichtkurve.
5. *M. Luizet*: Sur l'étoile variable RW Dragon. AN 178.175.1908. 101 Schätzungen.
6. *K. Graff*: AN 197.233.1914. Fünf Stufenschätzungen.
7. *S. Blažko*: Mitteilungen über veränderliche Sterne. AN 216. 110. 1922. Elemente. Periode der periodischen Periodenänderung 41<sup>d</sup>47. Gesonderte Lichtkurven für verschiedene Phasen der sekundären Periode.
8. *S. Blažko*: Über den veränderlichen Stern RW Draconis mit veränderlicher Periode. AN 220.359.1924. 79 Maxima. Langperiodische Ungleichheit mit der Periode von 43.6 Jahren.
9. *S. Blažko*: Russ. AJ 1.2.27 (nicht zugänglich).
10. *S. Blažko*: Observations de l'étoile variable RW Draconis. Ann. Moscou Série 2-2. Vol. VIII. Livre 1. p. 59—69.1925. Mitteilung aller Beobachtungen 1906—22.
11. *Adams, Joy, Sanford*: PASP 36.139. Spektraltyp, Radialgeschwindigkeit (nicht zugänglich). Sp. A5. RG = -110 km/sec.
12. *F. C. Jordan*: AASP 7 52. Beobachtungen 1930—31 (Allegheny Obs. Report).
13. Leningrad Univ. Obs. Bull. 4.1934. p.9. Zwei Normalmaxima von *Dombrowsky*.
14. *A. A. Nijland*: Observed Maxima of Cepheids. BAN. 7.248.1935. Mitteilung von 6 Maxima.
15. *W. Zessewitsch*: Catalogue and Ephemeris of Short period Cepheids for 1935—36. Tadjik Astr. Obs. Stalinabad. p. 13. 247 Beobachtungen in 1934 von *Blažko* und *Rabkin*.
16. *Blažko*: Leningrad Bull. 3.p.14. Änderung der sekundären Periode.
17. Tadjik Obs. Cir. No. 14.1936. Beobachtungen von *Dombrowsky*. Zwei mittlere Lichtkurven aus 92 Beobachtungen.
18. *A. Soloviev*: Tadjik Circ. 15., 16., 24. Lichtkurve, Normalmaxima.
19. *P. F. Bok, C. D. Boyd*: Harv. Bull. 893. Eigenbewegung  $\mu_\alpha \cos \delta = -''.006$ ,  $\mu_\delta = -''.002$ .
20. *Julia Balázs* u. *L. Detre*: Untersuchungen über die Perioden- und Lichtkurvenänderungen von kurzperiodischen  $\delta$  Cephei-Sternen I. Budapest Mitt. 5 p. 13. 1938. 942 Aufnahmen in 1936—7. Diskussion der periodischen Lichtkurvenänderungen des Sternes.
21. *П. П. Паренато*: Пространственные движения перемения звезд типа RR Lyrae, пз 6. № 2 (62) p. 81, 83. 1948.  $r = 1800$  ps,  $l = 53^\circ 9$ ,  $b = +40^\circ 0$ ,  $z = +1030$  ps.
22. *А. А. Бамырел*: наблюдения четырех короткопериодических цефеид. RV Coronae Borealis, RW Draconis, RR Geminorum и AV Pegasi. пз 7. № 5. (71) p. 243.1951. 190 Schätzungen 1949. März 29—Okt. 31.

Budapest—Szabadsághegy, Sternwarte der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, 25. Juni 1952.



# THREE NEW VARIABLE STARS IN THE GLOBULAR CLUSTER M 15.

by I. IZSÁK

During the years 1937—41 and 1950—51 *L. Detre*, *G. Kulin* and *M. Lovas* took 392 plates of the globular cluster M 15 in the Newtonian focus of the 24-inch reflector of the Konkoly Observatory for a study of the period-changes of the variables in the cluster. Guilleminot Superfulgur anti-halo plates 9 cm × 12 cm were used. As a rule the exposure time was 12 minutes. The scale is 60'' to the millimeter.

I have investigated 12 pairs of plates in the blink microscope of the observatory and a total of 53 variables was found. Of these 47 occur in the list given by *Bailey*<sup>1</sup>, and 3 in *Rosino's* new list<sup>2</sup>. The remaining 3 new variables are marked in the accompanying figure. The central part was too congested on our plates to permit search in this area. This is the cause, that only three of *Rosino's* variables could be rediscovered.

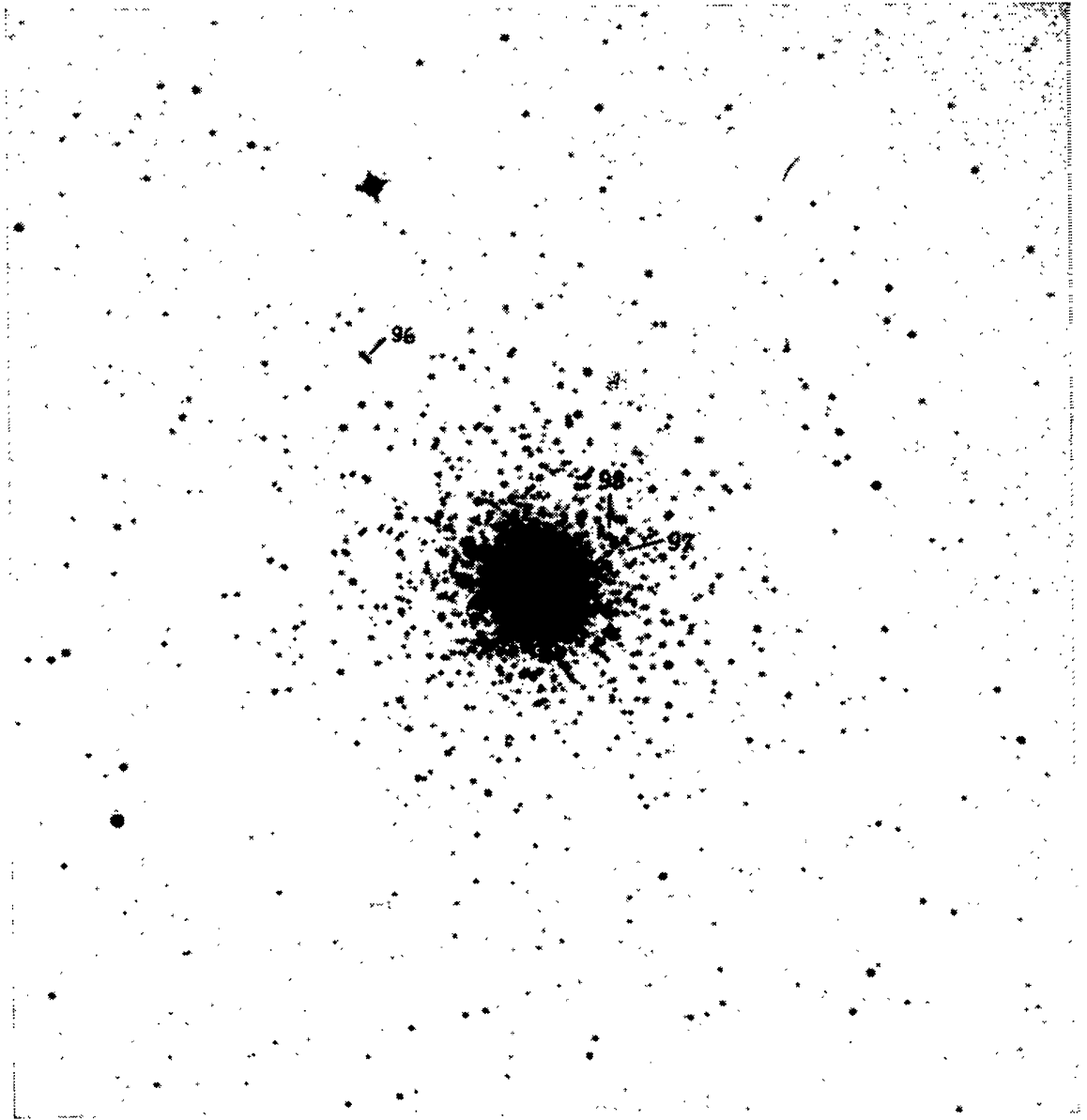
Table I.

No.	Küstner No.	X"	Y"	Magnitudes		Type
				Max.	Min.	
96	1023	+ 165,6	+ 215,0	15,1	16,1	RR
97	242	— 79,5	+ 29,3	15,3	16,2	RR
98	282	— 67,1	+ 46,1	14,7	15,9	RR

Table I contains the data for the new variables. The numbering is consecutive from the last variable in *Rosino's* list. The following columns give the number in *Küstner's* Catalogue<sup>3</sup>; the x and y coordinates in seconds of arc in *Bailey's* system; the range in magnitude and the type.

For the determination of the magnitudes a sequence of comparison stars was selected from *Bailey's* list. The magnitudes of the sequence stars were determined from three comparisons with the Mount Wilson photographic magnitudes in the Selected Areas 63 and 89. For this purpose the plates were measured in the Rosenberg microphotometer. Meanwhile new magnitudes were published for the cluster by *A. Brown*<sup>4</sup> and by *H. L. Johnson* and *M. Schwarzschild*<sup>5</sup> partly based on photoelectric measurements. Table II gives a comparison of all available determinations for the magnitudes of the sequence stars.

The deviations of my magnitudes from those given by *Shapley*<sup>6</sup>, *Johnson* and *Schwarzschild* and by *Brown* are of a systematic character. As all these magnitudes are based on the North Polar Sequence and as my three comparisons with S. A. 63 and 89 are consistent with each other within  $\pm 0^m.05$ ,



Identification of new variable stars in M 15  
(Plate by G. Kulin)

Table II.  
Comparison of magnitudes

Star		Magnitudes					
Bailey	Küstner	Shapley	Bailey	Küstner	Brown	Johnson-Schwarzs.	Izsák
a	341	14,14	13,69	14,00	14,19	—	14,00
b	1047	14,51	14,18	14,02	14,43	—	14,19
e	114	14,76	14,51	14,31	14,89	—	14,67
g	63	15,01	14,89	14,53	15,06	—	14,86
k	1014	15,49	15,22	15,07	15,51	—	15,37
l	677	15,68	15,31	14,95	15,61	15,54	15,68
l <sup>3</sup>	79	—	15,45	15,24	—	15,65	15,75
m <sup>3</sup>	112	—	15,57	15,24	—	—	15,91
n	836	—	15,64	15,20	—	15,89	16,05
m <sup>2</sup>	1051	—	15,77	15,24	—	15,96	16,08
n <sup>2</sup>	1052	—	15,85	15,88	—	—	16,21
o <sup>3</sup>	196	—	16,02	15,65	—	16,27	16,33
o <sup>1</sup>	456	—	16,16	15,76	—	16,45	16,53
p	628	—	16,41	16,13	—	16,70	16,64
q <sup>2</sup>	1050	—	16,50,	16,19	—	16,73	16,68
s <sup>3</sup>	—	—	17,00	—	—	—	16,79

it is probable, that a scale error has crept into the photographic magnitudes in these Selected Areas, similarly as was found by *J. Stebbins*, *A. E. Whitford* and *H. L. Johnson*<sup>7</sup> for S. A. 57, 61 and 68.

1. Harv. Ann., 78. Part 3. 1919.
2. Ap. J., 112. 221. 1950.
3. Bonn. Veröff., 15. 1921.
4. Ap. J., 113. 344. 1951.
5. Ap. J., 113. 630. 1951.
6. Ap. J., 49. 40. 1919.
7. Ap. J., 112. 475. 1950.

Szabadsághegy, Budapest, December 29, 1951.

PHOTOELECTRIC OBSERVATIONS OF THE 1950 ECLIPSE OF ZETA  
AURIGAE

by  
L. DETRE and T. HERCZEG

The eclipse of the B-type component in the remarkable binary system  $\varsigma$  Aurigae occurred for the last time in 1950 August and September. On this occasion observations were secured with a photoelectric photometer attached to the 24-inch reflecting telescope of the Budapest Observatory. The photoelectric equipment was an R. C. A. multiplier phototube with a d. c. amplifier and with a galvanometer of low sensitivity. The multiplier phototube was presented us by Dr. *H. Shapley*, Director of the Harvard Observatory, at the Zürich meeting of the I. A. U., 1948. The equipment will be described in another paper of this series.

We have succeeded to observe the partial phase at ingress on Aug. 12—13. Unfortunately, just at this crucial phase, the atmospheric conditions were well below the average, at least during the first part of the observations. At the egress on Sept. 20—21. cloudiness prevented observations.

The comparison star was  $\eta$  Aurigae, with spectral type differing widely from the red giant component of  $\varsigma$  Aurigae. But most our observations were secured at such zenith distances, that the use of more distant comparisons (e. g.  $\lambda$  or  $\rho$  Aurigae) seemed to be more unsuitable, because of increasing difficulties in the calculation of extinction, especially in the eastern sky lying above the city.

During the observations the mirror was blended to 12-inch aperture. Filters were also used at the time of minimum resp. maximum light. The filters were Schott BG 12 (blue) and Schott GG 11 (yellow). Combining the observed depths of minimum in different wave-lengths with the scale of *Guthnick, Schneller and Hachenberg* (Abh. Pr. Akad. Wiss., Jahrgang 1935., Phys.-mat. Kl. Nr. 1), we get as isophotic wave-lengths of the instrument about  $\lambda = 4800$  (without filter),  $\lambda = 4300$  (blue filter) and  $\lambda = 5600$  (yellow filter). These data are in acceptable accordance with direct calculations based upon the transparency-data of the filters, the sensitivity curve of the multiplier phototube and the reflectivity of the mirror (*Strong's* data for «old chem. Ag», Ap. J. **83**, 401, 1936).

The observations are tabulated below. The magnitude differences in the table are in the sense  $\Delta m = m_{\varsigma} - m_{\eta}$ . In the third column each observation represents the simple mean of three galvanometer readings.

## THE OBSERVATIONS

Obs. Number	Julian Date (heliocentric) 2433 . . .	Number of Obs.	$\Delta m$ (without filter)	$\Delta m$ (blue)	$\Delta m$ (yellow)	Atmospheric condition
1	504,565	4	$1,476 \pm 0,005$	—	—	good
2	505,562	3	$1,490 \pm 0,006$	—	—	good
3	506,546	2	1,576 :	—	—	cirrus
4	,594	3	$1,583 \pm 0,004$	—	—	moderate
5	507,559	3	$1,749 \pm 0,004$	—	—	excellent
6	,576	1	—	2,932	—	«
7	,585	1	—	—	0,809	«
8	,595	1	1,775	—	—	good
9	536,627	1	—	—	0,787	«
10	,631	1	—	2,873	—	«
11	,638	1	1,797	—	—	«
12	537,528	1	—	2,952	—	excellent
13	,538	1	—	—	0,826	«
14	,550	2	$1,819 \pm 0,001$	—	—	«
15	558,582	2	$1,500 \pm 0,000$	—	—	«
16	,601	1	—	2,260	—	«
17	,610	1	—	—	0,699	«
18	560,506	1	1,478	—	—	good
19	,519	1	—	—	0,655	«
20	,522	1	—	2,216	—	«
21	700,296	3	$1,503 \pm 0,007$	—	—	full moon

From the observations we adopted  $\Delta m_{\max} = 1,489 \pm 0,007$  (without filter), as the arithmetical mean of observations nos. 1, 15, 18 and 21. Similarly taking  $\Delta m_{\min} = 1,797 \pm 0,013$ , as the mean of observations nos. 8, 11, 14, the amplitude will be  $0^m 308$ .

After taking *Christie's* and *Pettit's* values (P. A. S. P. **60**, 102, 1948) for  $D = 30,50^d$ , and  $d = 36,80^d$  we can easily calculate from observations no.3 and no.4 the date of the beginning of the ingress, assuming an approximately linear decrease of magnitude (see *Kopal's* curve in Ap. J. **103**, 315, 1946). We get for the beginning of the ingress J.D.2433506,213 and J.D. 2433506,182 from observations no.3 and no.4, respectively. Giving weights according to the numbers of observations, we conclude, that the beginning of the partial phase was at J.D.2433506,194.

It is interesting to compare this particular result with the various predictions about the 1950 eclipse. Computing the data of the beginning

of the ingress from *Wood's* (A. J. **51**, 53, 1951), or from *Pettit's* elements, again from *Kron's* data about the mid-eclipse in 1947—48 (see *Welsh*, J. R. A. S. Canada, **43**, 222, 1949) we find the ingress partial phase occurring later than predicted, the delay being

0,116 day, with *Wood's* elements,

0,474 day, with *Pettit's* elements, and

0,374 day, from *Kron's* epoch of minimum and *Pettit's* period.

The first of these data, corresponding to *Wood's* prediction lies rather near the limit of observational accuracy. We may say, therefore, that our observations seem to confirm *Wood's* elements.

Szabadsághegy, Budapest, August 20, 1951.

---

## NOTES ON BT LYRAE AND ON TWO NEW VARIABLES NEAR M 56

by JULIA BALÁZS

During the years 1937, 1938, 1940—41 and 1951, 115 plates of the globular cluster M 56 were taken by *L. Detre*, *G. Kulín*, *M. Lovas* and the writer with the 24-inch reflector, focal ratio 6,0, of the Konkoly Observatory. Guilleminot Superfulgur plates 9 cm × 12 cm were used. The normal exposure time was 20 minutes.

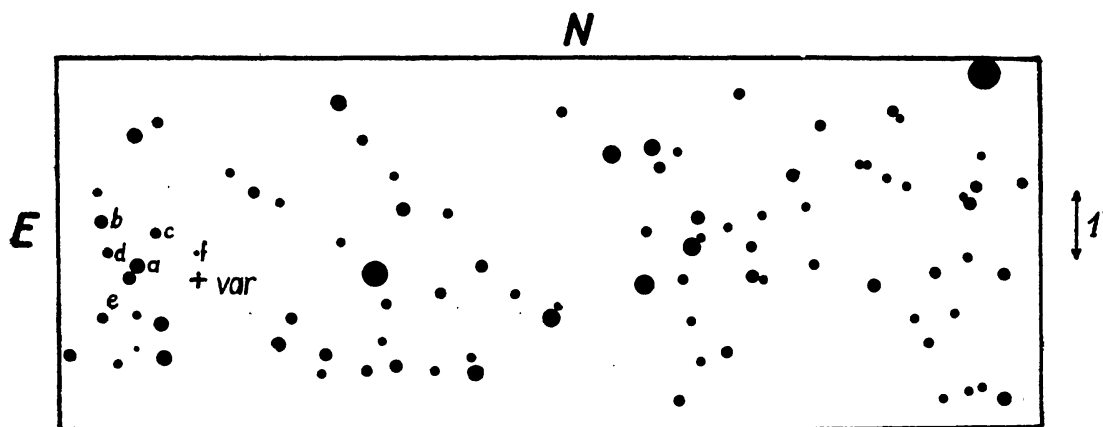
I have examined 8 pairs of plates in the blink comparator. 3 new variables were found in the cluster and 2 in its surroundings. The variables in the cluster will be discussed in a subsequent paper, herein I give the results for the variables in the surroundings. Beside the two new variables the long period variable BT Lyrae is to be found at the very edge of the plates.

The approximate positions of the new variables are:

Var 1.  $\alpha = 19^h 10^m 53^s.7$ ,  $\delta = +30^\circ 24' 0''$  (1855);  $\alpha = 19^h 12^m 37^s.2$ ,  $\delta = +30^\circ 28' 5''$  (1900)

Var 2.  $\alpha = 19^h 8^m 11^s.8$ ,  $\delta = +29^\circ 42' 8''$  (1855);  $\alpha = 19^h 9^m 56^s.6$ ,  $\delta = +29^\circ 47' 3''$  (1900)

Figures 1—3. give the surroundings of the variables. The lettered stars have been used as comparison stars. The comparison star magnitudes given in Table I were determined from comparisons with the nearby Selected Area 63 on separate plates with the variable field and the comparison sequence in the plate center.



Figur 1. Field of variable 1. The brightest star on the chart is BD + 30°3492 in the upper right corner.



Table I. Photographic magnitudes of comparison stars

Star	Field 1.	Field 2.	Field of BT Lyrae
<i>a</i>	14,90	15,20	14,27
<i>b</i>	15,25	15,62	14,65
<i>c</i>	15,78	15,97	15,37
<i>d</i>	16,00	16,58	15,70
<i>e</i>	16,15	—	16,50
<i>f</i>	16,52	—	—

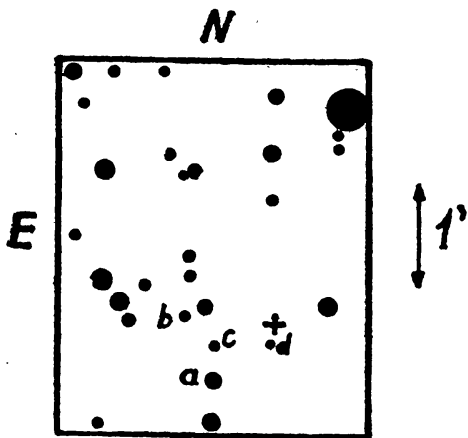


Figure 2. Field of variable 2. The brightest star on the chart is BD + 29°3521. The variable is marked with a cross.

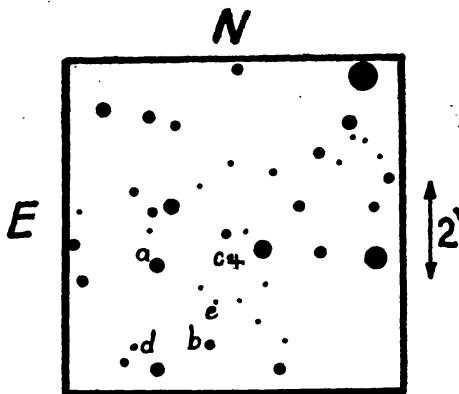


Figure 3. Field of BT Lyrae (+) with comparison stars.

The photographic magnitudes corresponding to the individual observations are listed in Table II. Magnitudes measured in the Rosenberg microphotometer are given to two decimals, the estimated ones to one decimal Night means are graphically represented in Figures 4a and 4b.

Table II.

J. D. 242 . . . .	Var. 1.	Var. 2.	BT	J. D. 242 . . . .	Var. 1.	Var. 2.	BT
8752,493	15,70	15,6	16,4	8784,392	16,33	16,25	15,44
8776,335	16,1	15,86	15,9	8785,405	16,4	16,04	15,43
8777,339	16,1:	—	15,9	8810,317	16,1	15,52	14,60
8779,360	16,2	16,0	15,7	9103,386	15,2	16,02	15,30
8780,342	16,30	15,94	15,68	9107,494	15,3	16,00	15,20
8781,427	16,45	16,15	15,70	9108,438	15,3	15,70	15,30
8783,331	16,4	16,15	15,35	9110,401	15,35	15,70	15,21

Table II.

J. D. 242 . . . .	Var. 1.	Var. 2	BT	J. D. 242 . . . .	Var. 1.	Var. 2.	BT
9114,396	15,4	15,60	14,80	0198,421	15,8	15,8	15,9
9132,345	15,78	15,65	14,60 :	,440	15,8	15,8	15,9
9139,321	15,93	15,80	14,00	,461	15,9	15,8	15,9
9141,340	16,10	15,88	14,10	,488	15,9	15,8	15,9
9144,435	16,08	15,82	13,90	0222,416	15,35	15,5	16,3
9159,315	16,4	16,0	14,4	,439	15,4	15,5	16,4
9161,322	16,4	16,0	14,4	,491	15,3	15,5	16,5
9169,284	16,5	15,8	15,0	3812,515	15,8	15,8	15,0
9851,416	15,37	16,00	15,65	3820,427	15,8	15,7	14,8
,433	15,25	15,90	15,50	3821,452	15,9	15,7	14,8
,510	15,36	15,95	15,62	,471	15,9	15,6	14,8
,527	15,30	15,84	15,60	,488	15,9	15,7	14,8
9866,315	15,50	15,68	16,5	3823,413	15,95	15,65	—
9869,369	—	15,52	16,7	,444	16,0	15,7	14,6
,388	15,54	15,40	16,8	,462	16,0	15,6	14,6
,408	15,50	15,45	16,8	,482	15,95	15,7	14,6
,430	15,6	15,5	16,8	,505	15,95	15,6	14,6
,447	15,52	15,43	16,6	,524	16,0	15,6	14,6
243 . . . .				3828,470	16,1	15,6	14,4
0139,497	16,1	15,72	14,6	3830,471	16,2	15,6	14,4
,514	16,0	15,56	14,8	3835,458	16,4	15,8	14,3
0145,523	16,1	15,62	15,0	,478	16,3	15,8	14,3
,541	16,1	15,70	15,0	,498	—	—	14,3
0161,409	—	15,7 :	15,3	,520	16,4	15,8	14,3
,425	16,4	15,6	15,3	,536	16,4	15,8	14,3
,444	16,5	15,7	15,3	3836,388	16,4	—	14,2
0164,424	—	15,60	15,4	,409	16,4	15,8	14,2
,443	16,6	15,70	15,4	,429	16,4	—	—
,461	—	15,7	15,4	,496	16,5	15,85	14,2
,478	16,5	15,7	15,4	,516	16,4	15,8	14,2
,496	16,5	15,7	15,5	,533	16,25	15,8	14,2
,512	16,6	15,7	15,4	3838,396	16,5	15,95	14,2
0167,424	16,5	—	15,4	,413	16,5	15,95	14,2
,443	16,4	15,60	15,4	,432	16,5	15,9	14,2
,466	16,5	15,60	15,4	,479	16,45	15,9	14,2
0170,427	16,4	15,8	15,6	,513	—	15,9	14,2
,445	16,4	16,0	15,6	,533	16,5	15,85	14,2

Table II.

J. D. 242 ...	Var. 1.	Var. 2.	BT	J. D. 242 ...	Var. 1.	Var. 2.	BT
3839,396	—	15,9	14,2	3860,419	16,6	16,3	14,45
,414	16,4	16,0	14,2	,456	16,6	16,3	14,5
3841,435	16,6	16,05	14,1	,475	16,8	16,	14,5
,453	16,6	16,0	14,1	,496	16,8	—	14,5
,470	16,6	16,05	14,1	,520	—	—	14,5
,493	16,5	16,05	14,1	,541	—	—	14,4
,512	16,6	16,0	14,1	,561	—	—	14,4
,533	16,6	16,0	14,1	3862,352	—	16,1	14,6
3854,405	16,7	16,2	14,3	,503	16,8	16,1	14,5
,424	16,6	16,2	14,3	,521	—	—	14,5
3855,422	—	—	14,3	3866,539	—	—	14,6
				,559	—	—	14,6
3856,447	16,8	16,2	14,4	3868,374	—	15,8	14,6
,466	16,7	16,2	14,4	3887,426	16,0	—	—
3860,360	—	16,2	14,45	3895,355	—	16,1	15,8
,377	16,6	16,2	14,43	,415	15,4	—	15,8
,398	16,7	16,2	14,47	3924,355	15,3	15,8	16,8

*Variable 1* is a long period variable. Only two maxima were observed, at 15,1 and 15,3 mag respectively. The star rises from minimum to maximum in 44 days. From four minima the approximate elements:

$$\text{Min} = \text{J. D. } 2428787 + 126^d 8 \text{ E}$$

were obtained. The dates of observed minima are:

E	J. D.	Mag	O — C
0	242 8791	16,53	<sup>d</sup> + 4,0
3	9172:	16,50	+ 4,0
11	243 0172	16,51	— 9,8
40	3861	16,75	+ 2,0

The minima were not of equal brightness, ranging in magnitude from 16,50 to 16,75.

From the above elements there should have been a minimum near JD 2426505,  $E = -18$ . This is in accordance with Plate 15 of *Ross'* and *Calvert's* Atlas of the Northern Milky Way showing the variable in minimum at JD 2426508.

*Variable 2* is presumably an RV Tauri star. The range in magnitude of the variable is from 15,45 to 16,26, but the amplitude of the light variation and the shape of the light curve varies from cycle to cycle. The six observed minima given in Table III are represented by the elements:

$$\text{Min} = \text{JD } 2428789 + 51^d,69 \text{ E}$$

but the period must be changing too, as the few observations during the year 1940 do not satisfy these elements.

Table III. Minima of Var 2.

E	J. D.	O — C	Mag	E	J. D.	O — C	Mag
		$d$				$d$	
0	242 8787,5	— 1,5	16,22	27	243 0183	— 1,6	16,17 :
6	9095 :	— 4,1	—	98	3854	— 0,6	16,26
7	9157	+ 6,2	16,09	99	3907	+ 0,7	16,21 :

*BT Lyrae* was discovered by *Hoffmeister* (AN **234**. 33. 1928. ; *Sonneberg Mitt.* 16. 1929 ) He found the star in March 1928 at maximum. *Jacchia* determined the maximum JD 2428324 and published the elements :

$$\text{Max} = \text{JD } 2426497 + 166^d \text{ E}$$

(BZ 18. Nr. 31. p. 55. 1936). *Ahnert, van Schewick* and *Hoffmeister* observed the maximum JD 2429134, at 13,8 mag and derived the following formula :

$$\text{Max} = \text{JD } 2426499 + 175^d \text{ E}$$

(Babelsberg Kl. Veröff. **24**. 1941).

My observations give the maxima JD 2429143 and 2433843. The form of successive maxima and minima change strongly and there are departures from regularity in time of returning to maximum. The dates of available maxima are collected in Table IV.

Table IV. Maxima of *BT Lyrae*

E	J. D.	O — C	Author
—23	2425321	+ 39	<i>Hoffmeister</i>
—16	6497	+ 40	«
—5	8324	+ 20	<i>Jacchia</i>
0	9134	— 9	<i>Ahnert, etc.</i>
0	9143	0	<i>Balázs</i>
+28	2433843	+ 0,2	«

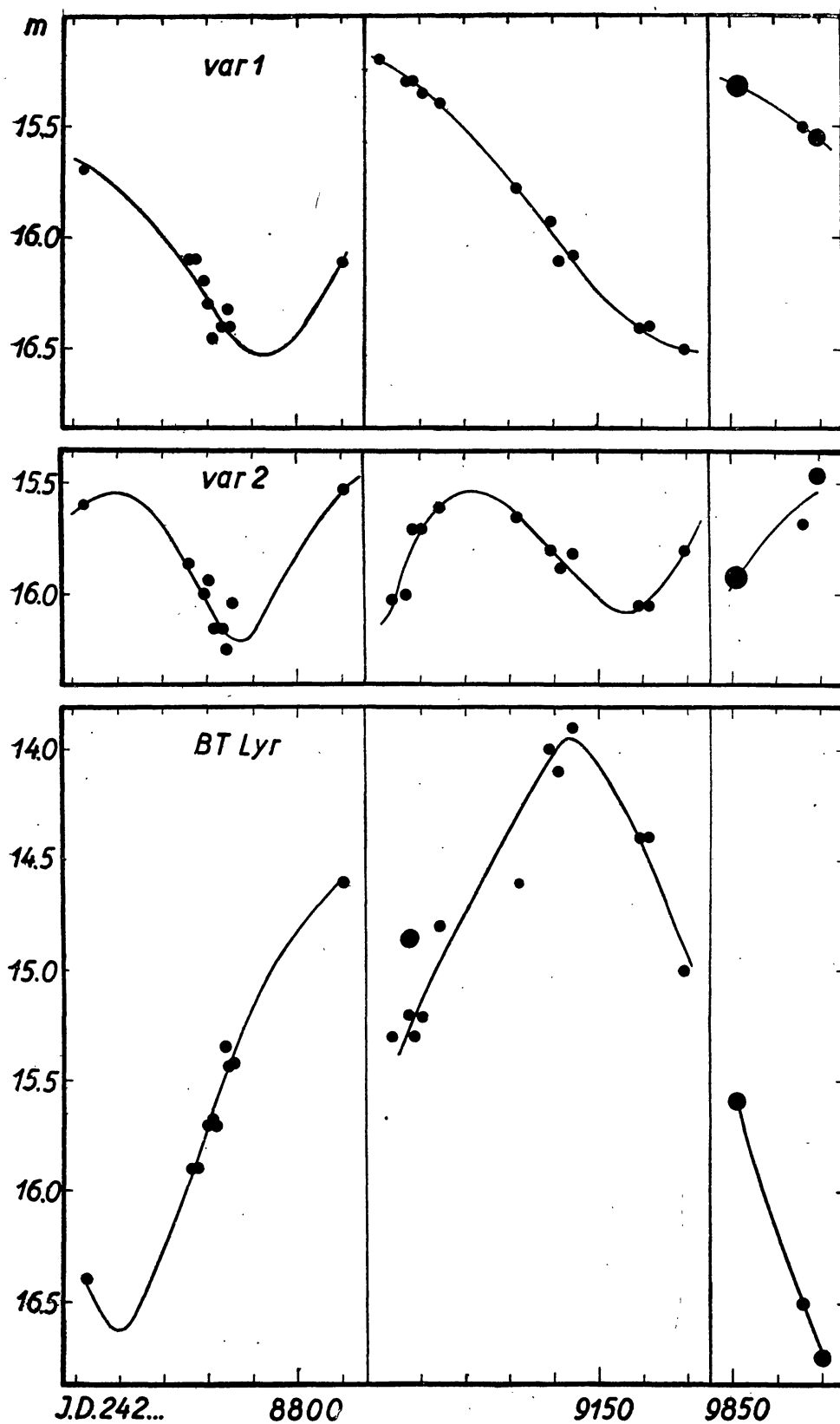


Figure 4a. Light-curves of variables 1 and 2 and BT Lyræ.

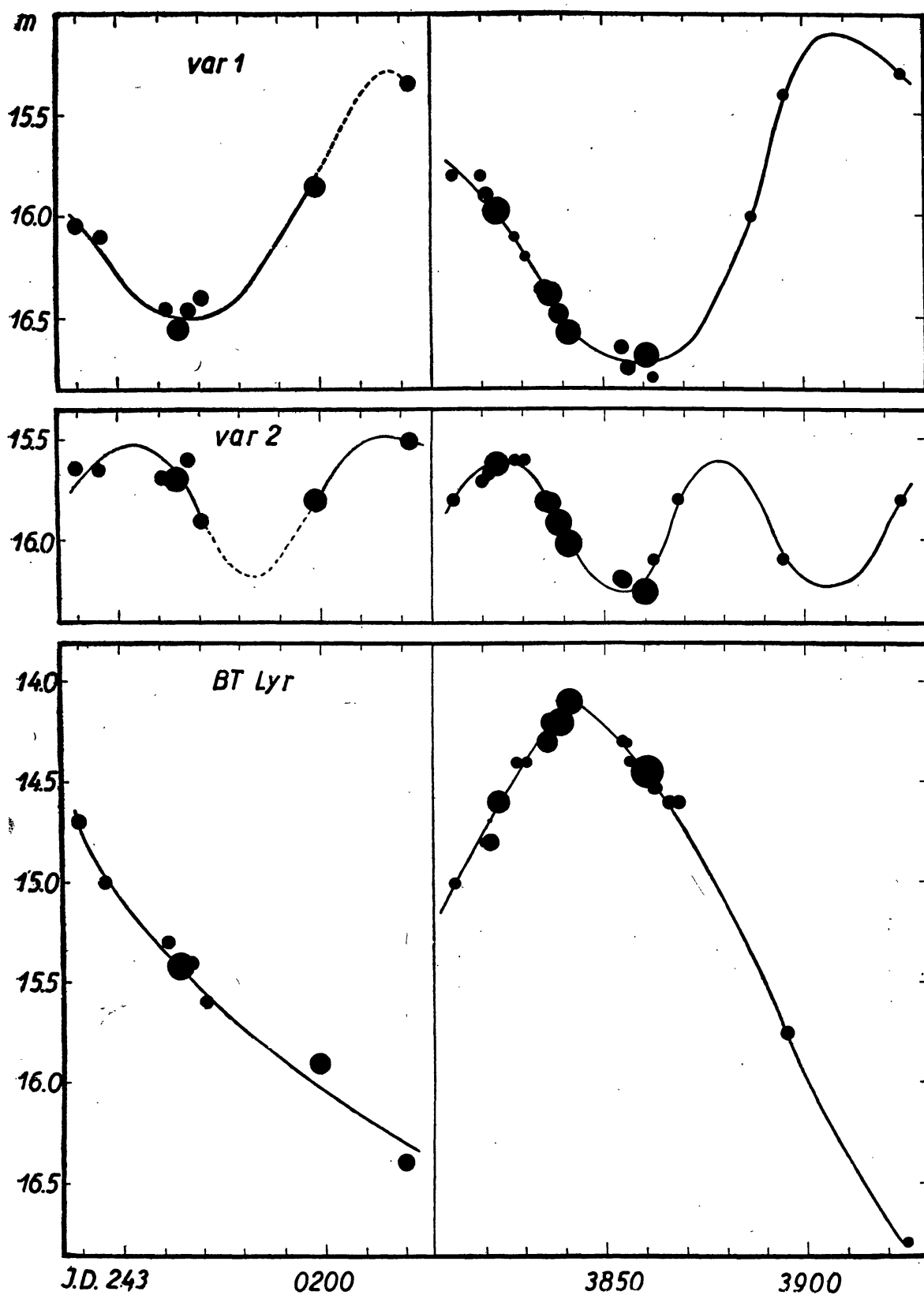


Figure 4b. (continued from Figure 4a) Light-curves of variables 1 and 2 and BT Lyrae.

The O — C were calculated from the elements :

Max = JD 2429143 + 167<sup>d</sup>,85 E.

It is impossible to represent all maxima with a constant period.

The maximum E = —16 is confirmed by Plate 15 of the Ross-Calvert Atlas showing BT Lyrae bright at JD 2426508.

The range in magnitude of the variable is from 13,9 to 16,9.

Szabadsághegy, Budapest, Dezember 21, 1951.

## BEMERKUNG ÜBER ST DRACONIS

von JULIA BALÁZS

Der Stern wurde von *Hartwig* bei Gelegenheit der Beobachtungen von RW Draconis als veränderlich gefunden (AN 177. 70, 1908.). *Zinner* fand 1911—1914 kleine unregelmässige Schwankungen und leitete die Elemente ab : Max = 2417824 + 700<sup>d</sup>. E mit den Helligkeitsgrenzen 9<sup>m</sup>5—10<sup>m</sup>2 (Erg AN 4, 3, Nr. 202 ; BZ 12. 85 ; Bamb. Ver. 1. 578). *Nijland* und *Jacchia* fanden den Stern 1929—1931 unveränderlich (BAN 7, 252, 1935 ; AN 238. 237, 1930 ; AN 242. 23, 1931 ; BZ 13. 46).

Bei der Ausmessung von über 6000 Aufnahmen von RW Draconis, die in den Jahren 1936—1951 am 16 cm Astrographen der Konkoly Sternwarte erhalten wurden, habe ich ST Draconis immer mitgemessen. Da der Stern sich bald als unveränderlich erwies, habe ich ihn bei der endgültigen Reduktion der Aufnahmen wegen seiner günstigen Lage als Vergleichstern für RW Draconis benutzt. ST Draconis zeigte während des ganzen Zeitraums von 15 Jahren keine Intensitätsänderungen.

Den genauen Ort des Sternes hat *Hartwig* am Heliometer der Bamberger Sternwarte zu

$$\alpha = 16^h 33^m 47^s,59 \quad \delta = + 57^\circ 48' 15''.4 \text{ (1900)}$$

gemessen. Ein damit vollständig übereinstimmendes Resultat wurde von *Baranof* (Publ. Obs. Engelhardt, Kasan, 7. 12 u. 22. 1913) erhalten. Die Rektaszension stimmt mit der von BD + 57° 1691 überein, die Deklination ist aber um 3'.8 grösser. *Hartwig* identifizierte + 57°1691 mit Stern *d* auf seiner Karte im Bericht d. Naturf. Ges. Bamberg XIX—XX. Dieser Stern liegt aber fast ebenso fern von dem für + 57°1691 in der Bonner Durchmusterung angegebenen Ort, wie ST Draconis. Andererseits ist an dem für + 57°1691 angegebenen BD Ort kein Stern zu finden. ST Draconis oder *Hartwig's* Stern *d* könnte also — angenommen, die BD Position sei richtig — nur dann mit + 57°1691 identisch sein, wenn der Stern eine grosse Eigenbewegung in der entsprechenden Richtung besässe. Ein Vergleich der Buda-



1951Cokn..30

pester Aufnahmen aus 1936 und 1951 zeigt aber, dass dies nicht der Fall ist. So muss die Position von BD + 57°1691 in dem BD Katalog und auf der BD Karte falsch sein. Da die in der BD angeführte Rektaszension mit derjenigen von ST Draconis übereinstimmt, so ist wahrscheinlich BD + 57°1691 = ST Draconis und seine Deklination ist in der BD mit einem Fehler von 3'.8 behaftet.

Budapest—Szabadsághegy, 1951. Dezember 30.

---

BEOBACHTUNGEN VON AI ANDROMEDAE UND AV VULPECULAE  
von I. GUMAN

*AI Andromedae*. Im Rahmen des  $\delta$  Cephei-Programms der Konkoly Sternwarte wurden in den Jahren 1935—1951 am 16 cm Astrographen von dem Veränderlichen AC Andromedae auf 225 Platten 4486 Aufnahmen mit Belichtungszeiten  $3^m$ — $4^m$  erhalten. In der Nähe dieses Veränderlichen liegt der Mira-Stern AI Andromedae, der um die Zeit seines Helligkeitsmaximums auf meinen Aufnahmen sichtbar wird. So sind meine Aufnahmen geeignet neue Maximumepochen für den Stern abzuleiten. Deswegen habe ich alle Platten durchmustert und wo der Veränderliche sichtbar war, seine Helligkeit geschätzt. Als Vergleichsterne wurden die in *Tschernowa's*<sup>1</sup> Zusammenstellung mit a, b, c, bezeichnete Sterne benutzt, für die ich aus vier Polübertragungen folgende Helligkeiten erhielt:

$$a = 11^m.20, \quad b = 12^m.1, \quad c = 12^m.4$$

Tabelle I.

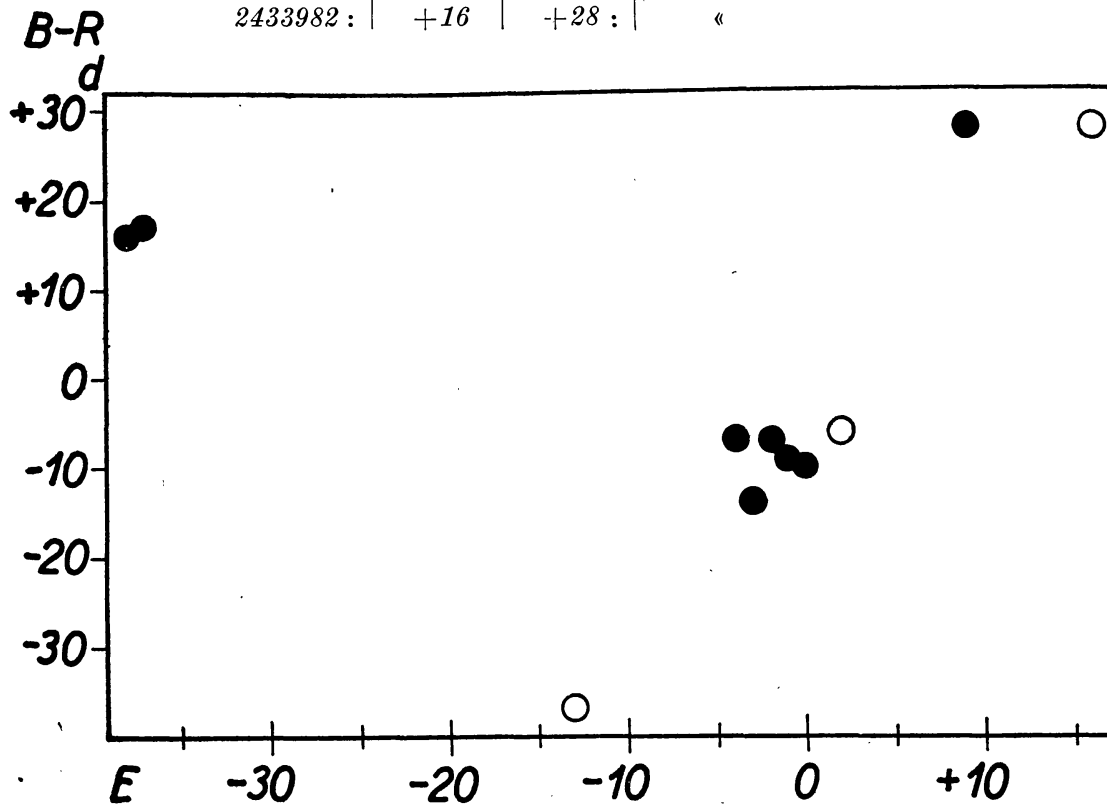
J. D.	$m_{ph.}$	$n$
2428009—048	<12,6	6
2428489	<12,4	3
2428790	<12,2	1
2430258—289	<12,4	28
2431684	11,9	1
2431695	11,7	2
2431703	11,5	2
2431704	11,7	2
2431707	11,8	2
2432053—097	<12,2	6
2432417—482	<12,6	18
2432761—829	<12,4	13
2433075—248	<12,4	47
2433452—613	<12,8	66
2433826—900	<12,8	17
2433920—950	<12,4	6
2433970	12,1	1
2433980	12,1	1
2433982	11,9	3

<sup>1</sup> Т. С. Чернова: 0 44 переменных звездах типа Миры Кита. ПЗ. 8. 21. 1951. In dieser Arbeit ist auch eine Umgebungskarte zu finden.

Tabelle I. gibt eine Zusammenstellung meiner Resultate. In der letzten Spalte bedeutet  $n$  die Anzahl der durchmusterten Platten. Die Grenzgrösse der Aufnahmen liegt je nach dem Luftzustand bei  $12^m2$ — $12^m8$ . Aus dieser Tabelle kann man zwei neue Maximumepochen ableiten, die mit den von *Tschernowa* publizierten Maxima gemeinsam in Tabelle II. angeführt wurden.

Tabelle II.

Max J. D.	$E$	$B-R$	Beobachter
2416388	—38	+16	Cat. ph
2416715	—37	+17	<i>Tschernowa</i>
2424475 :	—13	—37 :	<i>Ross</i>
2427436	—4	—7	<i>Brun</i>
2427754	—3	—14	«
2428087	—2	—7	<i>Beljowsky, Brun</i>
2428410	—1	—9	<i>Tschernowa</i>
2428735	0	—10	«
2429390 :	+2	—6	«
2431703	+9	+28	<i>Guman</i>
2433982 :	+16	+28 :	«

Abb. 1.  $B-R$  für AI Andromedae. Leere Kreise stellen unsichere Werte dar.

Nach Hinzufügung der neuen Maxima kann mit Bestimmtheit behauptet werden, dass die Periode des Lichtwechsels sich ändert. Die ( $B-R$ ) in Tabelle II. und in Abb. 1. geben die Abweichungen gegen die neuen linearen Elemente:

$$\text{Max} = \text{J. D. } 2428745 + 325^{\text{d}},6 \text{ } E. \quad (1)$$

Nach Abb. 1. nimmt die Periode gegenwärtig zu.

Ich möchte noch erwähnen, dass der Veränderliche auf der Franklin-Adams Karte Nr. 164 (J. D. 2418217) und Nr. 181 (J. D. 2418269) unsichtbar ist und somit seine Helligkeit unter  $13^m$  liegt. In Ross-Calvert Atlas p. 20 (J. D. 2426267), p. 19 (J. D. 2426268) und p. 23 (J. D. 2427665) ist der Stern als sehr schwach zu sehen. Diese Befunde sind im Einklang mit Formel (1).

*AV Vulpeculae.* Die Beobachtungen dieses, von Ross<sup>1</sup> entdeckten Veränderlichen wurden nach der Mitteilung von Lange<sup>2</sup>, wonach der Stern einen AC Andromedae-artigen Lichtwechsel mit zwei Perioden zeige, in Angriff genommen. In den Jahren 1950—51 erhielt ich vom Stern am 16 cm Astrographen 512 Aufnahmen. Bei der Bearbeitung der Aufnahmen am Rosensbergischen Elektromikrophotometer wurde der Stern mit dem benachbarten Veränderlichen CD Vulpeculae gemeinsam ausgemessen. Die Helligkeiten der Vergleichsterne und die Umgebungskarte ist in meiner Arbeit über CD Vulpeculae<sup>3</sup> zu finden. Es wurden jede Nacht mehrere Aufnahmen gemacht, zuerst um den vermuteten kurzperiodischen Lichtwechsel von AV Vulpeculae zu untersuchen, später, nachdem es sich herausstellte, dass der Stern keine kurzperiodischen Lichtschwankungen zeigt, um den Lichtwechsel von CD Vulpeculae zu verfolgen.

Für AV Vulpeculae sind die Abendsmittel in Tab. I. und Abb. 1. angeführt. Danach zeigt der Stern langsame, unregelmässige Schwankungen.

Tabelle I.

J. D.	$m_{ph}$	$n$	J. D.	$m_{ph}$	$n$
2433421,50	10,97	36	2433821,48	11,35	27
422,48	10,94	35	828,45	11,36	51
423,48	10,94	27	830,45	11,49	49
444,46	11,01	39	834,41	11,46	35
446,40	11,04	18	839,44	11,45	4
448,48	11,11	23	849,39	11,42	19
			850,47	11,43	38
792,44	11,02	9	862,47	11,52	12
802,48	11,04	52	887,49	11,61	9
814,48	11,17	20	891,40	11,49	9

In der letzten Spalte bedeutet  $n$  die Anzahl der Aufnahmen.

<sup>1</sup> F. E. Ross: New variable stars. A. J. 36. 122. 1926.

<sup>2</sup> Г. Ланге: Результаты наблюдений переменных звезд. АИ. СССР. № 20. 1943.

<sup>3</sup> I. Guman: Das photometrische Doppelsternsystem CD Vulpeculae. Mitt. Budapest. Nr. 24. 1951.

Nach der Bearbeitung der Beobachtungen nahm ich von *M. Beyer's* Arbeit Kenntnis<sup>4</sup>, in welcher er für den Stern langperiodischen und unregelmässigen Lichtwechsel vom  $\mu$  Cephei-Typ angibt. Meine Beobachtungen bestätigen seine Resultate vollständig. Die beobachteten Grenzen des photographischen Lichtwechsels sind  $10^m94$  und  $11^m61$ .

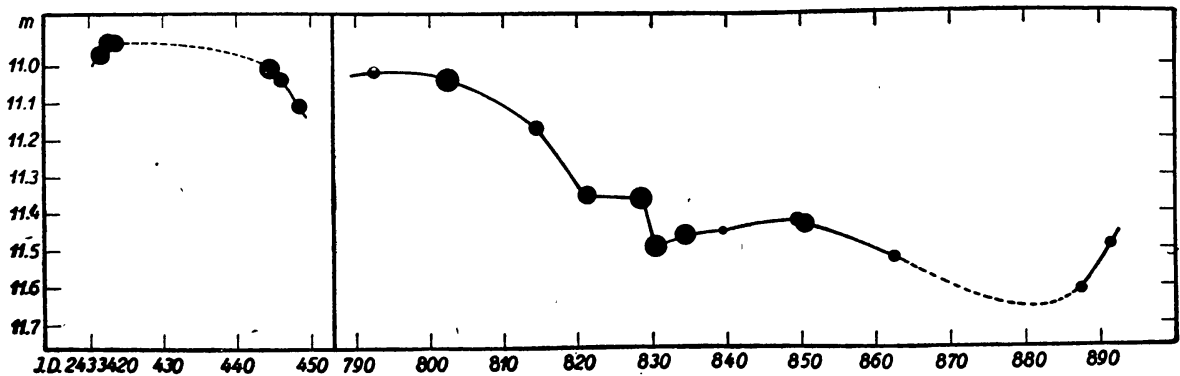


Abb. 1. Der Lichtwechsel von AV Vulpeculae in den Jahren 1950—51, Der Flächeninhalt der einzelnen Kreise ist der Anzahl der Beobachtungen proportional.

Budapest, Szabadsághegy, 1952. Februar 20.

<sup>4</sup> Erg. Heft. AN<sup>12</sup>. Nr. 2.

## BEMERKUNG ÜBER ZZ PERSEI

von M. LOVAS

*V. M. Bodokia* fand für ZZ Persei aus photographischen Aufnahmen einen  $\beta$  Lyrae-artigen Lichtwechsel mit den Elementen:

$$\text{Min.} = 2428144,4312 + 0^d5771. E \quad (1)$$

$$\text{Max.} = 11^m71; \quad \text{Min I} = 11^m92; \quad \text{Min II} = 11^m82$$

*Nakamura*<sup>2</sup> vermutete RR Lyrae-artigen Lichtwechsel. *Martinow* hat neuerdings die Veränderlichkeit des Sternes bezweifelt<sup>3</sup>.

*Julia Balázs* und *L. Detre* erhielten vom Stern im Herbst 1935 am 16 cm Astrographen der Konkoly Sternwarte 60 Aufnahmen. Da diese mit den Beobachtungen von *Bodokia* zeitlich zusammenfallen, bieten sie gute Gelegenheit *Bodokia's* Resultate zu kontrollieren. Zu diesem Zwecke habe ich die Aufnahmen am Rosenbergschen Elektromikrophotometer ausgemessen. Als Vergleichsterne wählte ich aus der Liste von *Bodokia* die Sterne *b, c, d, e*, deren Helligkeiten ich aus einer Polübertragung ableitete (s. Tab. I.).

Tabelle I.

	<i>m</i>	<i>Bodokia</i>		<i>m</i>	<i>Bodokia</i>
<i>c</i>	11 <sup>m</sup> 42	11 <sup>m</sup> 13	<i>d</i>	11 <sup>m</sup> 84	12 <sup>m</sup> 28
<i>e</i>	11,54	11,61	<i>b</i>	12,08	12,72

Die für den Veränderlichen erhaltenen Helligkeitsgrößen wurden mittels Formel (1) nach Phase geordnet und je zehn gemittelt (s. Tab. II.).

Tabelle II.

Phase	Gr.	Phase	Gr.
0,171	11 <sup>m</sup> 63 ± ,015	0,295	11 <sup>m</sup> 58 ± ,008
0,197	11,61 ± ,015	0,308	11,59 ± ,011
0,227	11,59 ± ,017	0,368	11,60 ± ,017

Die Beobachtungen erstrecken sich nur wenig über ein Drittel der Periode, überbrücken aber das Nebenminimum. Dieses müsste sich in unseren Normalpunkten zeigen, jedoch ist von ihm keine Spur vorhanden. Meine Messungen ergeben die konstante Helligkeit 11,60 innerhalb einiger Hundertstel Größenklassen.

Nach Tabelle I. ist die Grössenskala von *Bodokia* etwa 2,4-mal breiter, als die meinige. Korrigiert man seine Helligkeitsangaben mit diesem Faktor, so bleiben die sehr geringen Amplituden  $A_1 = 0^m09$ ,  $A_2 = 0^m05$  übrig. Die Beobachtungsgenauigkeit ist aber kaum so gross, dass ein so geringer Lichtwechsel als reell betrachtet werden könnte.

Budapest Szabadsághegy, 1952. Februar 20.

1. Abastumani Bull. No. 1. 1937.
2. Kyoto Bull. 8. p. 10, 23, 1922.
3. AC 67. 1922.

MITTEILUNGEN  
DER  
STERNWARTE  
DER UNGARISCHEN AKADEMIE  
DER WISSENSCHAFTEN

ИЗВЕСТИЯ  
АСТРОНОМИЧЕСКОЙ  
ОБСЕРВАТОРИИ  
АКАДЕМИИ НАУК  
ВЕНГРИИ

BUDAPEST—SZABADSÁGHEGY

Nr. 32.

I. K. CSADA  
ON THE THEORY OF ROTATING MAGNETIC STARS  
PART I.

BUDAPEST, 1954.



## ON THE THEORY OF ROTATING MAGNETIC STARS. PART I.

The kinetical equations of stars considered as conducting gases may be written under very general conditions. These equations not only permit the consideration of axial rotation and of meridional currents but they also offer an utterly general structure for the magnetic field. Together with the component of the magnetic field parallel to the meridional plane (mentioned in the following as "meridional component"), the component perpendicular to the meridional plane ( $\varphi$ -component) may be introduced as well. The introduction of the latter may be only necessitated by the general hydro- and electrodynamical conditions.

### 1. Basic equations

The equations of magneto-hydrodynamics serve as point of departure. In a stationary state these are the following :

$$(\mathfrak{v}, \text{grad}) \mathfrak{v} - (\mathfrak{H}, \text{grad}) \mathfrak{H} = \text{grad } V - \frac{1}{\varrho} \text{grad } P + \nu \Delta \mathfrak{v} \quad (1)$$

$$\text{rot} [\mathfrak{v}, \mathfrak{H}] = \kappa \Delta \mathfrak{H} \quad (2)$$

$$\text{div } \mathfrak{H} = 0 \quad (3)$$

$$\text{div } \varrho \mathfrak{v} = 0 \quad (4)$$

Supposing that the velocity, the magnetic field and the other quantities depend only upon the coordinates in the meridional plane  $r$  and  $\vartheta$ , and are independent of the position of the meridional plane (coordinate  $\varphi$ ), equation (2) may be written thus :

$$\text{rot} [\mathfrak{v}_m, \mathfrak{H}_m] = \kappa \Delta \mathfrak{H}_m \quad (5)$$

and

$$R \left( \mathfrak{v}_m, \text{grad } \frac{\mathfrak{H}_\varphi}{R} \right) - R \left( \mathfrak{H}_m, \text{grad } \frac{\mathfrak{v}_\varphi}{R} \right) = \kappa \left( \Delta \mathfrak{H}_\varphi - \frac{\mathfrak{H}_\varphi}{R^2} \right), \quad (6)$$

where  $\mathfrak{v}_m$  and  $\mathfrak{H}_m$  are the meridional components of the velocity and of the magnetic field, whereas  $\mathfrak{v}_\varphi$  and  $\mathfrak{H}_\varphi$  are the components perpendicular to the meridional plane.

Supposing that  $\mathfrak{H}_\varphi = 0$ , the latter equation takes a very simple form :

$$(\mathfrak{H}_m, \text{grad } \omega) = 0, \quad (7)$$

( $\omega = \mathfrak{v}_\varphi/R$  meaning angular velocity.) This corresponds to Alfvén's result which states the coincidence of the lines of force (i. e. surfaces of force) of the magnetic field with the surfaces of constant angular velocity.

Let us express the meridional component of the magnetic field by vector potential

$$\mathfrak{H}_m = \text{rot } \mathfrak{A}_\varphi, \quad (8)$$

where  $\mathfrak{A}_\varphi$  is a vector perpendicular to the meridional plane. Placing (8) into equation (7) which we write in cylindrical coordinates, we obtain :

$$\frac{\partial \mathfrak{A}_\varphi}{\partial z} \frac{\partial \omega}{\partial R} - \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R \mathfrak{A}_\varphi) \frac{\partial \omega}{\partial z} = 0.$$

The left side is the Jacobian of the functions  $\omega$  and  $R \mathfrak{A}_\varphi$ , which, being equal to zero, the two functions are related in the following manner

$$\omega = F(R \mathfrak{A}_\varphi) \quad (9)$$

where  $F$  is an arbitrary function.

But in a more general system the supposition  $\mathfrak{H}_\varphi = 0$  is not valid, consequently Alfvén's theory as well as relation (9) cannot stand either.

Let us simplify equation (5) in the following manner

$$\text{rot } ([\mathfrak{v}_m, \mathfrak{H}_m] - \kappa \text{rot } \mathfrak{H}_m) = 0$$

which means that the bracketed formula may also be expressed by a gradient function

$$[\mathfrak{v}_m, \mathfrak{H}_m] - \kappa \text{rot } \mathfrak{H}_m = \text{grad } \Phi.$$

As the right side of the equation means a vector perpendicular to the meridional plane and as the component of the left side in this direction equals identically zero, we may write

$$[\mathfrak{v}_m, \mathfrak{H}_m]_\varphi - \kappa (\text{rot } \mathfrak{H}_m)_\varphi = 0,$$

which is identical to the  $\varphi$ -component of the first Maxwellian equation. By introducing the vector potential  $\mathfrak{A}_\varphi$  according to (8), we obtain

$$[\mathfrak{v}_m, \text{rot } \mathfrak{A}_\varphi]_\varphi = -\kappa \left( \Delta \mathfrak{A}_\varphi - \frac{\mathfrak{A}_\varphi}{R^2} \right).$$

Or, introducing cylindrical coordinates, we get

$$\mathfrak{v}_z \frac{\partial \mathfrak{A}_\varphi}{\partial z} + \mathfrak{v}_R \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R \mathfrak{A}_\varphi) = -\kappa \left( \Delta \mathfrak{A}_\varphi - \frac{\mathfrak{A}_\varphi}{R^2} \right). \quad (10)$$

Now, for instance, if conductivity is infinite large i. e.  $\kappa = 0$ , the left side of (10) equals zero. Introducing the vector potential of the velocity of the meridional currents, by the equation

$$\mathfrak{v}_m = \text{rot } \mathfrak{B}_\varphi, \quad (11)$$

the left side of (10) will be

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R \mathfrak{B}_\varphi) \frac{\partial \mathfrak{A}_\varphi}{\partial z} - \frac{\partial \mathfrak{B}_\varphi}{\partial z} \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R \mathfrak{A}_\varphi) = 0,$$

from which it follows that

$$R \mathfrak{A}_\varphi = G(R \mathfrak{B}_\varphi),$$

and, comparing the above with (9) we get

$$\omega = H(R \mathfrak{B}_\varphi),$$

which means that in this case the angular velocity may be considered as a function of  $R \mathfrak{B}_\varphi$  only.

Lastly the  $\varphi$ -component of equation (1)

$$\begin{aligned} v_R \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R v_\varphi) + v_z \frac{\partial v_\varphi}{\partial z} - \xi_R \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R \xi_\varphi) - \xi_z \frac{\partial \xi_\varphi}{\partial z} = \\ = \kappa \left( \Delta v_\varphi - \frac{v_\varphi}{R^2} \right) \end{aligned} \quad (12)$$

in the case  $\xi_\varphi = 0$ , is also made simpler in its turn and much the same in form as (10)

$$v_R \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R v_\varphi) + v_z \frac{\partial v_\varphi}{\partial z} = \kappa \left( \Delta v_\varphi - \frac{v_\varphi}{R^2} \right). \quad (13)$$

Thus in this special case our task is the following: solutions must be found for equation (10) and (13) satisfying the condition

$$\frac{v_\varphi}{R} = F(R \mathfrak{A}_\varphi),$$

through a vector potential  $\mathfrak{B}_\varphi$  equalling zero at the boundaries of the meridian quadrant.

Supposing further that the viscosity coefficient equals zero, the equation

$$\frac{\partial \mathfrak{B}_\varphi}{\partial z} \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R v_\varphi) - \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R \mathfrak{B}_\varphi) \frac{\partial v_\varphi}{\partial z} = 0 \quad (14)$$

gives the relation

$$R v_\varphi = f(R \mathfrak{B}_\varphi),$$

which, when compared with the relation received for the case  $\kappa = 0$  gives

$$\frac{v_\varphi}{R} = g(R v_\varphi).$$

From this it follows that  $v_\varphi$ , consequently  $\mathfrak{A}_\varphi$  and  $\mathfrak{B}_\varphi$  as well, depend only upon the distance from the axis.

This paper deals with the simplified case where the component of the magnetic field perpendicular to the meridional plane vanishes identically. Thus the basic equations are the following:

$$-\frac{\partial \mathfrak{B}_\varphi}{\partial z} \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R v_\varphi) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R \mathfrak{B}_\varphi) \frac{\partial v_\varphi}{\partial z} = \nu \left( \Delta v_\varphi - \frac{v_\varphi}{R^2} \right) \quad (15)$$

$$-\frac{\partial \mathfrak{B}_\varphi}{\partial z} \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R \mathfrak{A}_\varphi) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R \mathfrak{B}_\varphi) \frac{\partial \mathfrak{A}_\varphi}{\partial z} = \kappa \left( \Delta \mathfrak{A}_\varphi - \frac{\mathfrak{A}_\varphi}{R^2} \right) \quad (16)$$

$$\frac{\mathfrak{v}_\varphi}{R} = F(R \mathfrak{A}_\varphi) \quad (17)$$

$\mathfrak{v}_\varphi$  and  $\mathfrak{A}_\varphi$  vanish along the axis of rotation, and further,  $\mathfrak{B}_\varphi$ , the vector potential of the velocity of the meridional currents vanishes all along the boundaries of the meridional quadrant.

## 2. Solution of the model $\mathfrak{S}_\varphi = 0$

In the case  $\nu = \kappa$ , one of the solutions of the initial equations (15), (16) (17), satisfying the boundary conditions, is

$$\mathfrak{v}_\varphi = C \mathfrak{A}_\varphi, \quad (18)$$

which, when placed into equations (17) gives the following functional equation

$$\frac{\mathfrak{v}_\varphi}{R} = F(C R \mathfrak{v}_\varphi), \quad (19)$$

the solution of which is

$$\mathfrak{v}_\varphi = C \Phi(R). \quad (20)$$

(According to (18) however  $\mathfrak{A}_\varphi = \Phi(R)$ . In course of our further investigation of the case  $\nu = \kappa$ , we shall write down only relations for  $\mathfrak{v}_\varphi$ ). Considering (20) equation (15) may thus be simplified

$$-\frac{\partial \mathfrak{B}_\varphi}{\partial z} \frac{1}{R} \frac{d}{dR} (R \mathfrak{v}_\varphi) = \nu \left( \frac{1}{R} \frac{d}{dR} \left( R \frac{d \mathfrak{v}_\varphi}{dR} \right) - \frac{\mathfrak{v}_\varphi}{R^2} \right). \quad (21)$$

From this it follows

$$\frac{\partial \mathfrak{B}_\varphi}{\partial z} = -\frac{\nu}{R} b(R),$$

i. e.

$$\mathfrak{B}_\varphi = -\frac{\nu}{R} b(R) z. \quad (22)$$

Applying the substitution  $\frac{d(R \mathfrak{v}_\varphi)}{dR} = y$  in (21) and by using (22), we get

$$\frac{b(R) + 1}{R} y = y',$$

the solution of which is

$$y = c R e^{\int \frac{b(R) dR}{R}}.$$

This means that

$$v_\varphi = \frac{c}{R} e^{\int \frac{b(R) dR}{R}} dR. \quad (23)$$

The stream lines of the meridional currents are given by equation

$$[\text{rot } \mathfrak{B}_\varphi, d\mathfrak{r}] = 0,$$

$d\mathfrak{r}$  meaning an element of the stream line. From this it follows that the equation of the stream line is

$$R \mathfrak{B}_\varphi = \text{constant},$$

and so

$$z = \frac{C}{\nu b(R)}. \quad (24)$$

The shape of the stream line cannot be given unless function  $b(R)$  is known. We may, however, draw some very important conclusions from the above form of (24); if, in case of  $R$  being constant, we examine  $z$  as a function of  $C$ , we shall find that, proceeding parallelly along the  $Z$ -axis,  $C$  takes all values between 0 and  $\infty$  only once, which means that we have cut every stream line only once. Consequently the stream lines along the meridian quadrants do not form a closed family of curves but a system of lines approaching the axis asymptotically. Meridional currents of this type would lead to the disruption of the star. A velocity-distribution of this type is therefore impossible.

Except for the supposition  $\mathfrak{S}_\varphi = 0$ , our investigation contained no other essential limitation. Thus we must conclude that the supposition  $\mathfrak{S}_\varphi = 0$  is not tenable in the case of a rotating star and so (7) is not to be maintained either, the latter expressing through the introduction of the above supposition the coincidence of the magnetic line of force (surfaces of force) and the surfaces of constant angular velocity.

Should  $\mathfrak{S}_\varphi \neq 0$ , equation (6) must be used for its determination. This problem shall be dealt with in another paper.

For the case of completeness we shall just give one example for the model  $\mathfrak{S}_\varphi = 0$  (in case of  $\nu \neq \kappa$ ).

### 3. Illustrative solution for the case $\nu \neq \kappa$

Should  $F$  be a linear function of  $R v_\varphi$  in (19), a simple procedure gives the result

$$v_\varphi = \frac{\omega_0 R}{r_0^2 + \omega_1 R^2}, \quad (25)$$

and from (22)

$$\mathfrak{B}_\varphi = \frac{4 \omega_1 \nu R z}{r_0^2 + \omega_1 R^2}. \quad (26)$$

But this solution stands only for case  $\nu = \kappa$  because, substituting (25) for (15) and (16) separately, we get the following result for  $\mathfrak{B}_\varphi$ :

$$\mathfrak{B}_\varphi = \frac{4 \omega_1 \nu R z}{r_0^2 + \omega_1 R^2}$$

$$\mathfrak{B}_\varphi = \frac{4 \omega_1 \kappa R z}{r_0^2 + \omega_1 R^2}, \quad (27)$$

and these, in case  $\nu = \kappa$ , really take the same form. For the case  $\nu \neq \kappa$ , we substitute for  $\nu$  and  $\kappa$  in (27) the function  $f(\nu, \kappa)$  which takes the form of  $f = \nu (= \kappa)$  in case of  $\nu = \kappa$ . Functions of that type are for instance

$$f = \frac{1}{2}(\nu + \kappa), \quad f = \sqrt{\nu \kappa}, \quad f = \frac{2 \nu \kappa}{\nu + \kappa} \text{ etc.}$$

Accordingly, a more general form of the vector potential of the velocity of the meridional currents for the case  $\nu \neq \kappa$  is the following

$$\mathfrak{B}_\varphi = \frac{4 \omega_1 f(\nu, \kappa) R z}{r_0^2 + \omega_1 R^2}.$$

If here too  $\mathfrak{v}_\varphi$  and  $\mathfrak{A}_\varphi$  are only dependent of  $R$ , then, by the substitutions  $\frac{d}{dR}(R \mathfrak{v}_\varphi) = x$ , and  $\frac{d}{dR}(R \mathfrak{A}_\varphi) = y$ , we get the two differential equations:

$$x' = x - \frac{r_0^2 - \omega_1 \left[ 4 \frac{f(\nu, \kappa)}{\nu} - 1 \right] R^2}{(r_0^2 + \omega_1 R^2) R}$$

$$y' = y - \frac{r_0^2 - \omega_1 \left[ 4 \frac{f(\nu, \kappa)}{\nu} - 1 \right] R^2}{(r_0^2 + \omega_1 R^2) R},$$

the solutions of which are

$$x = \frac{c_1 R}{(r_0^2 + \omega_1 R^2)^{\frac{2f}{\nu}}}$$

$$y = \frac{c_1 R}{(r_0^2 + \omega_1 R^2)^{\frac{2f}{\kappa}}}.$$

Solutions free of singularity may not be obtained for arbitrary values of  $\nu$  and  $\kappa$  unless

$$f = \frac{2 \nu \kappa}{\nu + \kappa}$$

(i. e. an odd function of  $\nu \kappa$ ), in which case

$$\mathfrak{v}_\varphi = -\frac{(\nu + \kappa) \omega_0}{(3\kappa - \nu) \omega_1} \left\{ \frac{1}{R} \frac{1}{(r_0^2 + \omega_1 R^2)^{\frac{3\kappa - \nu}{\nu + \kappa}}} - \frac{1}{R (r_0^2)^{\frac{3\kappa - \nu}{\nu + \kappa}}} \right\} \quad (28)$$

$$\mathfrak{A}_\varphi = -\frac{(\nu + \kappa) \omega_0}{(3\kappa - \nu) \omega_1} \left\{ \frac{1}{R} \frac{1}{(r_0^2 + \omega_1 R^2)^{\frac{3\nu - \kappa}{\nu + \kappa}}} - \frac{1}{R (r_0^2)^{\frac{3\nu - \kappa}{\nu + \kappa}}} \right\} \quad (29)$$

In the special case  $\nu = \kappa$ , accordingly to (18), we get a similar expression both for  $\mathfrak{v}_\varphi$  and  $\mathfrak{B}_\varphi$ . In this case both  $\mathfrak{B}_\varphi$  and  $\mathfrak{S}_m$  ( $= \text{rot } \mathfrak{A}_\varphi$ ) decrease at an equal rate with the extent of their distance from the axis. But if  $\nu > \kappa$ , the decrease of velocity will be smaller whereas the decrease of the vector potential of the magnetic field will be larger. The change will be the reverse in case  $\nu < \kappa$ . In the special case  $\nu = 3\kappa$ ,  $\mathfrak{v}_\varphi$  will correspond to uniform rotation while the vector potential of the magnetic field takes the form

$$\mathfrak{A}_\varphi = \frac{1}{2} \omega_0 R \left\{ \frac{1}{r_0^2 + \omega_1 R^2} + \frac{R}{(r_0^2 + \omega_1 R^2)^2} \right\}.$$

In the case  $\kappa = 3\nu$ , the magnetic field will be uniform whereas the velocity diminishes rapidly with the distance from the axis.

The relation (18) gives a connection between velocity and magnetic field. If we take the rotation (curl) of both sides, the result will be the more familiar form of this relation :

$$\text{rot } \mathfrak{v}_\varphi = C \mathfrak{S}_m.$$

But this kind of relation can only be stated in the case of  $\nu = \kappa$ . From the solution (28) and (29) containing the more general condition  $\nu \neq \kappa$ , no such relations can be deduced.

#### 4. Conclusions

1. The vector potential of the velocity of the meridional currents and of the magnetic field depend on  $\nu\kappa$ , consequently both quantities will be identically zero, either  $\nu = 0$ , or  $\kappa = 0$ .

2. No model can be found for  $\mathfrak{S}_\varphi = 0$ , in which case the boundary conditions for the meridional currents cannot be fulfilled.

3. In the most general model both the distribution of angular velocity and the magnetic field depend also on  $\nu$  and  $\kappa$ . Thus  $\nu$  and  $\kappa$  may be determined empirically from the observed velocities and magnetic strength on the surface (e. g. solar surface).

4. According to the theory described in a previous paper\* in magneto-hydrodynamical turbulence  $\kappa$  is of the same order as the coefficient of eddy viscosity (i. e. eddy conductivity being very small). Consequently  $\kappa$  exceeds at least  $10^{10}$  times the corresponding molecular value. So the empirical determination of  $\nu$  and  $\kappa$  leads to a control of the correctness of the theory.

Budapest-Szabadsághegy, 15th December, 1953.

\* Acta Physica Academiae Scientiarum Hungaricae Tomus I. Fasciculus 3. Pag. 235. — Mitteilungen der Sternwarte der ungarischen Akademie der Wissenschaften, Budapest - Szabadsághegy Nr. 26.



MITTEILUNGEN  
DER  
STERNWARTE  
DER UNGARISCHEN AKADEMIE  
DER WISSENSCHAFTEN

ИЗВЕСТИЯ  
АСТРОНОМИЧЕСКОЙ  
ОБСЕРВАТОРИИ  
АКАДЕМИИ НАУК  
ВЕНГРИИ

BUDAPEST—SZABADSÁGHEGY

Nr. 33

JULIA BALÁZS UND L. DETRE

UNTERSUCHUNGEN ÜBER DIE PERIODEN- UND  
LICHTKURVENÄNDERUNGEN VON KURZPERIODISCHEN  
 $\delta$  CEPHEI-STERNEN  
VIII. SW ANDROMEDAE

BUDAPEST, 1954

## UNTERSUCHUNGEN ÜBER DIE PERIODEN- UND LICHTKURVENÄNDERUNGEN VON KURZPERIODISCHEN $\delta$ CEPHEI-STERNEN. VIII. SW ANDROMEDAE

Aus 915 photographischen und 864 photoelektrischen Beobachtungen konnte eine sekundäre Periode gefunden werden, die sich hauptsächlich im periodischen Auftreten und Verschwinden eines Buckels im aufsteigenden Aste der Lichtkurve äussert. Die Analyse früherer Beobachtungsreihen zeigte, dass diese Erscheinung in fast allen Reihen aufzufinden ist, jedoch wurde sie bis jetzt von keinem Beobachter bemerkt. Aus dem gesamten Beobachtungsmaterial ergibt sich für die sekundäre Periode 36<sup>d</sup>83, das 83,28fache der Hauptperiode. Die Hauptperiode nimmt gegenwärtig ab. Die maximale Helligkeit ist gegenwärtig nur geringfügigen Änderungen unterworfen, während sie zur Zeit der Beobachtungen von *Shapley* im Laufe der sekundären Periode beträchtliche Schwankungen aufwies.

Der RR Lyrae-Veränderliche SW Andromedae verdient eine besondere Beachtung. Während die meisten RR Lyrae-Sterne in jeder Phase ihre Lichtänderungen pekuliäre Spektren besitzen, indem die Wasserstoff-Linien für den aus den Metallinien bestimmten Spektraltyp zu schwach sind, zeigt SW And nach *Münch* und *Terrazas* [37] ein normales Riesenspektrum vom Typ F6, mit H-Linien normaler Intensität. Ein anderer RR Lyrae-Stern von der gleichen Eigenschaft ist AR Per. Beide Sterne haben nahe die gleichen Perioden von 0<sup>d</sup>44 bzw. 0<sup>d</sup>43. Diese Perioden kommen unter den RR Lyrae-Veränderlichen in den Kugelhaufen nicht vor und die isolierten RR Lyrae-Sterne mit diesen Perioden zeigen eine grosse Konzentration gegen die Milchstrasse. Somit hält *Kukarkin* [39] beide Sterne für Repräsentanten der Population I.

Mehrere Beobachter fanden ausgeprägte Änderungen in der Lichtkurve und in der Periode von SW And. Die Veränderlichkeit der Periode wurde definitiv von *Zessewitsch* [28] bewiesen, nachdem der erhebliche Fehler, der in den ersten Periodenbestimmungen noch enthalten war, Anlass zu unrichtigen Vermutungen über starke Veränderlichkeit der Periode gegeben hat. *Shapley* [8] hat starke Veränderlichkeit der Lichtkurve in der Nähe des Maximums gefunden und *Zacharov* [10] behauptete eine Oszillation des aufsteigenden Astes um seine mittlere Lage mit einer Periode von 32—33 Tagen.

Der zweite von uns hat schon in den Jahren 1931—33 550 visuelle photometrische Messungen vom Stern erhalten, die in den AN veröffentlicht wurden [25]. Am 16 cm Astrographen der Budapester Sternwarte wurden später, u. zw. in den Jahren 1936—7, 1941, 1945, 1949 und 1951—2 insgesamt 915 Aufnahmen erhalten. Nachdem in 1950 das neue photoelektrische Photometer in Betrieb gesetzt wurde, konnte der Stern auch photoelektrisch beobachtet werden. Im Jahre 1953 wurde vom Stern eine grössere Serie von photoelektrischen Beobachtungen erhalten.

**Die photographischen Beobachtungen.** Benutzt wurden Eastman 40 Platten. Die Expositionszeit betrug 2 oder 3 Minuten. Die fokalen Aufnahmen wurden am Rosenbergschen Elektromikrophotometer der Sternwarte ausgemessen. Die Vergleichsterne sind in Tab. 1, die für den Veränderlichen erhaltenen Grössenangaben in Tab. 19 zusammengestellt. 25 Aufnahmen mussten verworfen werden. Die Grössenangaben beruhen auf drei Polübertragungen.

Tabelle 1. Vergleichsterne

Stern	Photogr. Grösse
BD + 28°55	8 <sup>m</sup> 30
28.58	9.04
29.53	9.92
28.53	10.17
28.59	10.32

Schon der erste photographisch beobachtete aufsteigende Ast brachte eine Überraschung. Der aufsteigende Ast bestand aus zwei Teilen, die durch einen kurzen, aber gut ausgeprägten Stillstand von etwa 7 Minuten Dauer getrennt waren. Die Helligkeitszunahme war vor dem Stillstand wesentlich steiler als nachher (Abb. 1 links). Andersmal war der aufsteigende Ast glatt (Abb. 1 rechts).

Aus verschiedenen Gründen konnte eine längere Beobachtungsreihe vom Stern erst im Jahre 1952 erhalten werden. Unter den in diesem Jahre beobachteten 7 aufsteigenden Ästen zeigen 6 den Stillstand. Die Dauer des Stillstandes war nicht immer die gleiche und er trat diesmal bei einer geringeren Helligkeit auf, als im Jahre 1936 (s. Tab. 2).

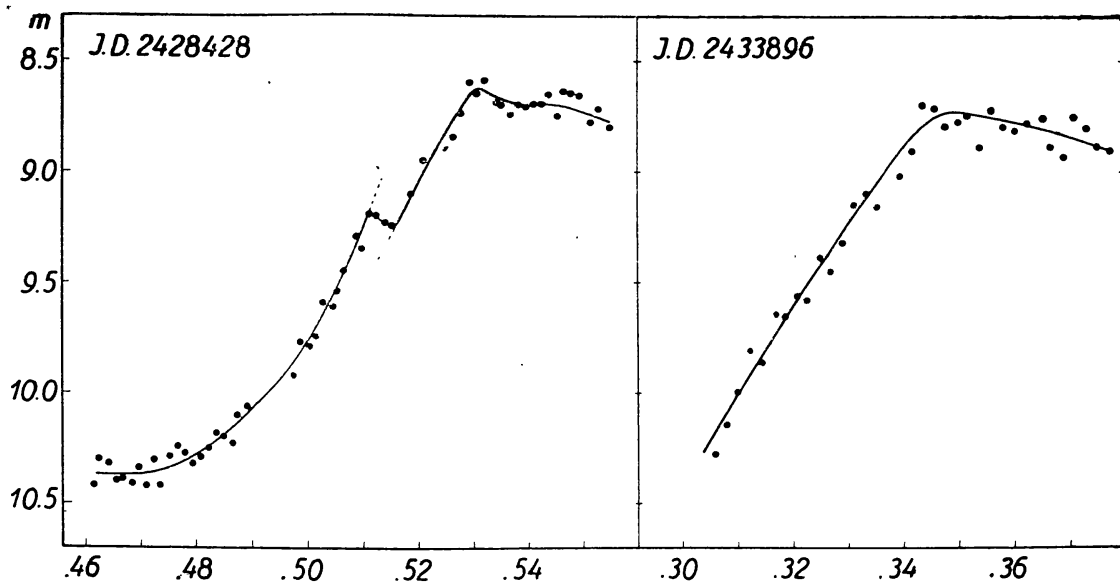


Abb. 1. Zwei Maxima von SW And, das erste mit Stillstand im aufsteigenden Aste das zweite mit glattem Aufstieg (nach Budapester photographischen Beobachtungen)

Tabelle 2. Dauer und Helligkeitsgrösse des Stillstandes im aufsteigenden Aste von SW And (photographische Beobachtungen)

J. D.		$\Delta t$	$m$
242	8428	0 <sup>d</sup> 0056	9.21—9.24
243	4243	.0085	9.36
	4251	.0060	9.36
	4254	.0050	9.37
	4277	.0060	9.38—9.33
	4281	.0092	9.38—9.29
	4289	.0076:	9.36

Neben dem zeitweiligen Auftreten des Buckels zeigte der aufsteigende Ast eine Oszillation um seine mittlere Lage. Tab. 3 enthält die diesbezüglichen Resultate aus unseren photographischen Beobachtungen. Die erste Spalte gibt das Julianische Datum der Beobachtung, die zweite und dritte die Epoche bzw. den Zeitpunkt des Maximums, berechnet nach den in [25] abgeleiteten Elementen:

$$\text{Hel. Max.} = \text{J. D. } 2418132.7995 + 0^d442276477.E \quad (1)$$

Die vierte Spalte enthält die beobachteten Zeitpunkte des Maximums; in den folgenden Spalten sind unter  $B - R$  (1) die Abweichungen der beobachteten Zeitpunkte gegenüber den Elementen (1) für das Maximum und für verschiedene Punkte des aufsteigenden Astes angeführt, während die beiden letzten Spalten die Helligkeit des Maximums und des vorangehenden Minimums angeben.

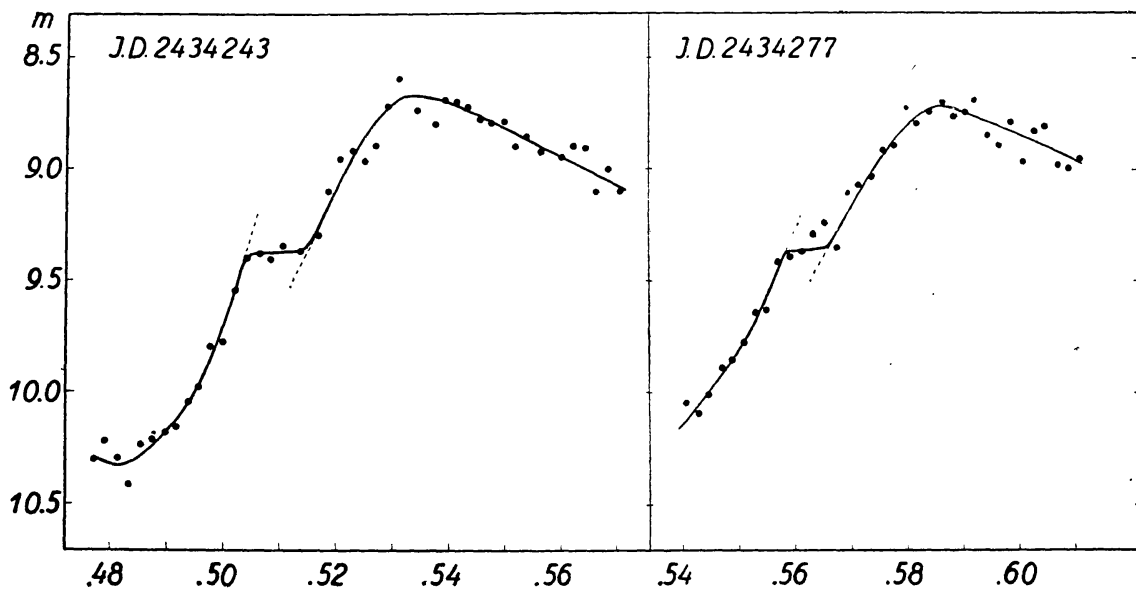


Abb. 2. Zwei Maxima von SW And aus dem Jahre 1952 mit Stillstand im aufsteigenden Aste (nach Budapester photographischen Beobachtungen)

Tabelle 3. ( $B-R$ )-Werte für die photographisch beobachteten Maxima und für verschiedene Punkte des aufsteigenden Astes gegenüber den Elementen (1)

J. D.	E	R(1)	$t_{\odot}^{\max}$	B-R(1)							$m^{\max}$	$m^{\min}$
				Max.	m = 8.8	m = 9.0	m = 9.3	m = 9.4	m = 9.8	m = 10.1		
242.....	+											
8428	23279	.5536	.5323	-.0213	-.0274	-.0325	-.0440	-.0457	-.0546	-.0648	8.63	10.37
8784	24084	.5862	.5703	-.0159	-.0203	-.0294	-.0376	-.0405	-.0533	-.0596	8.73	10.36
8785	24086	.4707	.4472	-.0235	-.0277	-.0316	-.0372	-.0375	—	—	8.74	—
243....												
0256	27412	.4823	.4565	-.0258	-.0300	-.0384	—	—	—	—	8.77	—
3307	34310	.3054	.2462:	-.0592:	-.0644	-.0746	—	—	—	—	8.75:	—
3872	35588	.5347	.4668	-.0679	-.0730	-.0817	-.0884	-.0906	—	—	8.74	—
3896	35642	.4177	.3485	-.0692	-.0747	-.0807	-.0893	-.0919	-.1034	-.1097	8.73	—
4243	36427	.6047	.5334	-.0713	-.0783	-.0831	-.0897	-.1005	-.1064	-.1122	8.68	10.32
4251	36445	.5657	.4998	-.0659	-.0706	-.0794	-.0877	-.0963	-.1076	-.1174	8.75	10.38
4254	36452	.6616	.5894	-.0722	-.0809	-.0886	-.0966	-.1033	-.1098	-.1196	8.74	10.32
4270	36488	.5836	.5120	-.0716	-.0764	-.0817	-.0956	-.1016	-.1115	-.1190	8.74	10.32
4277	36504	.6600	.5868	-.0732	-.0790	-.0857	-.0938	-.1012	-.1097	-.1190	8.73	—
4281	36513	.6405	.5709:	-.0696:	-.0735	-.0813	-.0905	-.0992	-.1086	-.1201	8.77:	10.28
4289	36531	.6015	.5345:	-.0670:	-.0700:	-.0805:	-.0935:	-.1035:	-.1098	-.1189	8.76:	10.30

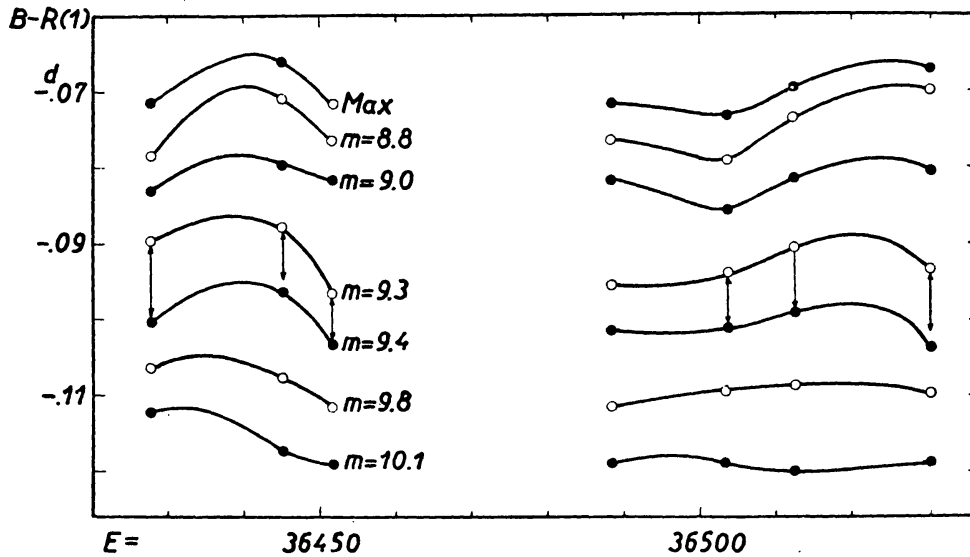


Abb. 3

Werte von  $B-R(1)$  aus Tab. 3 für das Maximum (oben) und für verschiedene Punkte des aufsteigenden Astes. Die Pfeile geben die Lage des Stillstandes im aufsteigenden Aste an

Die  $B-R(1)$  aus dem Jahre 1952 sind auch in Abb. 3 eingezeichnet. Sie zeigen nahe gleichlaufende Oszillationen, deren Amplituden aber in der Nähe des Maximums grösser sind, als im unteren Teile des aufsteigenden Astes. Somit ist mit dieser Oszillation eine Änderung der Steilheit des aufsteigenden Astes verbunden. Dies zeigt Tab. 4, wo für verschiedene Epochen der Zeitunterschied angegeben ist, den der Stern braucht, um von der Helligkeit  $10^{\text{m}}1$  zu  $8^{\text{m}}8$  anzuwachsen.

Tabelle 4. Änderung der Steilheit des aufsteigenden Astes (photographische Beobachtungen)

$E$	$t^{8.8} - t^{10.1}$	$E$	$t^{8.8} - t^{10.1}$
23279	0 <sup>d</sup> 0374	36452	0 <sup>d</sup> 0387
24084	0.0393	36488	0.0426
35642	0.0350	36504	0.0400
36427	0.0339	36513	0.0466
36445	0.0468	36531	0.0489:

Die verschiedenen  $B-R(1)$  und die  $t^{8.8} - t^{10.1}$  nehmen ihre Extremwerte im Jahre 1952 in einem Zeitintervall von etwa 83 Epochen an. Dem zweiten Maximum geht ein sekundäres Maximum um etwa 30 Epochen voran. Die Höhe des Maximums ändert sich augenscheinlich in demselben Zyklus, diese Änderungen sind aber geringfügig und die Beobachtungen sind zu spärlich, um diese Eigentümlichkeiten der Lichtkurvenänderungen näher verfolgen zu können.

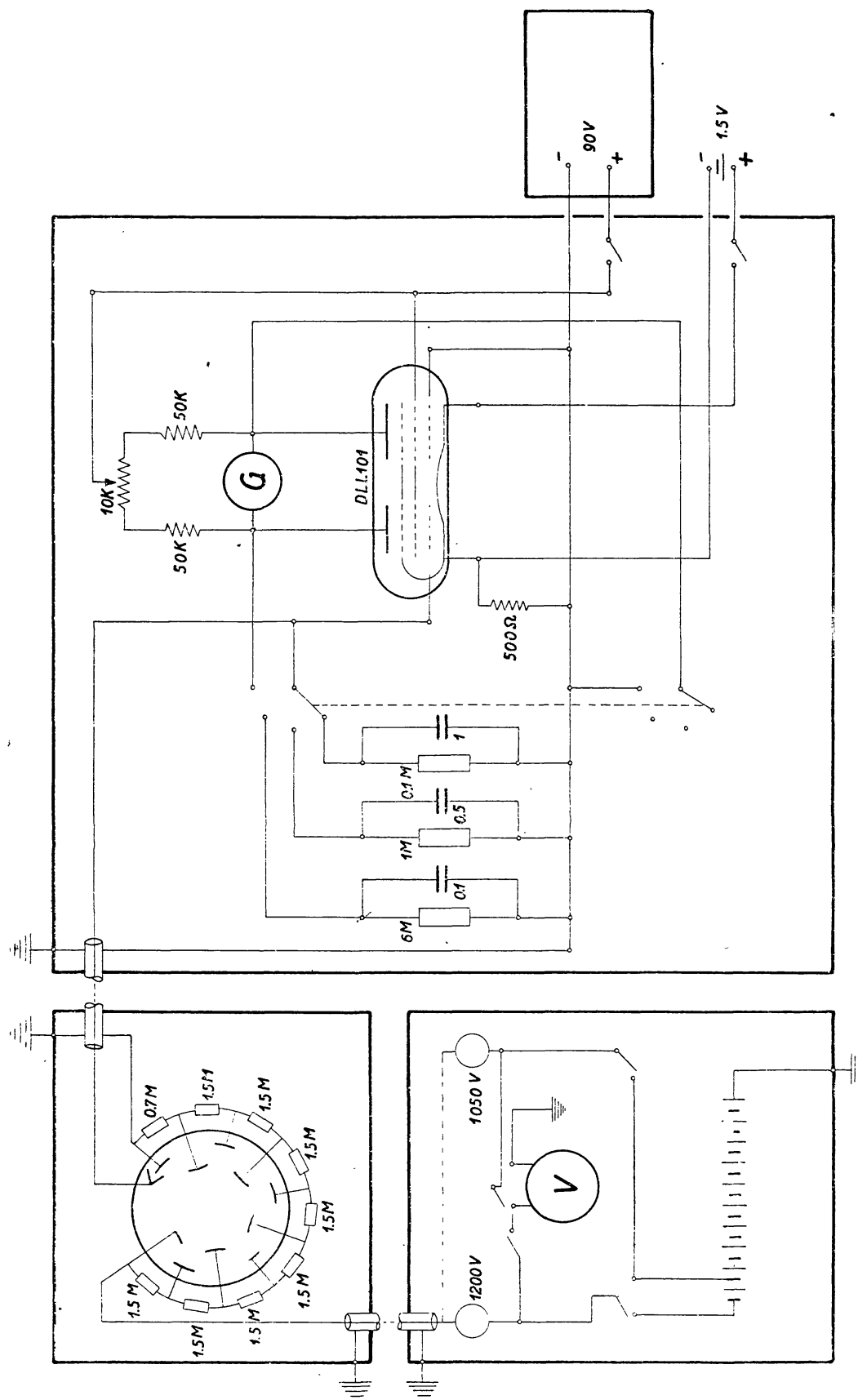


Abb. 4. Prinzipschaltbild des photoelektrischen Photometers



**Die photoelektrischen Beobachtungen.** In unserem photoelektrischen Photometer wird ein RCA Sekundärelektronenvervielfacher, Type 931 A verwendet, der freundlicherweise von Herrn Dr. *Shapley* uns als Geschenk zur Verfügung gestellt wurde. Er arbeitet im allgemeinen unter einer Betriebsspannung von 1050 Volt. Als Spannungsquelle dient ein Satz von Trockenbatterien, deren Spannung nötigenfalls an einem Voltmeter (*V* in Abb. 5) kontrolliert werden kann. Der Anodstrom des Vervielfachers wird zu einem Gleichstromverstärker geleitet, der mit drei Verstärkungsfaktoren: 10, 100 und 600 arbeitet. Die Heizspannung beträgt 1.5 Volt, die Anodenspannung 90 Volt. Der Ausgangsstrom wird durch ein Galvanometer gemessen, dessen Empfindlichkeit  $10^{-7}$  A/mm beträgt.

Bei den Messungen werden der Gitterstrom des Verstärkerrohres (Tungsram Zwillingspentode DLL 101), der Dunkelstrom des Vervielfachers und auch der durch das Licht des Himmelshintergrundes erzeugte Photostrom kompensiert. Die Dauer einer Sternhelligkeitsmessung einschliesslich Einstellung des Sternes, Kompensation des Himmelshintergrundes und viermaliger Messung der Sternhelligkeit beträgt 2–3 Minuten. Die Mess-

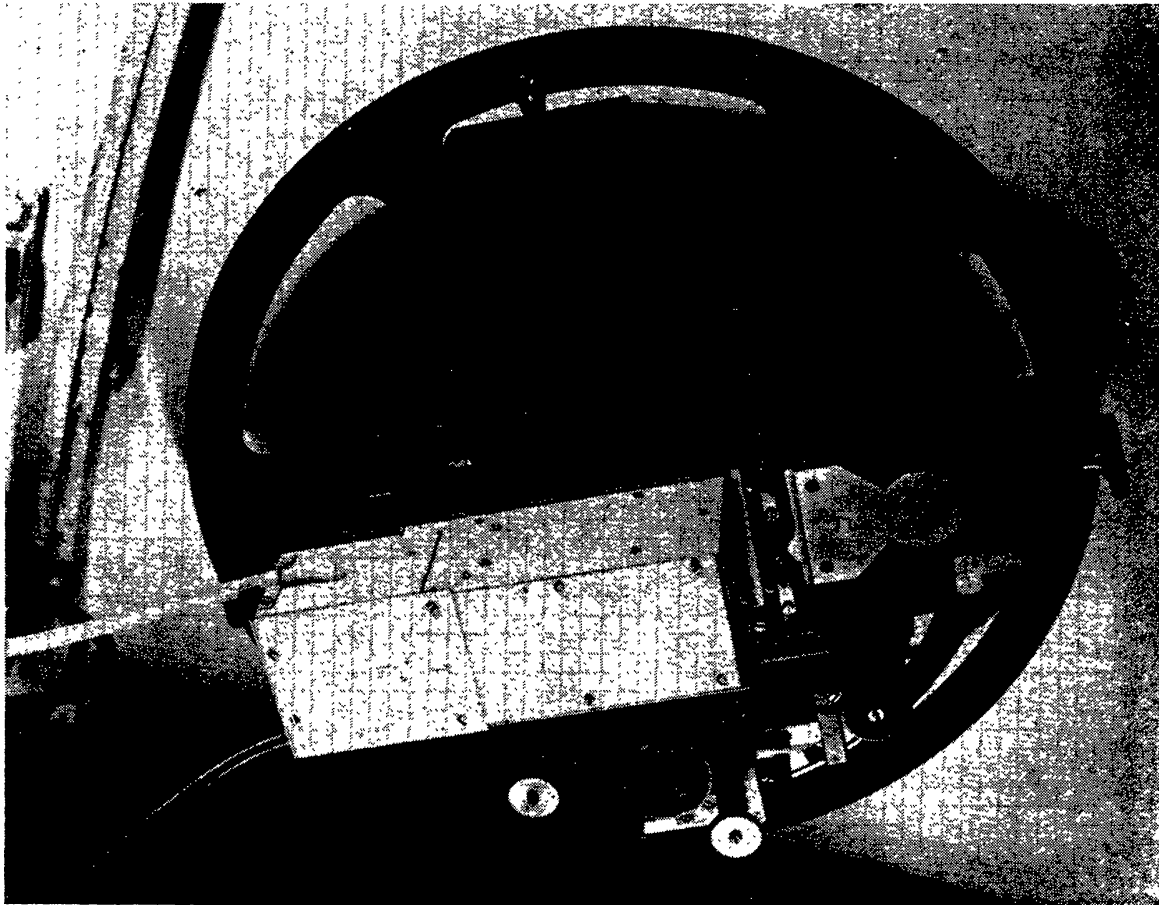


Abb. 5

Der Photometeransatz am Newton-Fokus des 60 cm Heyde-Zeisschen Spiegelteleskops

genauigkeit dürfte unter optimalen atmosphärischen Bedingungen  $\pm 0.007$  erreichen. Leider ist hier die Anzahl der photometrisch einwandfreien Nächten äusserst gering, so dass man sich meistens mit einer geringeren Genauigkeit begnügen muss. Die Grenzgrösse für brauchbare photoelektrische Messungen liegt am 60 cm Spiegelteleskop bei etwa  $11^m 0$ .\*

Das Gehäuse für den Vervielfacher besitzt im Brennpunkt des Fernrohrspiegels ein Diaphragma von 2 mm Durchmesser ( $f = 360$  cm), in dessen Mitte das zu messende Sternbild gebracht wird. Die Zentrierung des Sternes geschieht durch das 30 cm Leitrohr des Reflektors. In dem Strahlengang können verschiedene Filter eingeschoben werden. Die isophote Wellenlänge der Kombination Vervielfacher + Spiegel ist  $\lambda 4800$ . Die Linearität der Messanordnung kann zwischen den Grenzen  $\pm 1^m$  als garantiert angesehen werden. Der Röhrensockel des Vervielfachers ist zum Schutz vor Feuchtigkeit mit Paraffin vergossen.

Die Verstärkeranordnung wurde von Herrn Dr. P. Faragó entworfen und von Herrn Tary hergestellt. Die übrigen Zusatzeinrichtungen wurden in unseren mechanischen Werkstätten von Mechanikermeister Elter fertiggestellt, der auch weiterhin für das störungsfreie Funktionieren des Apparates sorgte.

Die photoelektrischen Beobachtungen von SW And wurden im Jahre 1950 begonnen. Als Vergleichstern wurde BD + 28°58 gewählt. Der in diesem Jahre am J. D. 2433504 beobachtete einzige aufsteigende Ast zeigte einen ausgeprägten Stillstand vor dem Maximum. Erst im Jahre 1953 haben wir vom Stern eine längere Beobachtungsreihe erhalten. Das Maximum wurde 11mal, der aufsteigende Ast 16mal durchbeobachtet. Die photoelektrischen Beobachtungen — 864 in Anzahl — sind in Tab. 20 enthalten.

Der Stillstand tritt bei etwa der Hälfte der beobachteten aufsteigenden Äste in Intervallen von etwa 80 Epochen auf, und zwar immer nahe bei derselben Helligkeit, aber mit verschiedener Länge (Tab. 5).

Tabelle 5. Dauer und Helligkeitsgrösse des Stillstandes im aufsteigenden Aste (photoelektrische Beobachtungen)

J. D.	$\Delta t$	$m$
243 3504	0 <sup>d</sup> 0053	0.45
4576	.0094	0.48—0.40
4580	.0084	0.48—0.47
4591	.0050	0.46—0.42
4619	.0088	0.47—0.44
4649	.0049	0.46—0.44
4652	.0078	0.43—0.45
4653	.0080	0.50—0.46
4660	.0047	0.49—0.46
4661	.0040:	0.48—0.37

\* Bemerkung bei der Korrektur: Neulich erhielten wir einen RCA 1 P 21 Vervielfacher, der einen 50mal geringeren Dunkelstrom zeigt, als der bis jetzt benutzte Typ. Damit sind bei erhöhter Genauigkeit Sterne bis zu  $13^m 0$  gut messbar.

Tabelle 6  
Werte von  $B-R(1)$  für die photoelektrisch beobachteten Maxima und für verschiedene Punkte des aufsteigenden Astes

J. D.	$E$	$R(1)$	$t_{\max}$	$B-R(1)$							$m^{\max}$	$m^{\min}$
				Max.	$m = +0.2$	$m = +0.4$	$m = +0.5$	$m = +0.6$	$m = +0.8$	$m = +1.0$		
2433 ...	+											
504	34756	.5607	.4980	-.0627	-.0780	-.0842	-.0924	-.0943	-.1006	-.1086:	-.002	—
2434.....												
576	37180	.6389	.5660:	-.0729:	-.0889:	-.0959	-.1071	-.1091	-.1139	-.1221	+.030:	+1.198
577	37182	.5235	—	—	—	—	—	—	—	—	+.050	—
580	37189	.6194	.5430	-.0764	-.0887	-.0965	-.1072	-.1099	-.1136	-.1245	+.027	+1.215:
591	37214	.6763	—	—	-.0909	-.0986	-.1066	-.1099	-.1146	-.1238	—	—
600	37234	.5218	.4470	-.0748	-.0893	-.0983	—	—	—	—	+.045	—
610	37257	.6942	—	—	-.0917	-.1019	-.1063	-.1090	-.1064	-.1250	—	+1.196
619	37277	.5397	.4640	-.0757	-.0890	-.0973	-.1081	-.1100	-.1154	-.1224	+.045	—
627	37295	.5007	.4230	-.0777	-.0903	-.1012	-.1043	-.1082	-.1165	—	+.035:	—
630	37302	.5966	.5184:	-.0782:	-.0882	-.0966	—	—	—	—	—	—
649	37345	.6145	.5344	-.0801	-.0902	-.0997	-.1078	-.1105	-.1165	-.1247	+.023	—
652	37352	.7105	.6350	-.0755	-.0887	-.0979	-.1081	-.1110	-.1163	-.1225	+.046	—
653	37354	.5950	.5195	-.0755	-.0905	-.0980	-.1082	-.1109	-.1158	-.1250	+.035	+1.200
658	37365	.4601	—	—	-.0930:	-.1008:	-.1039:	-.1085:	—	—	—	—
660	37370	.6714	—	—	-.0905	-.1000	-.1074	-.1100	-.1170	-.1246	—	+1.200
661	37372	.5560	.4771	-.0789	-.0904	-.1016	-.1076	-.1100	-.1175	-.1257	+.053	+1.204
668	37388	.6324	—	—	—	-.1080:	-.1097	-.1118	-.1160	-.1242	—	+1.209
677	37408	.4780	.4036	-.0754	-.0901	-.1001	-.1056	-.1101	-.1163	-.1258	+.055	—

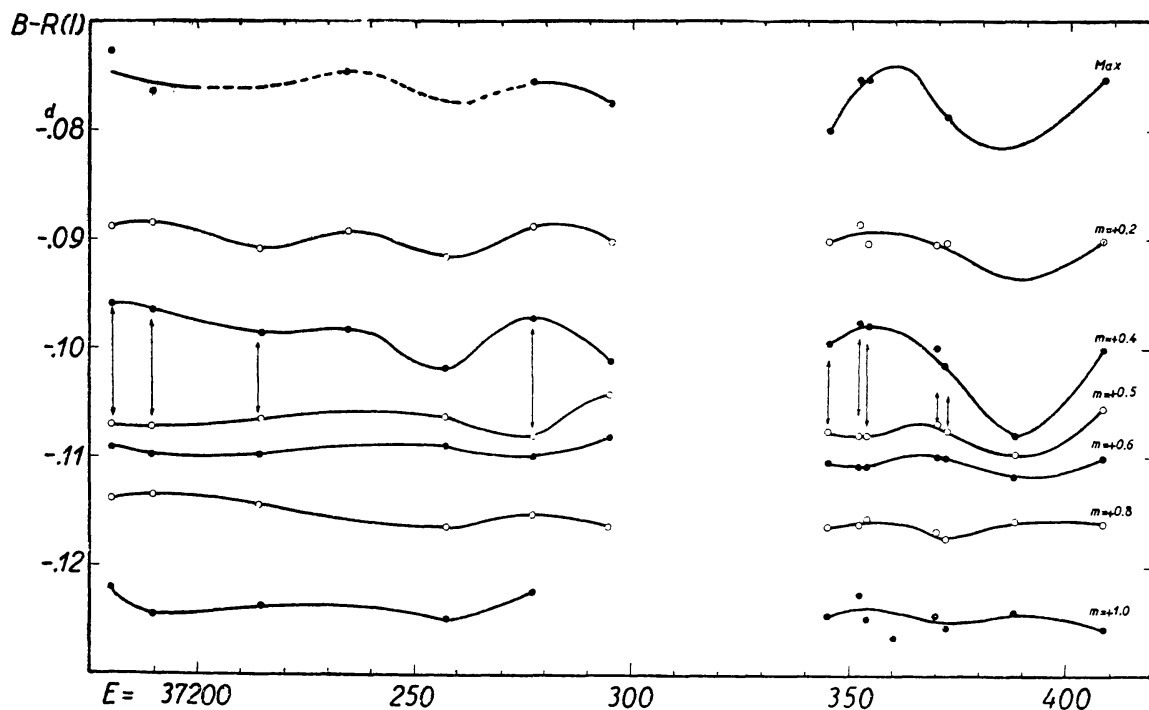


Abb. 6

Werte von  $B-R(1)$  aus Tab. 6 für das Maximum (oben) und für verschiedene Punkte des aufsteigenden Astes nach den Budapester photoelektrischen Beobachtungen. Die Pfeile geben die Lage des Stillstandes im aufsteigenden Aste an

Die Oszillation des aufsteigenden Astes hat jetzt eine geringere Amplitude, als im vorangehenden Jahre (s. Tab. 6 und Abb. 6) und ist für den Teil unter  $+0.50$  kaum bemerkbar. Im wesentlichen bestehen die Lichtkurvenänderungen in dem wechselseitigen Auftreten und Verschwinden des Buckels im aufsteigenden Aste (s. Abb. 7).

Zwischen unseren photographischen und photoelektrischen Helligkeitsgrößen besteht die lineare Relation:

$$m_{\text{phe}} = 0.7367 m_{\text{phg}} - 6.399 \quad (2)$$

oder umgekehrt:

$$m_{\text{phg}} = 1.357 m_{\text{phe}} + 8.686 \quad (3)$$

Tabelle 7. Änderung der Steilheit des aufsteigenden Astes (photoelektrische Beobachtungen)

$E$	$t^{0.084} - t^{1.042}$	$E$	$t^{0.084} - t^{1.042}$
37180	0.0436	37352	0.0445
37189	0.0442	37354	0.0454
37257	0.0422	37370	0.0453
37277	0.0447	37372	0.0450
37345	0.0420	37408	0.0472

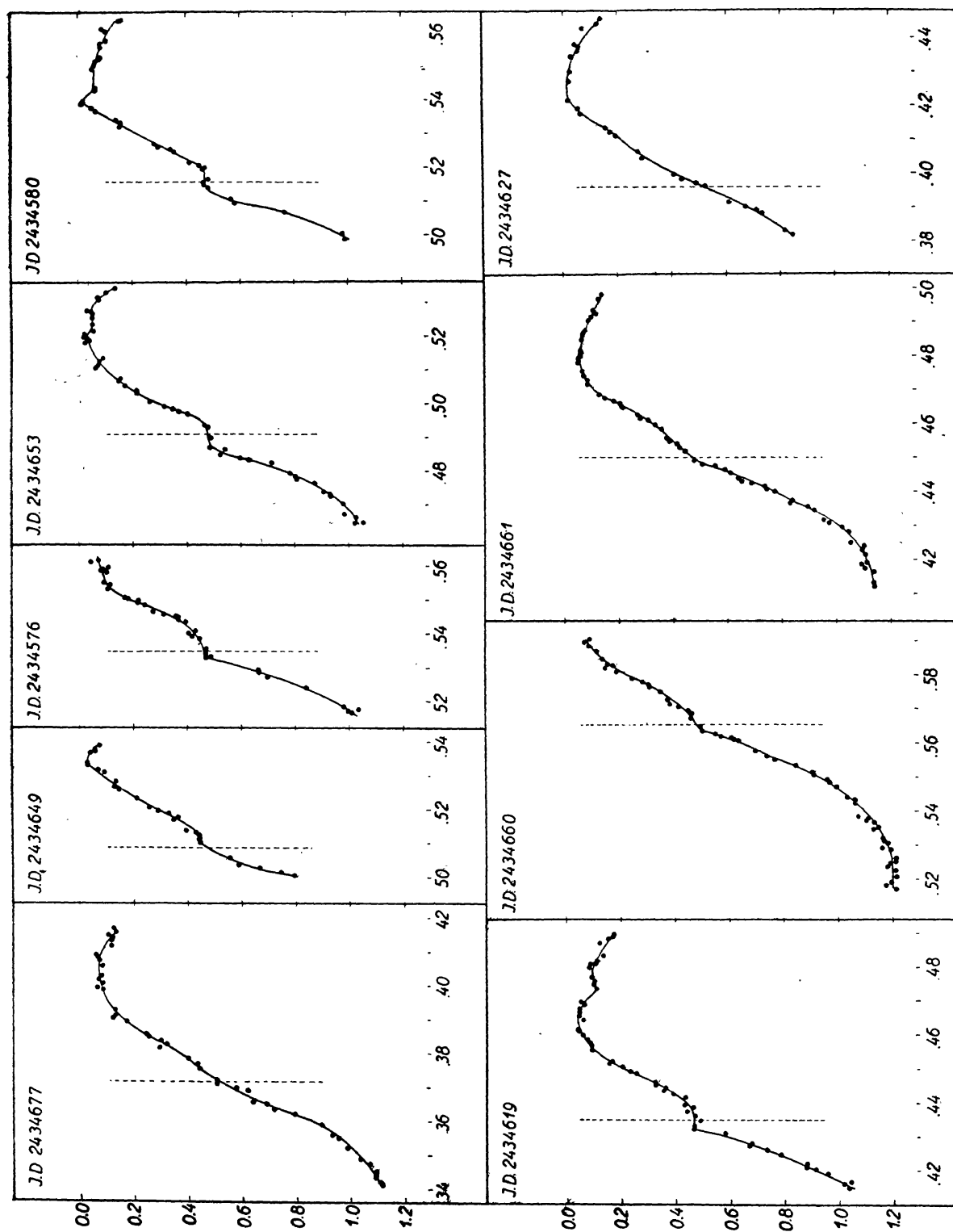


Abb. 7. Die Ausbildung und das Verschwinden des Stillstandes im aufsteigenden Aste von SW And im Laufe der 37 tagigen Periode, nach den Budapest photoelektrischen Beobachtungen. Die gestrichelte Linie gibt eine bestimmte Phase der Hauptperiode an

Somit entsprechen den photographischen Grössen  $10^m 1$  und  $8^m 8$  die photoelektrischen Grössen  $1^m 042$  bzw.  $0^m 084$ . Für die photoelektrischen Beobachtungen müssen wir somit die Zeitunterschiede  $t^{0.084} - t^{1.042}$  bilden, um die Steilheit des aufsteigenden Astes entsprechend Tab. 4 angeben zu können. Diese sind für die photoelektrischen Beobachtungen in Tab. 7 angeführt. Wir bekommen ein Maximum für  $t^{0.084} - t^{1.042}$  und ebenso für  $t^{\max} - R(1)$  für die Epoche 37361. Kombinieren wir dies mit dem entsprechenden Maximum aus dem vorangehenden Jahre:  $E = 36442$ , so bekommen wir für die Periode der Oszillation des aufsteigenden Astes 83.5 Epochen, d. h. 37 Tage. Dies ist augenscheinlich auch die Periode für das Auftreten des Stillstandes im aufsteigenden Aste. Wie aber Abb. 3 und 6 zeigen, verlaufen die einzelnen Zyklen der 37tägigen Periode nicht vollständig gleich. Es scheint noch eine zweite Periodizität vorhanden zu sein, welche mit der 37tägigen Periode interferiert. Zu einer genaueren Bestimmung dieser Periodizitäten wenden wir uns jetzt zur Analyse der übrigen Beobachtungsreihen.

**Die Budapester photometrisch-visuellen Beobachtungen.** Bei der geringeren Genauigkeit der visuellen Beobachtungen muss man bei der Beurteilung der Realität eines Buckels im Lichtwechsel sehr vorsichtig sein. Immerhin sind in unserem in AN 252.329 veröffentlichten Beobachtungsmaterial einige aufsteigende Äste enthalten, für welche die Realität des Buckels ausser Zweifel steht. Dies gilt besonders für die Beobachtungen am J. D. 2427001 (s. Abb. 8 rechts).

Tabelle 8. Dauer und Helligkeitsgrösse des Stillstandes im aufsteigenden Aste von SW And (Photometrisch-visuelle Beobachtungen)

J. D.	$\Delta t$	$m$
242 6594	0 <sup>d</sup> 0051	9.58—9.56
6954	0.0064	9.57—9.52
6982	0.0059	9.55—9.50
6994	0.0088	9.66—9.58
7001	0.0097	9.60—9.50

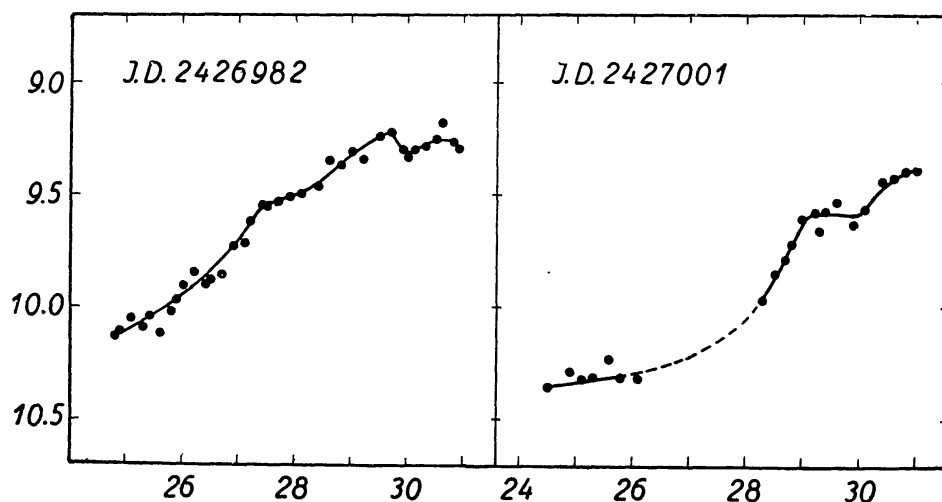


Abb. 8. Der Stillstand im aufsteigenden Aste von SW And am J. D. 2426982 und am J. D. 2427001 nach Budapester photometrisch-visuellen Messungen



Die Oszillation des aufsteigenden Astes ist aus den Beobachtungen vom Jahre 1932 gut ersichtlich (Tab. 9 und Abb. 9). Die zwei gut ausgeprägten Minima der  $B - R(1)$ -Kurve für  $m = 9.4$  fallen auf die Epochen 19916 und 19998. Die sekundäre Periode von 83 Epochen ist also auch hier klar zu erkennen. Ein Maximum der  $B - R(1)$ -Kurven für das Lichtwechselmaximum und für  $m = 9.3$  und  $m = 9.4$  ergibt sich zu  $E = 19957$ . Das Auftreten des Buckels im aufsteigenden Aste scheint auch hier auf bestimmte Phasen der sekundären Periode beschränkt zu sein. Das zweite Maximum ist breiter als das erste. Die Beobachtungen in den Jahren 1931 und 1933 waren zu spärlich, um aus diesen weitere Daten für die sekundäre Periode ableiten zu können. So viel kann aber festgestellt werden, dass auch diese Werte von  $B - R(1)$  mit der sekundären Periode von 83 Epochen im Einklang stehen.

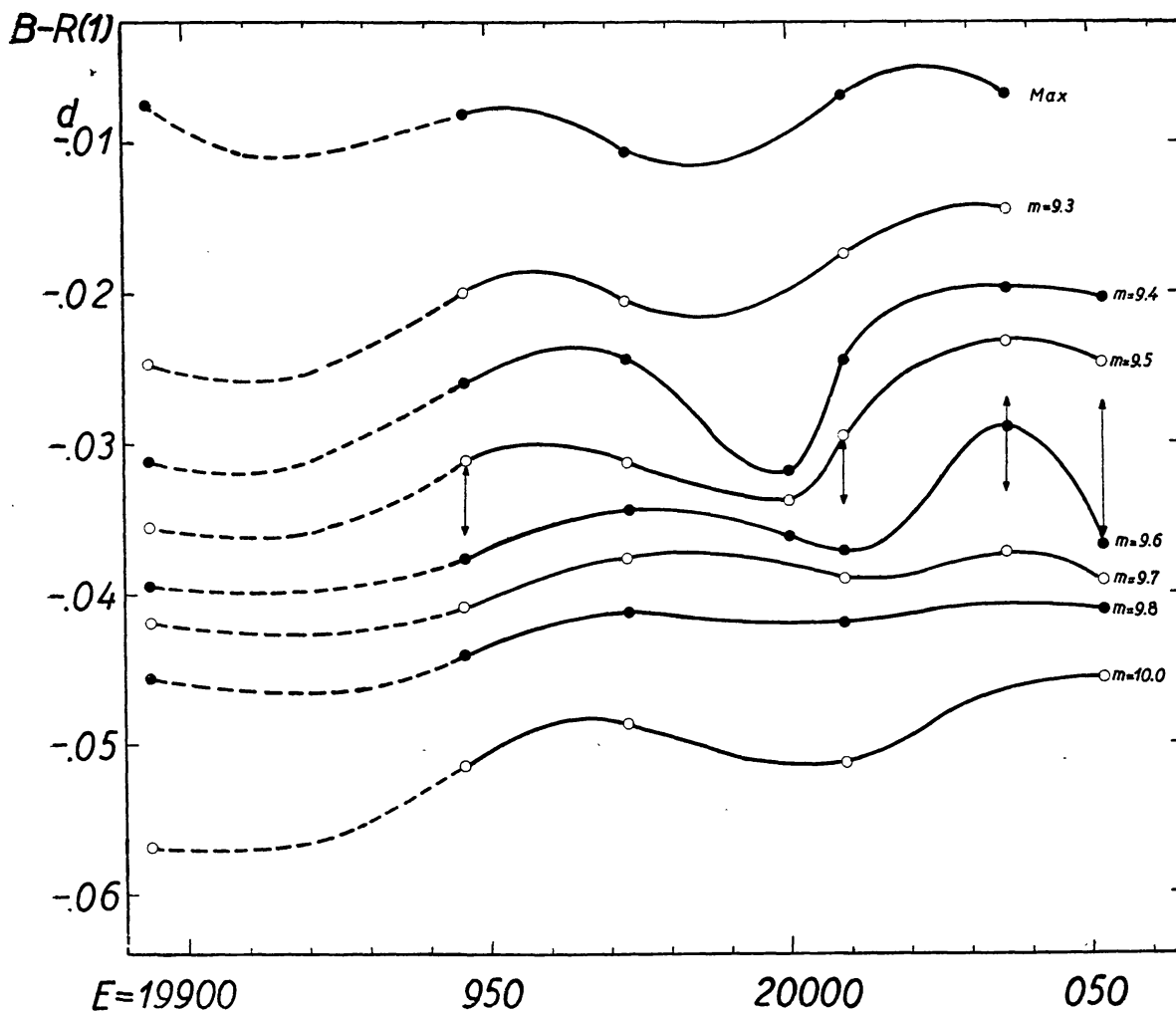


Abb. 9. Werte von  $B-R(1)$  aus Tab. 9 für das Maximum und für verschiedene Punkte des aufsteigenden Astes nach den Buda pester photometrisch-visuellen Beobachtungen. Die Pfeile geben die Lage des Stillstandes im aufsteigenden Aste an



Tabelle 9. Werte von  $B-R(1)$  für die Budapestster visuell-photometrisch beobachteten Maxima und für verschiedene Punkte des aufsteigenden Astes

J. D.	$E$	$R(1)$	$t_{\max}$	$B-R(1)$									$m^{\text{vis}}$	
				Max	$m = 9.3$	$m = 9.4$	$m = 9.5$	$m = 9.6$	$m = 9.7$	$m = 9.8$	$m = 10.0$	$m = 10.2$		
242 . . . . .	+													
6547	19026	.5518	.5573 :	+ .0055 :	—	— .0078 :	—	—	—	—	—	—	—	9.22 :
6555	19044	.5127	.5140	+ .0013	— .0048	— .0164	— .0224	— .0266	— .0297	— .0352	— .0448	— .0529 :	—	9.22
6559	19053	.4932	.4947	+ .0015	— .0132	— .0189	— .0232	— .0290	— .0366	— .0390	— .0461	— .0573 :	—	9.16 :
6594	19132	.4331	.4308	— .0023	— .0140	— .0211	— .0255	— .0321	— .0383	— .0411	— .0473	— .0531 :	—	9.22
6625	19202	.3924	—	—	—	— .0251	— .0290	— .0325	— .0354	— .0385	— .0492	— .0625	—	—
6637	19229	.3339	—	—	—	—	—	—	—	—	—	— .0574	—	—
6931	19894	.4477	.4400	— .0077	— .0246	— .0312	— .0356	— .0395	— .0420	— .0457	— .0569	— .0695	—	9.18
6954	19946	.4461	.4380	— .0081	— .0200	— .0260	— .0311	— .0377	— .0409	— .0441	— .0516	— .0661	—	9.25
6966	19973	.3876	.3770	— .0106	— .0206	— .0244	— .0313	— .0345	— .0376	— .0413	— .0486	—	—	9.24
6978	20000	.3290	—	—	—	— .0320 :	— .0340	— .0362 :	—	—	—	—	—	—
6982	20009	.3095	.3026	— .0069	— .0175	— .0245	— .0295	— .0372	— .0392	— .0420	— .0513	— .0655 :	—	9.25
6994	20036	.2510	.2440	— .0070	— .0145	— .0198	— .0233	— .0290	— .0374	—	—	—	—	9.26 :
7001	20052	.3274	—	—	—	— .0204	— .0247	— .0368	— .0391	— .0412	— .0456	— .0554 :	—	—
7342	20823	.3226	.3197	— .0029	— .0084	— .0124	— .0164 :	—	—	—	—	—	—	9.25
7346	20832	.3031	.2975	— .0056	— .0131	— .0205	— .0229	— .0319	— .0367	— .0401	—	—	—	9.26
7353	20848	.3795	—	—	—	—	— .0258	—	—	—	— .0511 :	— .0570	—	—

**Die Beobachtungen von Zacharov.** *Zacharov* hat im Jahre 1927 eine grössere Anzahl von visuellen Schätzungen von SW And erhalten [40], die hauptsächlich auf den aufsteigenden Ast der Lichtkurve konzentriert waren. Die Genauigkeit der Beobachtungen ist nicht gross, die geringe Genauigkeit wird aber durch die grosse Anzahl der beobachteten aufsteigenden Äste (28 innerhalb nicht ganz vier Monate) ausgeglichen. Auf diese Weise konnte Zacharov zum erstenmal die Oszillation des aufsteigenden Astes bemerken. In der zitierten Arbeit ist die Oszillation der Mitte des aufsteigenden Astes dargestellt, während in Tab. 10 die Werte von  $B - R(1)$  für mehrere Stellen des aufsteigenden Astes angeführt sind. Weiter zeigt Abb. 10 die Oszillation des Zeitpunktes des Maximums und von drei Punkten des aufsteigenden Astes.

Obgleich die ausgleichenden Kurven in Abb. 10 infolge der grossen Streuung der Einzelwerte mit grosser Unsicherheit behaftet sind, ist eine Schwankung mit einer Periode von etwa 80 Epochen klar zu erkennen.

*Tabelle 10.* Werte von  $B-R(1)$  für verschiedene Punkte des aufsteigenden Astes nach den Beobachtungen von *Zacharov*

$E$	$R(1)$	$B-R(1)$					
		$m = 10.1$	$m = 9.9$	$m = 9.7$	$m = 9.5$	$m = 9.3$	$m = 9.2$
+							
15749	.2117	—	—	—	—	—	— .0189
15756	.3077	—	—	—	— .0287	— .0201	— .0141
15758	.1922	— .0185	— .0166	— .0147	— .0135	— .0110	— .0093
15765	.2882	— .0380	— .0321	— .0290	— .0196	— .0130	— .0092
15781	.3646	— .0336	— .0270	— .0210	—	— .0040	+ .0027
15783	.2491	— .0461	— .0371 :	— .0245 :	+ .0125 :	+ .0211 :	—
15792	.2296	— .0188	— .0171	— .0153	— .0134	— .0075	— .0055
15799	.3256	—	—	— .0152	— .0090	+ .0025	+ .0067
15801	.2101	— .0297	— .0165	— .0087	— .0020	+ .0029	+ .0063 :
15808	.3060	— .0396	— .0258	— .0180	— .0140	— .0108	— .0064
15810	.1906	— .0326	— .0225	— .0164	— .0126	— .0096	— .0046
15826	.2670	—	— .0120	— .0083	— .0065	— .0035	+ .0013
15828	.1516	— .0206	— .0187	— .0168	— .0153	— .0138	— .0126
15842	.3434	— .0402	— .0346	— .0326	— .0302	—	—
15844	.2280	—	—	— .0180	— .0035	— .0008	+ .0004
15853	.2085	— .0365	— .0280	— .0247	— .0166	— .0134	— .0092
15860	.3044	— .0376	— .0345	— .0319	— .0116	— .0054	— .0007
15862	.1890	— .0310	— .0260	— .0226	— .0086	— .0054	— .0034
15869	.2849	— .0356	— .0301	— .0240	— .0201	— .0133	— .0085
15871	.1695	—	— .0204	— .0190	— .0166	— .0005	—
15878	.2654	— .0290	— .0210	— .0143	— .0106	—	—
15880	.1500	— .0370	— .0228	— .0152	— .0087	—	—
15887	.2459	— .0363	— .0249	— .0187	— .0128	— .0048	— .0002
15889	.1304	— .0408	— .0341	— .0285	— .0216	— .0086	— .0066
15921	.2833	— .0343	— .0307	— .0286	— .0251	— .0187	— .0138
15930	.2638	—	— .0202	— .0171	— .0142	— .0114	— .0099
15932	.1483	— .0383	— .0301	— .0242	— .0194	— .0139	— .0098
15939	.2442	— .0331	— .0262	— .0222	— .0099	— .0024	+ .0018

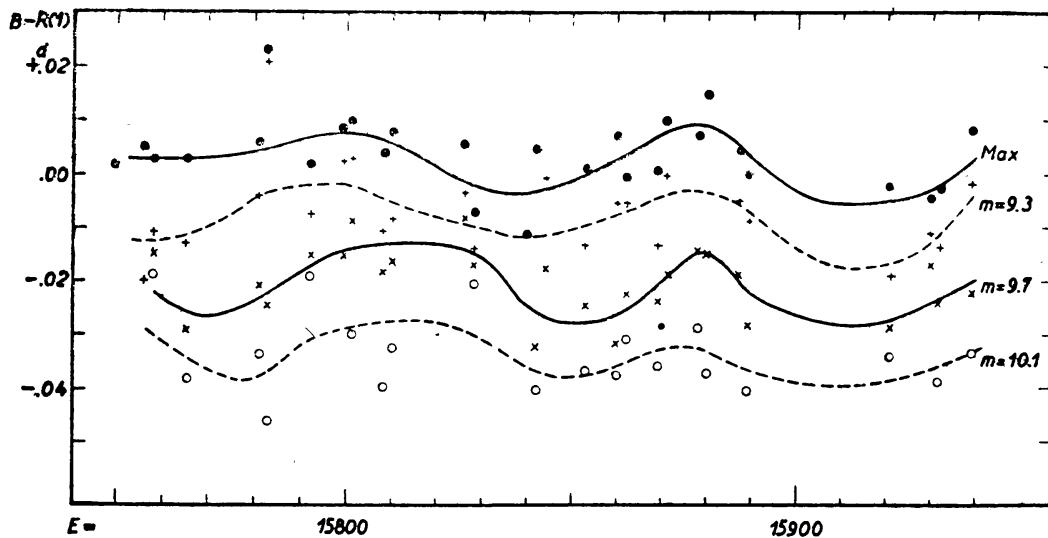


Abb. 10. Werte von  $B-R(1)$  für das Maximum und für verschiedene Punkte des aufsteigenden Astes von SW And, nach den visuellen Schätzungen von Zacharov

Aus den zwei oberen Kurven erhalten wir für das Maximum der  $B-R(1)$  Kurven die Epochen 15795 und 15878. Weniger sicher kann entschieden werden, ob diese Schwankung mit dem zeitweiligen Auftreten des Stillstandes im aufsteigenden Aste verbunden ist. Die Beobachtungen zu  $E = 15783$  zeigen einen sehr langen Stillstand, der wohl übertrieben ist. Zu den Epochen 15792, 15799, 15853 und besonders zu 15889 und 15939 ist im Verlauf des aufsteigenden Astes bei etwa  $m = 9.55$  eine sprunghafte Verminderung der Steilheit angedeutet. Zu den Epochen 15860 und 15862 ist ein Stillstand bei derselben Helligkeitsgrösse zu erkennen. Die Umstände, dass diese Eigentümlichkeiten immer bei derselben Helligkeit und in der Gegend der maximalen Werte von  $B-R(1)$  auftreten, sprechen dafür, dass der Buckel im aufsteigenden Aste manchmal auch von Zacharov erfasst wurde.

**Die übrigen visuellen Schätzungen.** Von den übrigen Reihen visueller Schätzungen ist diejenige von Kukarkin [21] die genaueste. Diese fällt zeitlich unmittelbar vor die Budapester photometrische Reihe und ist auf das enge Epochenintervall 19001–19021 beschränkt. Darum ist sie zur Untersuchung der Oszillation des aufsteigenden Astes, ebenso wie die darauffolgende kurze Budapester Reihe aus 1931, nicht geeignet. Die von Kukarkin beobachteten 5 Maxima lassen, in Übereinstimmung mit unseren Resultaten, keine bedeutenden Änderungen der maximalen Helligkeit erkennen.

Aus den wenigen Beobachtungen von Lange aus 1933 [32] sind die Zeitpunkte von drei Maxima bestimmbar. Zwei von diesen Maxima wurden auch in Budapest beobachtet. Von den beiden kurzen Reihen in diesem Jahre ist so viel zu erkennen, dass die Werte von  $B-R(1)$ , um die Epoche 20835 ihr Minimum durchlaufen.

Aus den Jahren 1948–50 stammen drei Beobachtungsreihen, diejenigen von Jubkina [41], Asarnova [42] und Lavrov [47]. Die wenigen Beobachtungen aus 1948 können nicht verwendet werden. Aus 1949 liegen 6 Maxima von

Lavrov und 1—1 von Jubkina und Asarnova vor. An das Maximum 34150 am J. D. 2433236 von Jubkina wurde eine Zeitkorrektur von  $-1^h$  angebracht, da ihre Zeitangaben augenscheinlich um diesen Betrag fehlerhaft sind (dies ist der Fall auch mit ihren Angaben für J. D. 2433543). Die Angaben der drei Beobachter widersprechen der Existenz der sekundären Periode nicht, doch können sie für die Oszillation des Zeitpunktes des Maximums keine neuen Daten liefern, wie übrigens bei einem so inhomogenen Material nicht anders zu erwarten ist. Dagegen ergeben die Beobachtungen von Jubkina aus 1950 für die  $B - R(1)$  Werte im Epochenintervall 34835—53 einen aufsteigenden Ast. (S. Tab. 11).

Tab. 11. Werte von  $B - R(1)$  aus den Beobachtungen von Jubkina im Jahre 1950

$E$	$R(1)$	Max.	$B - R(1)$	
			Max.	$m = 9.4$
	2433...			
34835	539.5006	.4460	— .0546	— .0689
34837	540.3851	.3350	— .0501	— .0659
34842	542.5965	.5434	— .0531	—
34844	543.4811	.4702	— .0509	— .0581
34853	547.4616	.4095	— .0521	— .0538
34896	566.4794	.459 ::	(— .0204)	—
34993	609.3803	.3262	— .0541	— .0653

Sogar zeigen die Beobachtungen am J. D. 2433543 den Stillstand im aufsteigenden Aste. Dieser Teil des aufsteigenden Astes wurde von Jubkina nur noch am J. D. 2433539 und J. D. 2433609 durchbeobachtet. An beiden Tagen war der aufsteigende Ast glatt.

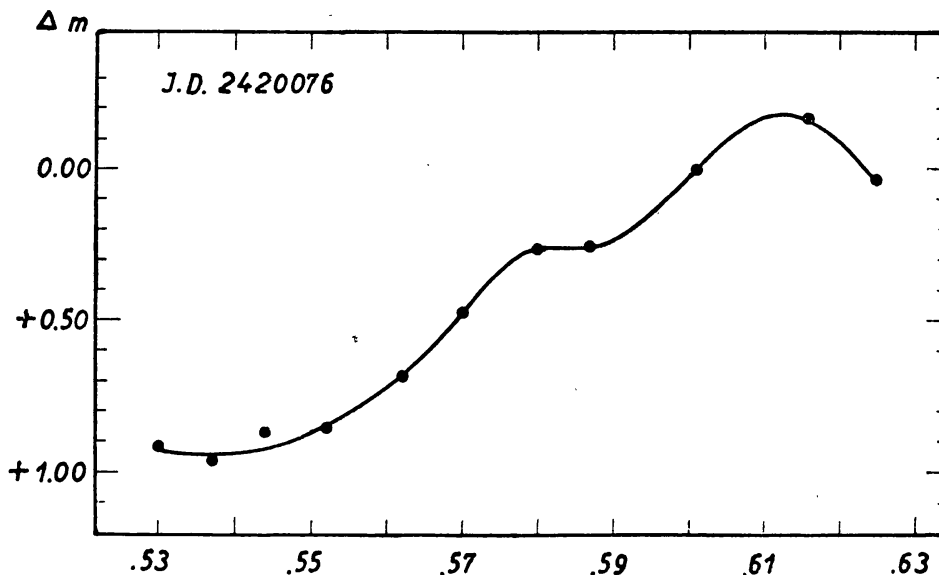


Abb. 11. Ein von Shapley beobachteter aufsteigender Ast mit Stillstand

Die Schätzungen von *Luizet* [10] stehen uns leider nicht zur Verfügung. *Miczaika* [35], *Silva* [38], *Okunev* [23], *Soloviev* [29] und *Zessewitsch* [26] publizierten nur die mittleren Lichtkurven und Normalmaxima. *Miczaika* bemerkte die Veränderlichkeit der Lichtkurve in der Gegend des Maximums, während *Silva* Unregelmässigkeiten im absteigenden Aste konstatierte.

**Die visuell-photometrischen Beobachtungsreihen.** Die Beobachtungen von *Shapley* [8] und von *Seares* und *Haynes* [2] haben für die Untersuchung der sekundären Periodizitäten grosse Bedeutung, weil sie solche Zeitabschnitte bedecken, wo keine anderweitigen Beobachtungen vorliegen. Die Beobachtungen von *Shapley* zeichnen sich durch grosse Genauigkeit aus. Eine Analyse seiner Daten ist in Tab. 12 enthalten. Abb. 12 zeigt die Daten aus dieser Tabelle zwischen den Epochen 4395 und 4483.

Tab. 12. Werte von  $B-R(1)$  für die Maxima und für verschiedene Punkte des aufsteigenden Astes aus den Beobachtungen von *Shapley*

J. D.	$E$	$R(1)$	$t_{\odot}^{\max}$	$B-R(1)$							$m^{\max}$
				Max.	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.7	
241 ....											
8586	1026	.5752	.5840	+ .0088	—	— .0003	— .0037	— .0069	— .0110	—	+ .11
8617	1096	.5345	.5364	+ .0019	—	—	—	— .0146	— .0204	—	+ .31
242 ....											
0076	4395	.6046	.6127	+ .0081	— .0070	— .0113	— .0272	— .0319	— .0352	— .0429	— .18
0096	4440	.5071	—	—	—	—	—	— .0293	— .0331	— .0435	—
0107	4465	.5640	—	—	— .0010	— .0110	— .0210	— .0240	— .0301	— .0400	—
0115	4483	.5249	.5272	+ .0023	— .0107	— .0161	— .0249	— .0290	— .0326	— .0385	+ .03
0176	4621	.5591	—	—	—	—	— .0155	— .0223	— .0271	—	—
0180	4630	.5396	.5385	— .0011	— .0152	— .0196	—	—	—	—	— .12
0188	4648	.5006	.4956	— .0050	— .0146	— .0171	—	—	—	—	— .12

Auch wenn die Anzahl der Beobachtungen gering ist, zeigt die Abbildung klar die Oszillation des aufsteigenden Astes. Die Werte von  $B-R(1)$  gehen für  $m = 0.1-0.5$  zu der Epoche 4464 durch ihr Maximum. Die von *Shapley* beobachteten aufsteigenden Äste zeigen in der Nähe der Maxima von  $B-R(1)$ , wie aus unseren Resultaten zu erwarten ist, den Stillstand. Dieser ist besonders in den Beobachtungen zu  $E = 4395$  gut ausgeprägt (s. Abb. 11).

Überraschend ist in *Shapley's* Beobachtungen die beträchtliche Änderung der maximalen Helligkeit, die nahe eine halbe Grössenklasse beträgt. In keiner unserer Beobachtungsreihen fanden wir für  $m^{\max}$  eine so grosse Schwankung. Augenscheinlich ändert sich die Amplitude der Schwankung der Helligkeit des Maximums, ebenso wie diejenige von  $B-R(1)$  mit der Zeit. Dieselbe Erscheinung wurde von uns schon bei anderen Sternen gefunden. Wir erwähnen nur die beträchtlichen Änderungen solcher Art bei RW Dra.\*

\* Budapest Mitt. 27.

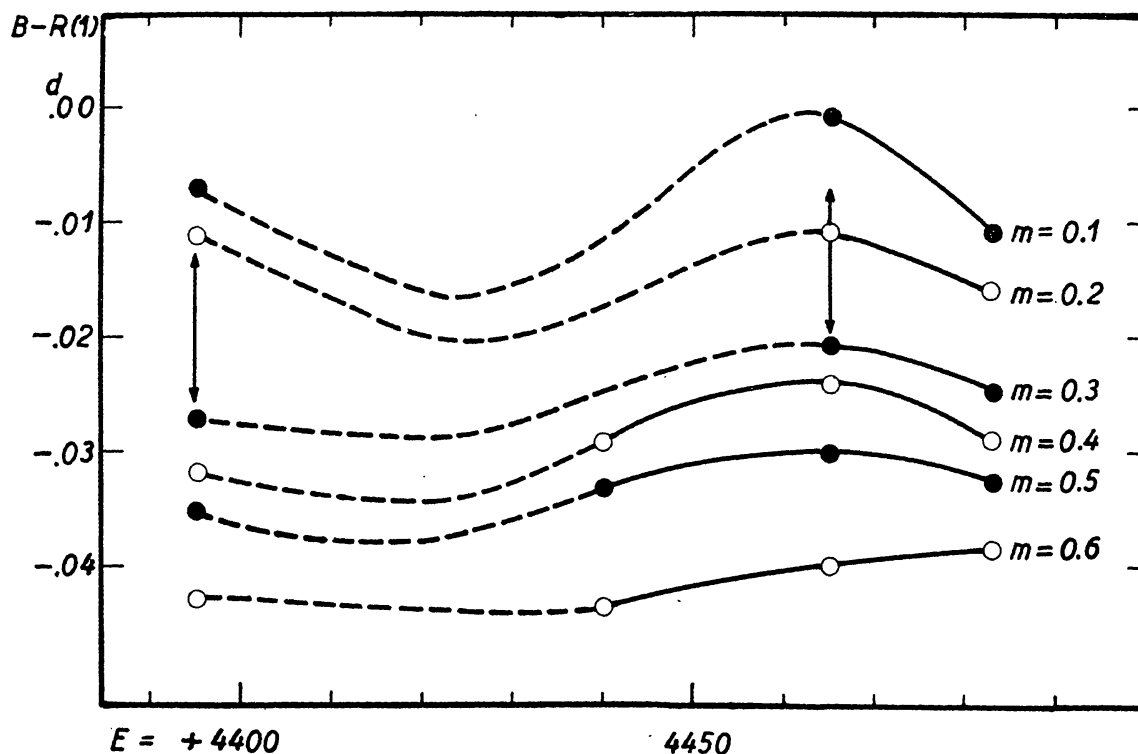


Abb. 12. Werte von  $B-R(1)$  für verschiedene Punkte des aufsteigenden Astes nach den Beobachtungen von Shapley. Die Pfeile geben die Lage des Stillstandes an

Die Analyse der Beobachtungen von Seares und Haynes ist in Tab. 13 enthalten. Die Beobachtungen wurden von Seares und Haynes nicht publiziert, sie wurden der Arbeit von Shapley [8] entnommen, wo die einzelnen aufsteigenden Äste bildlich dargestellt wurden, mit Ausnahme der Beobachtungen zu den Epochen 0 und 2. Die Epochen gruppieren sich sehr ungünstig, und da die  $B-R(1)$ -Werte auch für kurz aufeinander folgende Epochen eine grosse Streuung zeigen, kann aus ihnen der Verlauf der Oszillation des aufsteigenden Astes nicht bestimmt werden. Der Stillstand im aufsteigenden

Tab. 13.  $B-R(1)$ -Werte aus den Beobachtungen von Seares und Haynes

J. D.	E	R(1)	$t_{\odot}^{\max}$	$B-R(1)$						$m^{\max}$
				Max.	$m = 0.2$	0.4	0.5	0.6	0.7	
24181 ..										
32	0	.800	.802	+.002	—	—	—	—	—	?
33	2	.684	.685	+.001	—	—	—	—	—	?
47	34	.8369	.825	— .0019	— .0189	— .0249	— .0357	— .0399	— .0449	.06
48	36	.7215	.703 :	— .0185	— .0235	— .0317	— .0427	— .0453	— .0486	.10 :
50	41	.9328	.918	— .0148	— .0218	— .0302	— .0332	— .0418	— .0448	.15
51	43	.8174	.807	— .0104	— .0185	— .0265	— .0306	— .0412	— .0446	.10 :
71	88	.7198	.725	+ .0052	— .0074	— .0183	— .0248	— .0292	— .0338	.02
75	97	.7003	.678	— .0223	— .0253	— .0395	— .0436	— .0475	— .0518	.18



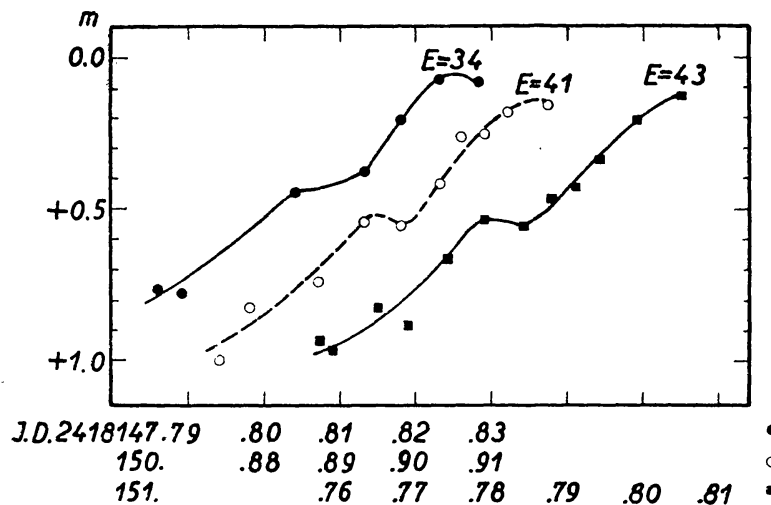


Abb. 13. Drei aufsteigende Äste von SW And mit Buckel, nach photometrisch-visuellen Beobachtungen von Seares und Haynes

Aste tritt aber zu den Epochen 34, 41 und 43 klar hervor (s. Abb. 13). Er müsste sich dann auch zu der Epoche 36 zeigen, dagegen ergeben die Beobachtungen diesmal einen glatten aufsteigenden Ast, immerhin mit einem Maximum, das um 0<sup>m</sup>15 schwächer ist, als die übrigen. Dies kann wahrscheinlich durch die Voreingenommenheit der Beobachter erklärt werden: am Beginn des Stillstandes misst man für den Veränderlichen, in Erwartung eines weiteren schnellen Aufstieges, eine zu grosse Helligkeit. Nachdem das Aufhören des Aufstieges bemerkt wurde, denkt man, dass der Stern schon seine maximale Helligkeit erreicht hat. Daraufhin misst man das tatsächliche Maximum zu schwach. Diese Erscheinung kann auch in anderen Beobachtungsreihen aufgefunden werden.

Hellerich [13] beobachtete nur einen einzigen vollständigen aufsteigenden Ast, und zwar den zur Epoche 14221 gehörigen. Wie Abb. 14 zeigt, ist der Buckel gut ausgebildet.

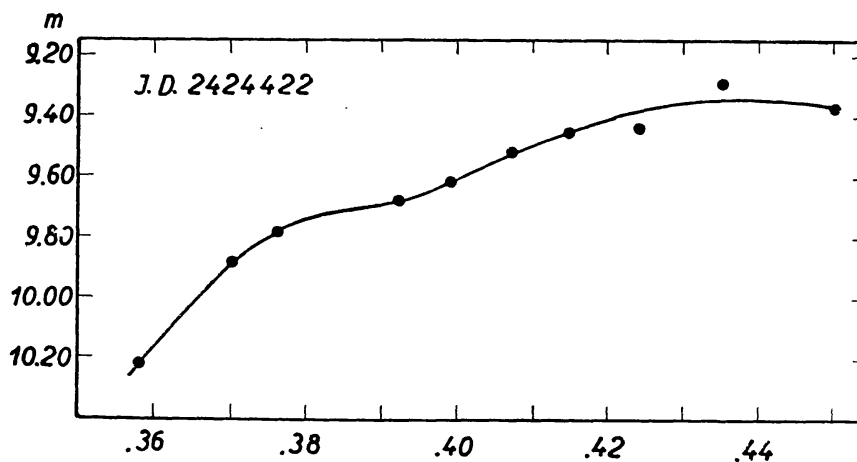


Abb. 14. Ein von Hellerich beobachtetes Maximum von SW And mit Buckel im aufsteigenden Aste



**Die photographischen Beobachtungsreihen.** Ausser den Budapester photographischen Beobachtungen liegen noch von *Beljawsky* [5], *Martin* und *Plummer* [7], *Kleissen* [34] und *Jordan* [16] weitere Beobachtungen dieser Art vor. Die Bearbeitung von Ernstar-Aufnahmen von *Rügemer* [24] und die von Harvard-Aufnahmen von *Gaposhkin* [27] kommen für die Untersuchung der sekundären Periode nicht in Betracht.

Beljawsky hat zwei aufsteigende Äste durchbeobachtet. Für diese bekommt man folgende Daten :

$t_{\odot}^{\max}$	$E$	$R(1)$	$B-R(1)$				$m^{\max}$
			Max.	$m = 9.1$	$m = 9.3$	$m = 9.5$	
2420725.4330	5862	.4241	+.0129	-.0066	-.0150	-.0261	8.84
2420745.3260	5907	.3266	-.0006	-.0121	-.0202	-.0274	8.93

Die Beobachtungen am J. D. 2420725 zeigen einen Stillstand bei der Helligkeit 9<sup>m</sup>5, während der zweite aufsteigende Ast glatt verläuft (S. Abb. 15). Die obigen Werte von  $B - R(1)$  zeigen in Übereinstimmung damit, dass am J. D. 2420725 das Maximum und die einzelnen Helligkeiten vor dem Maximum später erreicht wurden, als am J. D. 2420745. Das sieht man auch aus Abb. 15, wo die zwei aufsteigenden Äste längs der Zeitachse so verschoben sind, dass sie bei  $m = 10.5$  zusammenfallen.

Die von Jordan beobachteten drei aufsteigenden Äste sind in Abb. 16 dargestellt. Alle zeigen bei  $m = 9.7$  wenigstens eine plötzliche Veränderung

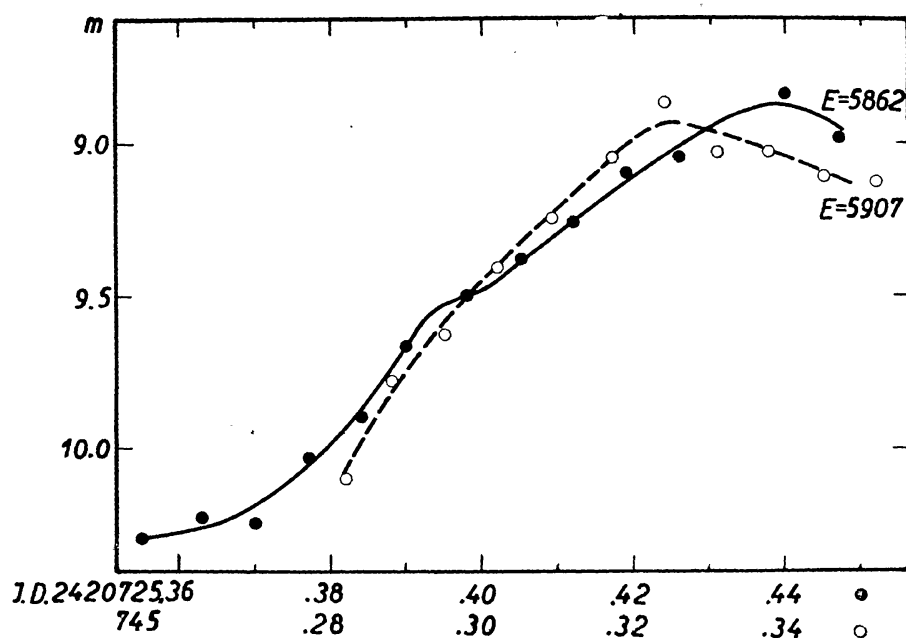


Abb. 15. Die von *Beljawsky* beobachteten zwei Maxima

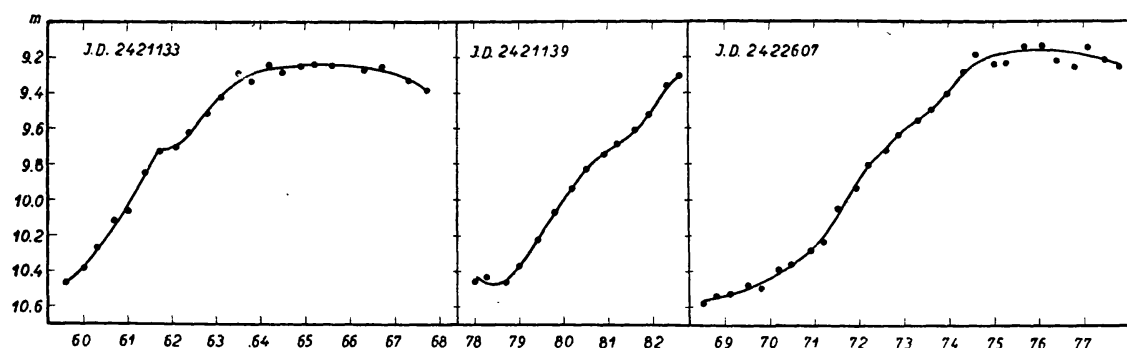


Abb. 16. Die von Jordan beobachteten drei aufsteigenden Äste

der Steilheit des Helligkeitsaufstiegs. Allerdings ist die Realität des kleinen Buckels zu  $E = 6785$  fraglich. Die Werte von  $B - R(1)$  sind:

$\mu_{\odot}^{\max}$	$E$	$R(1)$	$B - R(1)$					$m^{\max}$
			Max.	$m = 9.4$	$m = 9.6$	$m = 9.8$	$m = 10.2$	
2421133.6502	6785	.6454	+.0048	-.0131	-.0204	-.0301	-.0398	9.24
1139. —	8799	.8373	—	-.0152	-.0213	-.0312	-.0425	—
2607.7584	10118	.7529	+.0055	-.0135	-.0219	-.0305	-.0407	9.17

Aus den Beobachtungen von Martin und Plummer kann nur ein individuelles Maximum: 2422258.350 ( $E = 9328$ ,  $B - R(1) = -.0045$ ) abgeleitet werden. Aus den zwei beobachteten aufsteigenden Ästen erhalten wir für den Zeitpunkt der mittleren Helligkeit ( $m = 9.96$ ):

$$t = \text{J. D. } 2422246.3730 \quad E = 9301 \quad B - R(1) = -.0400$$

$$2422258.3064 \quad 9328 \quad -.0481$$

In diesem Zeitintervall war also  $B - R(1)$  in Abnahme. Infolge der langen Belichtungszeiten kann die Frage des Auftretens des Buckels nicht diskutiert werden.

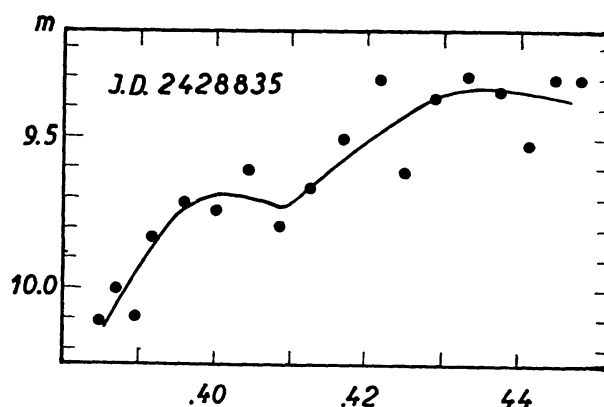


Abb. 17. Ein von Kleissen beobachteter aufsteigender Ast mit ausgeprägtem Buckel

Kleissen beobachtete nur zwei aufsteigende Äste, aber die Beobachtungen am J. D. 2427313 sind von sehr geringer Qualität und können nicht benutzt werden. Der andere aufsteigende Ast am J. D. 2428835 ( $E = 24199$ ) ist in Abb. 17 dargestellt. Der Buckel ist sehr gut ausgeprägt und hat die maximale Dauer von 20 Minuten.

**Die sekundäre Periode.** Die vorangehende Analyse des gesamten von SW And vorliegenden Beobachtungsmaterials führte zu der Erkenntnis, dass das zeitweilige Auftreten des Buckels im aufsteigenden Aste der Lichtkurve in fast jeder Beobachtungsreihe zum Erscheinen kommt. Trotzdem wurde dies bisher von keinem Beobachter erwähnt.

Da es nun gelungen ist, auch aus fremden Beobachtungen neue Daten zur Charakterisierung der Lichtkurvenänderungen von SW And zu gewinnen, kann die Periode dieser Änderungen genauer bestimmt werden. Dazu benutzen wir in erster Linie jene Beobachtungsreihen, die genügend ausgedehnt sind, um aus ihnen den Verlauf der Änderungen von  $B - R(1)$  bestimmen zu können. Diese sind: 1. Die visuell-photometrischen Beobachtungen von Shapley, 2. Die Schätzungen von Zacharov. 3. Detre's visuell-photometrische Beobachtungsreihe aus 1932. 4. Unsere photographische Reihe aus 1952. 5. Unsere photoelektrischen Beobachtungen in 1953.

Die Epochen  $E_M$ , zu denen die  $B - R(1)$  für das Maximum und für Punkte des aufsteigenden Astes unmittelbar vor dem Maximum ihre grössten Werte erreichten, sind in Tabelle 14 zusammengestellt. Diese können durch folgende Formel dargestellt werden:

$$E_M = 51,6 + 83,28.n \quad (4)$$

Die Abweichungen  $E_M - R(4)$  sind nicht grösser, als die Unsicherheit in der Bestimmung von  $E_M$ . Die Länge der sekundären Periode beträgt also 36,83 Tage.

Tab. 14. Daten für die Bestimmung der sekundären Periode

Beobachter	$E_M$	$E_M - R(4)$	$n$	Art d. Beob.
Shapley ....	4464	- 1.4	53	vis. phm.
Zacharov ...	15878	+ 3.2	190	vis. Schätz.
Detre .....	19957	+ 1.5	239	vis. phm.
Balázs .....	36442	- 3.0	437	phg.
Detre .....	37361	0.0	448	ph. el.

Mit Formel (4) sind auch unsere übrigen Feststellungen über den Verlauf der Werte von  $B - R(1)$  im Einklang. So fanden wir aus den Beobachtungen von Martin und Plummer einen absteigenden Ast für die  $B - R(1)$  zwischen den Epochen 9301 und 9328. Formel (4) gibt  $E_M = 9296$ . Detre's und Lange's Beobachtungen ergeben ein Minimum für  $B - R(1)$  zu  $E = 20835$ . Formel (4) gibt  $E_M = 20788$  und 20871. Aus Jubkina's Beobachtungen leiteten wir einen aufsteigenden Ast für die  $B - R(1)$  in dem Epochenintervall 34835—34853 ab, in Übereinstimmung damit ergibt sich aus (4)  $E_M = 34863$ .

Tabelle 15. Dauer des Stillstandes in verschiedenen Phasen der sekundären Periode

Beobachter	$E$	$\Delta t$ (0 <sup>0</sup> 0001)	$\psi$ (0.01)	Beobachter	$E$	$\Delta t$ (0 <sup>0</sup> 0001)	$\psi$ (0.01)
Seares (vis) .....	34	56	79	Kleissen (phg) ..	24199	120	97
Seares (vis) .....	41	52	87	Detre (phel) ....	34756	53	72
Seares (vis) .....	43	64	90	Balázs (phg) ...	35588	—	71
Seares (vis) .....	97	—	55	Balázs (phg) ...	35642	—	36
Shapley (vis) .....	4395	100	16	Balázs (phg) ...	36427	85	78
Shapley (vis) .....	4465	60	00	Balázs (phg) ...	36445	60	00
Shapley (vis) .....	4483	—	21	Balázs (phg) ...	36452	50	09
Beljawsky (phg) ...	5862	60	77	Balázs (phg) ...	36488	—	52
Beljawsky (phg) ...	5907	—	31	Balázs (phg) ...	36504	60	71
Jordan (phg) .....	6785	42	85	Balázs (phg) ...	36513	92	82
Jordan (phg) .....	6799	90	02	Balázs (phg) ...	36531	76	03
Jordan (phg) .....	10118	60	87	Detre (phel) ....	37180	94	83
Hellerich (vis) ....	14221	100	14	Detre (phel) ....	37189	84	93
Detre (vis) .....	19053	60:	16	Detre (phel) ....	37214	50	23
Detre (vis) .....	19132	51	11	Detre (phel) ....	37277	88	99
Detre (vis) .....	19894	—	26	Detre (phel) ....	37295	—	21
Detre (vis) .....	19946	64	88	Detre (phle) ....	37345	49	81
Detre (vis) .....	19973	—	21	Detre (phel) ....	37352	78	89
Detre (vis) .....	20009	59	66	Detre (phel) ....	37354	80	92
Detre (vis) .....	20036	88	97	Detre (phel) ....	37370	47	11
Detre (vis) .....	20052	97	16	Detre (phel) ....	37372	40	14
Balázs (phg) .....	23279	56	91	Detre (phel) ....	37388	—	32
Balázs (phg) .....	24084	—	58	Detre (phel) ....	37408	—	57

In Tab. 15 haben wir alle Epochen zusammengestellt, zu denen die Existenz oder das Ausbleiben des Buckels im aufsteigenden Aste mit Sicherheit festgestellt werden kann. Dabei haben wir nur die photoelektrischen, die photographischen und die visuell photometrischen Beobachtungen berücksichtigt.  $\Delta t$  bedeutet die Dauer des Stillstandes, während  $\psi$  die Phase der Epoche innerhalb der sekundären Periode (ausgedrückt in Einheiten dieser Periode) angibt. Abb. 18 stellt  $\Delta t$  als Funktion von  $\psi$  dar.

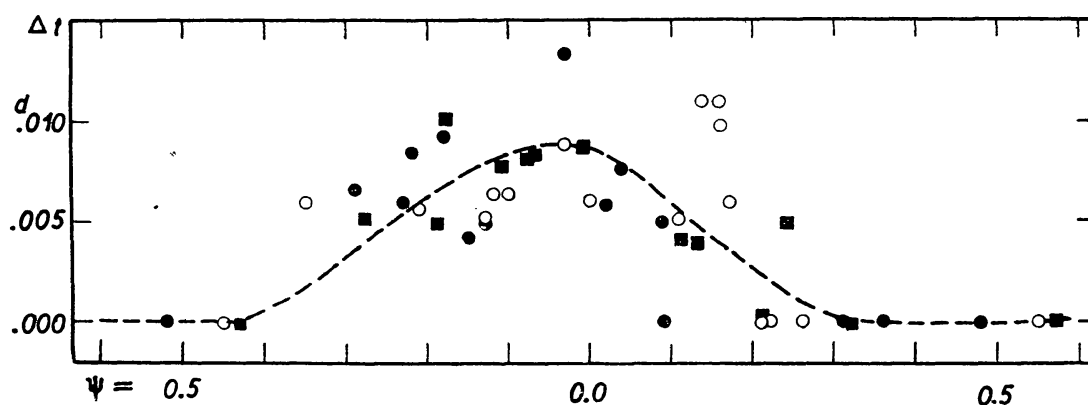


Abb. 18. Die Dauer des Buckels im aufsteigenden Aste in verschiedenen Phasen der sekundären Periode. Kreise: visuelle photometrische Beobachtungen, Punkte: photographische Beobachtungen, Quadrate: photoelektrische Beobachtungen

Wir haben schon erwähnt, dass das Auftreten des Buckels auf bestimmte Phasen der sekundären Periode beschränkt ist und dass die Grösse des Buckels mit der Phase sich ändert. Abb. 7 illustriert das sehr überzeugend für unsere photoelektrischen Beobachtungen, und Abb. 18 zeigt dieselbe Gesetzmässigkeit für alle Beobachtungsreihen zusammen. Die ziemlich grosse Streuung wird hauptsächlich dadurch verursacht, dass — wie schon erwähnt — die verschiedenen Zyklen der 36,8 tägigen Periode nicht vollständig gleichartig verlaufen. Ob diese Veränderungen wieder periodisch sind, oder ganz unregelmässig verlaufen, konnte an dem vorhandenen Material nicht entschieden werden. Auf Grund unserer photographischen und photoelektrischen Beobachtungen vermuten wir eine Periode von 187 Epochen, jedoch sind zur Entscheidung dieser Frage weitere Beobachtungen nötig.

**Die Schwankung der maximalen Helligkeit.** In keiner unserer Beobachtungsreihen ist eine merkliche Änderung der maximalen Helligkeit festzustellen. Die photoelektrischen Beobachtungen ergeben eine Schwankung von höchstens  $0^{\circ}03$ , mit Maximum zur Phase  $\psi = 0.05$  (s. Abb. 19 d). Eine so geringe Schwankung muss natürlich in den photographischen Beobachtungen verborgen bleiben. Die photographischen Beobachtungen in 1952 geben die konstante maximale Helligkeit 8.74. (s. Abb. 19 c). Da das einzige Maximum aus 1936 bei  $\psi = 0.91$  um  $0^{\circ}10$  heller ist, kann man daran denken, dass die Schwankung der maximalen Helligkeit früher grösser war. In der Tat zeigen die visuellen photometrischen Beobachtungen aus 1931—33 eine Schwankung vom Betrag  $0^{\circ}07$  (s. Abb. 19 b), die aber noch nicht als vollständig gesichert gelten kann. Indessen beträgt die Schwankung nach Shapley's Beobachtungen  $0^{\circ}51$ , und diese scheint mit der sekundären Periode in Zusammenhang zu stehen (s. Abb. 19 a). Wir müssen daraus den Schluss ziehen, dass die Änderung der maximalen Helligkeit früher beträchtlich war und mit der Zeit immer geringer wurde. Jedoch beruht diese Folgerung fast ausschliesslich an der einzigen und nicht allzu reichen Beobachtungsreihe von Shapley. Die Beobachtungen von Seares und Haynes ergeben schon eine viel geringere Schwankung.

**Die Änderungen der Hauptperiode.** Die Daten für die Änderung der Hauptperiode sind in Tabelle 16 zusammengestellt.

Die einzelnen Normalmaxima sind von sehr verschiedenem Gewicht. Das grösste Gewicht kommt denjenigen Maxima zu, die aus längeren Beobachtungsreihen abgeleitet worden sind, aus denen die Schwankung mit der 37tägigen Periode eliminiert werden konnte. Stand aus einem Jahr nur ein einziges individuelles Maximum zur Verfügung, so wurde seine Phase  $\psi$  berechnet und je nach dem Wert von  $\psi$  eine Korrektur an die Zeit des Maximums angebracht. Es wurde dabei für die Amplitude der Schwankung des Zeitpunktes des Maximums  $0^{\circ}005$  angenommen. Da die einzelnen Zyklen der 37tägigen Periode nicht gleich verlaufen, bleibt bei dieser Korrektur eine Unsicherheit von einigen  $0^{\circ}001$  übrig. Darum kann man nicht entscheiden, ob in dem  $B-R$  Diagramm von Abb. 20 ausser der allgemeinen Abnahme der Periode noch weitere Einzelheiten, die in gewissen Zeitabschnitten durch die Anhäufung von Abweichungen gleichen Vorzeichens charakterisiert sind, reell sind, oder nur durch Beobachtungsfehler und durch die erwähnte Veränderlichkeit der sekundären Periode verursacht wurden.

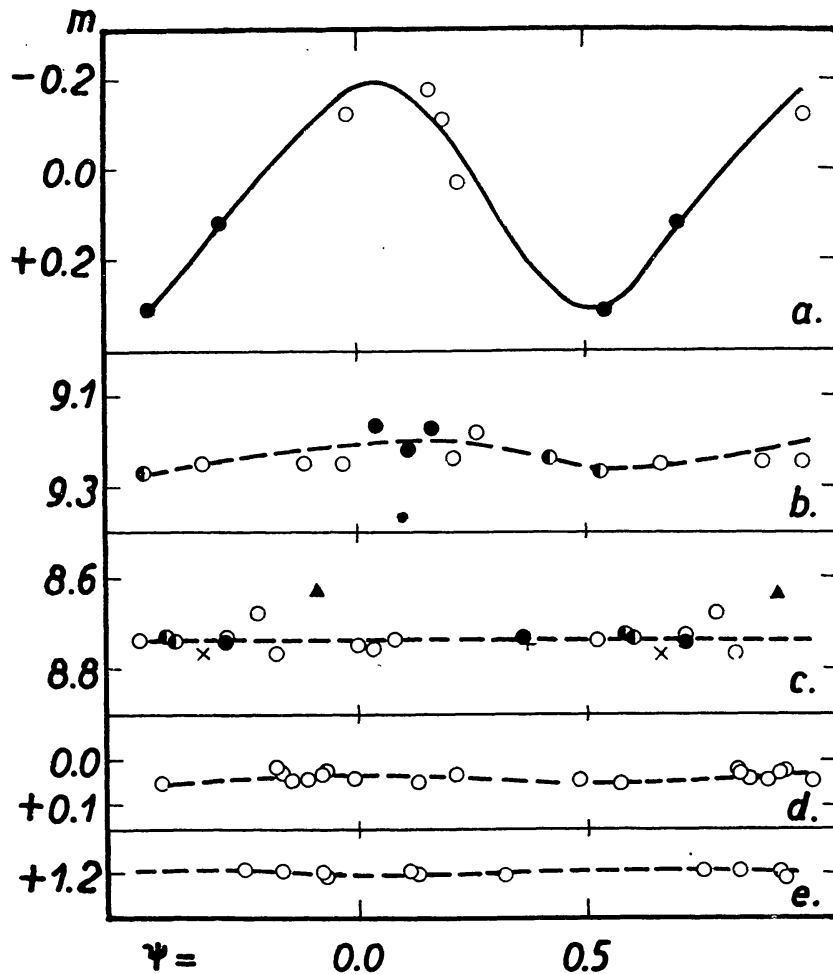


Abb. 19. Schwankung der maximalen Helligkeit im Laufe der sekundären Periode. a) Beobachtungen von Shapley. Punkte:  $E = 1026$  und  $1096$ , Kreise: Maxima zwischen den Epochen 4395 und 4648. b) Budapester visuell-photometrische Beobachtungen. Punkte: Jahr 1931, Kreise: 1932, halbschattierte Kreise: 1933. c) Budapester photographische Beobachtungen. Die längere Reihe aus 1952 ist mit Kreisen bezeichnet. d) Budapester photoelektrische Beobachtungen aus 1953. e) Änderung der Helligkeit des Minimums nach den Budapester photoelektrischen Beobachtungen

Die gestrichelte Linie in Abb. 20 wurde nach der Formel:

$$B - R(1) = -0.0082 + 0.0000027386 \cdot E - 1.229 \times 10^{-10} \cdot E^2 \quad (5)$$

gezeichnet. Die Abweichungen von der gestrichelten Linie sind also Reste gegen die Formel:

$$\text{Hel. Max.} = 2418132.7913 + 0.4422792156 \cdot E - 1.229 \times 10^{-10} \cdot E^2 \quad (6)$$

Die von Asarnova angenommene sprunghafte Änderung der Periode um  $E \sim 14000$  konnte nicht bestätigt werden. Die neuen Maxima divergieren immer stärker von ihrer zweiten Formel nach der negativen Seite hin. Dies bedeutet, dass die Abnahme der Periode sich weiter fortgesetzt hat. Gegenwärtig beträgt die Periode  $0.44226941$ . Die Abnahme der Periode beträgt ungefähr  $2^s$  in einem Jahrhundert.



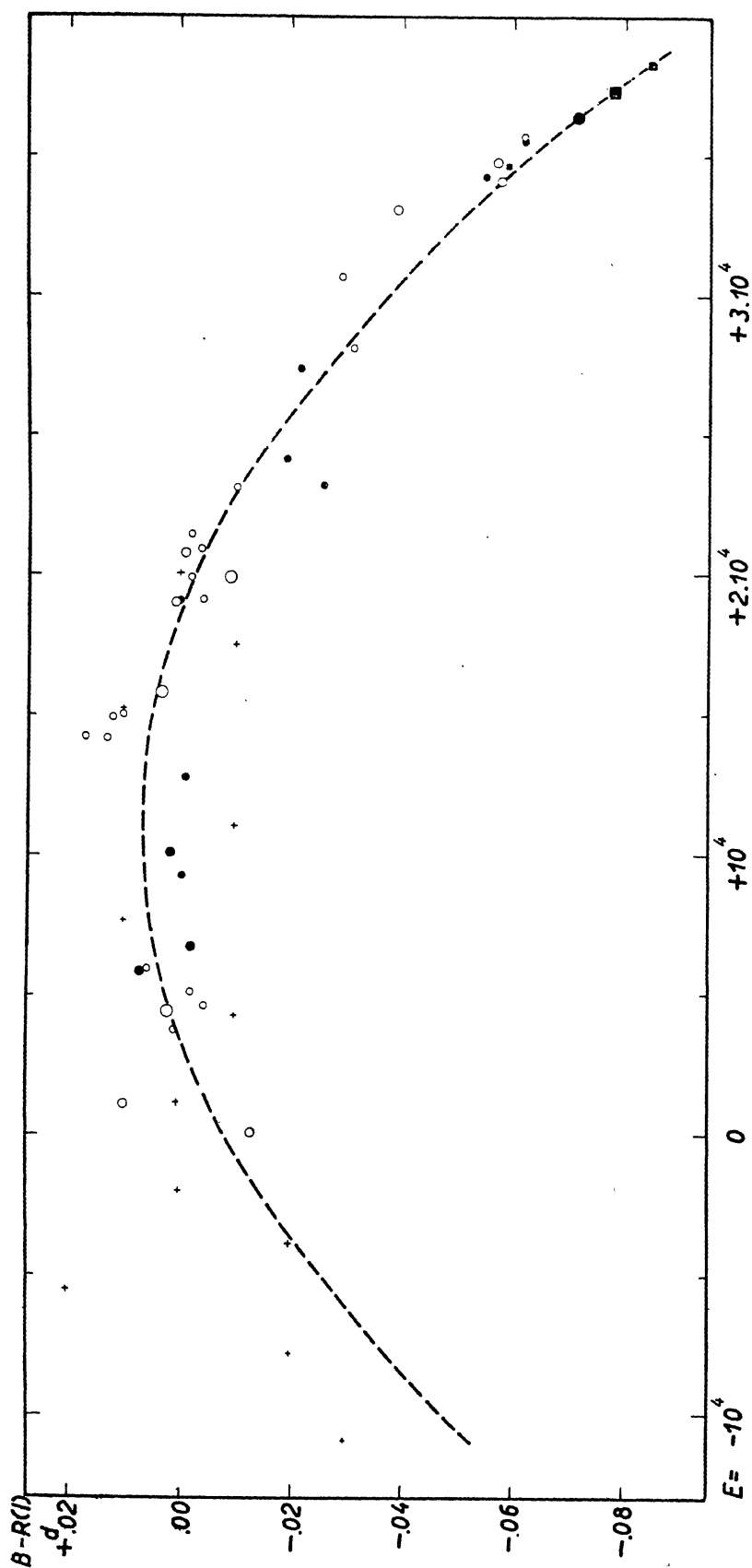


Abb. 20. Werte von  $B-R(1)$  für die Normalmaxima. Kreise stellen visuelle, Punkte photographische, Quadrate photoelektrische Beobachtungen dar. *Gaposchkin's* Daten aus dem Harvard Plattenmaterial sind durch Kreuze bezeichnet. Die gestrichelte Kurve ist nach Formel (5) gezeichnet worden



Tab. 16. Normalmaxima für SW And

241.....	<i>E</i>	<i>B—R</i> (1)	Beobachter
2848.45	—11948	— .03	Gaposhkin [27]
4675.50	7817	— .02	»
5693.66	5515	+ .02	»
6428.69	3853	— .02	»
7238.52	2022	.00	»
8159.324	+ 60	— .014	Seares, Haynes
8599.853	1056	+ .010	Shapley
8651.59	1173	.00	Gaposhkin [27]
9806.374	3784	+ .001	Luizet
242.....			
0040.77	4314	— .01	Gaposhkin [27]
0092.0863	4430	+ .0020	Shapley
0180.5356	4630	— .0045	Shapley
0399.464	5125	— .002	Luizet [10]
0735.604	5885	+ .007	Beljawsky
0763.466	5948	+ .006	Luizet [10]
1139.6434	6785	— .002	Jordan
1535.68	7694	+ .01	Gaposhkin [27]
2258.354	9328	— .0005	Martin, Plummer
2607.7544	10118	+ .0015	Jordan
3029.67	11072	— .01	Gaposhkin [27]
3800.572	12815	— .001	Joy [4]
4393.678	14156	+ .013	Zessewitsch [28]
4422.430	14221	+ .017	Hellerich
4739.537	14938	+ .012	Zessewitsch [28]
4787.744	15047	+ .010	»
4873.55	15241	+ .01	Gaposhkin [27]
5136.6931	15836	+ .0033	Zacharov
5906.68	17577	— .01	Gaposhkin [27]
6553.7441	19040	+ .0005	Detre, Kukarkin
6594.4288	19132	— .0043	Detre (vis)
6600.183	19145	.000	Rügemer [24]
6969.4745	19980	— .0090	Detre (vis)
6969.482	19980	— .002	Okunov [23]
7014.60	20082	.00	Gaposhkin [27]
7342.3216	20823	— .0010	Detre, Lange
7415.294	20988	— .004	Zessewitsch [28]
7635.992	21487	— .002	Soloviev [29]
8386.527	23184	— .010	Gurjev [31]
8428.5275	23279	— .0261	Balázs
8835.4290	24199	— .0190	Balázs, Kleissen
243.....			
0256.4610	27412	— .0213	Balázs
0604.965	28000	— .031	Silva [38]
1736.310	30758	— .029	Miczaika [35]
2781.400	33121	— .039	Jubkina
3232.060	34140	— .058	Jubkina, Asarnova, Lavrov
3307.250	34310	— .055	Balázs
3504.5017	34756	— .059	Detre (ph.el.)
3543.424	34844	— .057	Jubkina
3872.4687	35588	— .062	Balázs
3927.315	35712	— .062	Born, Sofronijewic [44]
4267.4162	36481	— .0715	Balázs
4674.3040	37401	— .0780	Detre (ph.el.)
5094.4605	38351	— .0842	Detre (ph.el.)

Immerhin ist es zweifelhaft, ob die bis jetzt beobachtete Periodenabnahme säkularer Natur sei. Unser Ergebnis, nach dem die Schwankung der Maximalhelligkeit im Laufe der 37tägigen sekundären Periode mit der Zeit sich änderte, deutet eher darauf hin, dass die Periodenabnahme von SW And nur eine Phase einer langperiodischen Periodenänderung darstellt. Die langperiodischen Änderungen der Hauptperiode scheinen nämlich bei den RR Lyrae-Veränderlichen im allgemeinen mit Änderungen der Lichtkurve und mit Änderungen der Amplitude des eventuell vorhandenen Blažko-Effektes verbunden zu sein. Über die wahre Natur der Änderungen der Hauptperiode von SW And müssen also zukünftige Beobachtungen entscheiden.

**Die Lichtkurve.** Nach Formel (6) wurde für jede Beobachtung die Phase berechnet und dann die mittlere Lichtkurve gebildet (s. Tab. 17 und 18, weiter Abb. 21). Unsere photographischen Beobachtungen liegen im System der Nord Polar Folge, während die isophote Wellenlänge der photoelektrischen Beobachtungen ungefähr bei  $\lambda = 4800 \text{ \AA}$  liegt.

Tab. 17. Die photographische Lichtkurve. (Normalpunkte aus je 15 Beobachtungen)

Phase		Gr.	Phase		Gr.
(0 <sup>h</sup> 0001)	(0 <sup>h</sup> 0001)		(0 <sup>h</sup> 0001)	(0 <sup>h</sup> 0001)	
0013	0029	8 <sup>m</sup> 761	1824	4124	10 <sup>m</sup> 093
0036	0081	8.803	2120	4793	10.105
0056	0127	8.816	2545	5724	10.118
0077	0174	8.810	2843	6428	10.207
0097	0219	8.811	3203	7242	10.233
0116	0262	8.841	3423	7740	10.322
0136	0307	8.860	3587	8110	10.375
0155	0350	8.886	3694	8352	10.346
0171	0387	8.883	3764	8511	10.291
0197	0445	8.897	3815	8526	10.279
0218	0493	8.912	3860	8728	10.224
0240	0543	8.927	3898	8813	10.210
0262	0592	8.967	3943	8915	10.101
0285	0644	8.967	3979	8997	9.995
0310	0701	9.000	4011	9069	9.882
0334	0755	9.008	4041	9137	9.761
0356	0782	9.010	4076	9216	9.595
0386	0873	9.110	4105	9282	9.516
0416	0941	9.092	4133	9345	9.423
0454	1027	9.122	4157	9399	9.329
0520	1176	9.169	4182	9456	9.307
0625	1413	9.237	4205	9508	9.204
0733	1657	9.418	4230	9564	9.131
0822	1859	9.479	4258	9627	9.028
0911	2060	9.513	4285	9688	8.907
1000	2261	9.560	4312	9750	8.884
1096	2478	9.639	4341	9815	8.883
1217	2752	9.777	4364	9867	8.865
1369	3095	9.898	4388	9921	8.810
1583	3579	10.031	4417	9987	8.795

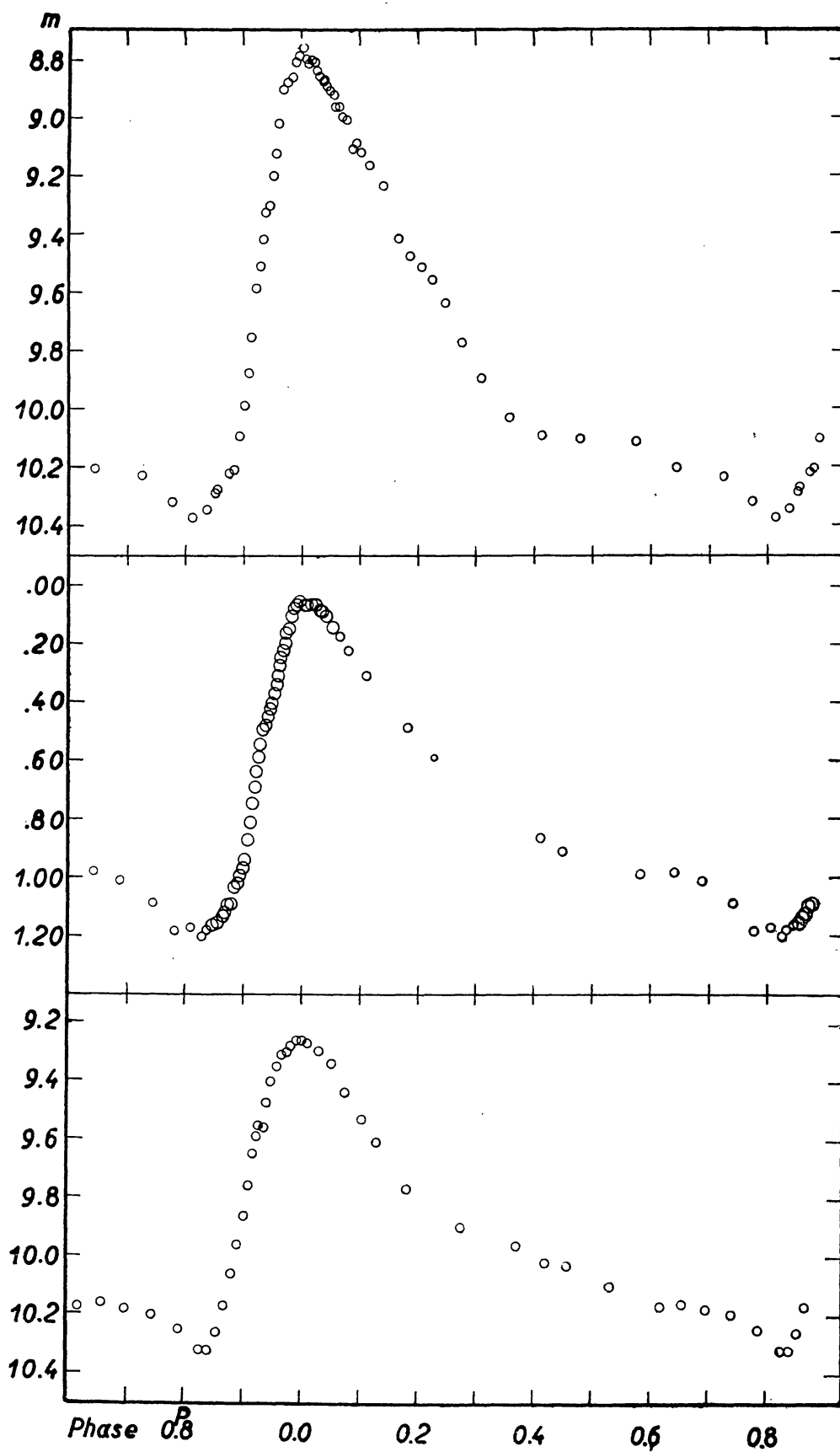


Abb. 21. Die mittlere Lichtkurve nach Budapest Beobachtungen.

Oben : die photographische Lichtkurve. Mitte : die photoelektrische Lichtkurve. Unten : visuelle Lichtkurve aus [25]

Tabelle 18. Die photoelektrische Lichtkurve

Phase		Gr. +	n	Phase		Gr. +	n
(0°0001)	(0°0001)			(0°0001)	(0°0001)		
0003	0007	0.068	15	3936	8899	1.026	15
0019	0043	0.072	15	3954	8940	0.997	15
0047	0106	0.070	15	3973	8983	0.970	15
0073	0165	0.066	15	3988	9017	0.946	15
0102	0231	0.073	15	4008	9062	0.878	15
0131	0296	0.089	15	4032	9116	0.811	15
0153	0346	0.092	15	4049	9154	0.751	15
0184	0416	0.106	15	4069	9200	0.696	15
0229	0518	0.148	15	4083	9232	0.643	15
0279	0631	0.181	10	4096	9261	0.593	15
0353	0798	0.222	10	4108	9288	0.549	15
0492	1112	0.313	10	4125	9327	0.496	15
0810	1831	0.491	10	4142	9365	0.481	15
1006	2275	0.591	2	4158	9401	0.451	15
1822	4120	0.862	10	4173	9435	0.444	15
1922	4504	0.911	10	4186	9465	0.430	15
2578	5829	0.991	11	4200	9496	0.407	15
2839	6419	0.985	10	4218	9537	0.374	15
3043	6880	1.014	10	4235	9575	0.347	15
3294	7448	1.091	10	4246	9600	0.312	15
3449	7798	1.188	10	4255	9621	0.280	15
3576	8085	1.172	10	4268	9650	0.252	15
3659	8273	1.209	10	4286	9691	0.228	15
3699	8364	1.182	11	4300	9722	0.201	15
3746	8470	1.166	15	4312	9750	0.166	15
3785	8558	1.160	15	4327	9783	0.154	15
3820	8637	1.134	15	4350	9835	0.110	15
3844	8691	1.125	15	4369	9878	0.079	15
3866	8741	1.098	15	4398	9921	0.069	15
3890	8795	1.094	15	4413	9978	0.062	12
3916	8854	1.038	15				

Über die charakteristischen Daten der Lichtkurve gibt folgende Tabelle einen Übersicht :

	$m^{\max}$	$m^{\min}$	$A$	$(M-m)/P$	Konstante Phase	Gr. $\bar{m}$	Phase
phg. Lk.	8.78	10.38	1.60	0.179	0°44 — 0°60	9.58	0°923
phe. Lk.	.060	1.209	1.149	0.180	0.55 — 0.67	0.635	0.923
vis. Lk.	9.26	10.32	1.06	0.170	0.63 — 0.70	0.79	0.909

Ausser der Amplitude besteht ein systematischer Unterschied zwischen den drei Lichtkurven in der Phase des konstanten Teiles des Minimums.  $\bar{m}$  bedeutet die mittlere Helligkeit. Im aufsteigenden Aste ergeben die photographischen und photoelektrischen Beobachtungen genau dieselbe Phase für das Erreichen dieser mittleren Helligkeit, während die visuelle Lichtkurve eine merkliche Abweichung zeigt. Vielleicht ist dies ein Anzeichen für geringfügige Änderungen der mittleren Lichtkurve, die eventuell mit der Änderung der Hauptperiode in Zusammenhang stehen. Die visuelle Lichtkurve stammt

nämlich aus den Jahren 1931—33, während die photoelektrischen Beobachtungen und der Hauptteil der photographischen Beobachtungen 20 Jahre später angestellt wurden.

Übrigens ist die Lichtkurve typisch für einen RRa Stern. Auch die Amplitude passt genau in die für diese Sterne gültige Perioden-Amplituden-Relation\* hinein. Die Lichtkurve von SW And zeigt also keine von den übrigen RR Lyrae-Veränderlichen abweichenden Besonderheiten.

**Ist die 37tägige Periode ein Blažko-Effekt?** Nach der Analyse unserer Beobachtungen schien bei SW And ein neuer Typ von Lichtkurvenänderungen vorzuliegen und wir waren geneigt, dies mit der Sonderstellung des Sternes unter den RR Lyrae-Veränderlichen als ein Objekt der Population I in Zusammenhang zu bringen. Wohl wurde schon das Auftreten eines Stillstandes im aufsteigenden Aste bei anderen Sternen mit Blažko-Effekt bemerkt, wie z. B. bei RR Lyr<sup>1</sup> und RW Cnc<sup>2</sup>, jedoch ist bei diesen Sternen das Hauptmerkmal des Blažko-Effektes die starke Veränderlichkeit der Maximalhelligkeit, wogegen SW And nach unseren Beobachtungen eine praktisch konstante Maximalhelligkeit zeigte.

Die Beobachtungen von Shapley weisen aber darauf hin, dass manchmal auch SW And starke Veränderlichkeit der Maximalhelligkeit zeigt. Hier liegt also nur ein Fall vor, wo die Amplitude des Blažko-Effektes stark veränderlich ist. Geringere Änderungen der Amplitude des Blažko-Effektes wurden schon bei RW Dra, RR Lyr und XZ Cyg bemerkt. Nach der Berücksichtigung des gesamten Beobachtungsmaterials über SW And liegt also kein Grund vor, den Stern als einen Sonderfall zu betrachten.<sup>3</sup> Der Stern muss jedenfalls weiter beobachtet werden, um feststellen zu können, ob die starke Veränderlichkeit der Amplitude des Blažko-Effektes mit der Änderung der Hauptperiode im Zusammenhang steht.

Vor allem wäre aber sehr wichtig, Spektralaufnahmen vom Stern zu erhalten, besonders während des Helligkeitsaufstiegs. Zu Budapest wird der Stern photoelektrisch weiter beobachtet.<sup>4</sup>

\* \* \*

Zum Schluss möchten wir Herrn *M. Lovas* für Hilfe bei den photoelektrischen Beobachtungen und für die Zeichnung der Abbildungen danken.

---

\* Aus den in Budapest erhaltenen photographischen Lichtkurven erhielten wir eine strenge Korrelation zwischen Periode und Amplitude. Die Merzhzahl der RRa Sterne liegt in dieser Relation auf einer Geraden, die bei kurzen Perioden mit grossen Amplituden beginnt und die Amplitude nimmt mit der Zunahme der Periode ab. Einige RRa Sterne scheinen mit grösseren Amplituden einen zweiten Ast zu bilden, jedoch sind von diesen bis jetzt nur drei (RR Leo, VZ Her, XX And) bekannt geworden.

<sup>1</sup> B. A. N. XI. p. 26.    <sup>2</sup> Budapest Mitt. 23.

<sup>3</sup> Allerdings tritt der Stillstand im aufsteigenden Aste bei RR Lyr und RW Cnc kurz nach der Überschreitung der minimalen Lichtamplitude auf und verschwindet schon vor Erreichen der maximalen Amplitude. Dagegen ist der Stillstand bei SW And zur Zeit der maximalen Amplitude am meisten ausgeprägt.

<sup>4</sup> Die Beobachtungen aus 1954 konnten schon in Tab. 16 und Abb. 20 berücksichtigt werden.

Tabelle 19. Die photographischen Beobachtungen

J. D. ☉ 24283..	Gr.	J. D. ☉ 24283..	Gr.	J. D. ☉ 24284..	Gr.	J. D. ☉ 24284..	Gr.
98.4743	8.87	99.5299	10.07	28.4488	10.33	28.5342	8.69
.4764	8.75	.5319	10.03	.4502	10.43	.5356	8.70
.4785	8.81	.5333	10.11	.4516	10.37	.5370	8.74
.4806	8.76	.5347	10.10			.5384	8.70
.4826	8.75	.5368	10.12	.4530	10.40	.5398	8.71
.4847	8.82	.5382	10.05	.4544	10.30	.5412	8.70
.4868	8.80	.5398	10.17	.4558	10.34	.5426	8.69
.4889	8.88	.5412	10.08	.4572	10.42		
.4910	8.79	.5434	10.07	.4585	10.41	.5440	8.65
.4931	8.82	.5440	10.15	.4599	10.33	.5453	8.75
.4951	8.85	.5460	10.19	.4613	10.42	.5465	8.64
.4972	8.90	.5481	10.17	.4627	10.30	.5481	8.65
.4993	9.01	.5495	10.02	.4641	10.32	.5495	8.66
.5014	8.84	.5509	10.16	.4655	10.40	.5516	8.78
.5035	8.02	.5523	10.10	.4669	10.39	.5530	8.72
.5056	8.92	.5537	10.12	.4683	10.41	.5551	8.80
.5076	8.97	.5558	10.03	.4696	10.34	.5565	8.81
.5097	8.88	.5571	10.25	.4710	10.42	.5578	8.85
.5118	8.94	.5585	10.16	.4722	10.30	.5592	8.83
.5139	8.92	.5599	10.04	.4738	10.42	.5606	8.82
.5160	8.97	.5613	10.23	.4752	10.29	.5620	8.91
.5181	9.00	.5627	10.15	.4766	10.24	.5634	8.80
.5201	8.97			.4780	10.27	.5648	8.79
.5222	8.96	24284..		.4794	10.32		
.5243	9.11			.4808	10.29	29.4958	9.40
.5264	9.05	04.5117	10.26	.4821	10.25	.4972	9.51
.5285	9.12	.5131	10.25	.4835	10.18	.4986	9.52
.5306	9.13	.5145	10.25	.4849	10.20	.5000	9.55
		.5159	10.10	.4863	10.23	.5014	9.50
99.4884	10.00	.5173	10.13	.4877	10.10	.5028	9.50
.4898	9.91	.5188	10.21	.4891	10.06	.5042	9.52
.4926	9.92	.5353	10.24	.4974	9.92	.5056	9.51
.4940	9.90	.5368	10.25	.4988	9.77	.5069	9.55
.4953	10.09	.5381	10.20	.5002	9.79	.5083	9.57
.4967	9.94	.5395	10.27	.5016	9.74	.5097	9.59
.4981	10.02	.5409	10.28	.5030	9.59	.5111	9.48
.4995	9.92	.5423	10.29	.5044	9.61	.5125	9.57
.5009	9.98	.5438	10.18	.5058	9.54	.5139	9.58
.5023	10.01	.5450	10.27	.5071	9.45	.5153	9.55
.5037	9.97	.5464	10.24	.5085	9.30	.5167	9.52
.5051	10.13	.5478	10.27	.5099	9.35	.5181	9.60
.5065	9.95	.5492	10.24	.5113	9.19	.5194	9.60
.5076	10.01	.5506	10.32	.5127	9.20	.5206	9.61
.5092	10.01	.5520	10.30	.5141	9.23	.5222	9.59
.5106	10.09	.5534	10.24	.5155	9.25	.5238	9.71
.5120	10.00	.5548	10.30	.5169	9.20	.5250	9.62
.5134	10.08	.5562	10.27	.5183	9.09	.5264	9.65
.5148	9.95	.5575	10.25	.5196	9.10	.5278	9.68
.5162	10.03	.5589	10.30	.5210	8.95	.5292	9.62
.5176	10.11	.5603	10.25	.5224	8.94	.5306	9.61
.5195	10.13	.5617	10.25	.5238	8.89	.5319	9.58
.5217	10.01			.5252	8.90	.5333	9.66
.5231	10.00	28.4419	10.40	.5266	8.84	.5347	9.60
.5245	10.03	.4433	10.32	.5280	8.77	.5361	9.77
.5259	10.11	.4446	10.41	.5294	8.60	.5375	9.85
.5273	10.09	.4460	10.40	.5308	8.65	.5389	9.72
.5287	10.12	.4474	10.38	.5321	8.59	.5404	9.73



J. D. ☉ 24284..	Gr.	J. D. ☉ 24287..	Gr.	J. D. ☉ 24287..	Gr.	J. D. ☉ 24316..	Gr.
29.5417	9.78	84.5321	9.82	85.4668	8.88	98.3326	9.24
.5431	9.73	.5342	9.72	.4689	8.81	.3347	9.28
.5444	9.80	.5363	9.63	.4709	8.95	.3368	9.30
.5458	9.96	.5384	9.50	.4730	8.85	.3389	9.30
.5472	9.81	.5405	9.55	.4751	8.96	.3410	9.35
.5486	9.85	.5426	9.41	.4772	8.94	.3431	9.39
.5500	9.84	.5446	9.48	.4793	9.00	.3451	9.40
.5514	9.80	.5467	9.33	.4814	9.00	.3472	9.72
.5528	9.92	.5488	9.35	.4834	9.04	.3493	9.39
.5542	9.95	.5509	9.22	.4855	9.05	.3514	9.42
.5556	9.80			.4876	9.07	.3535	9.40
.5569	9.89	.5530	9.15	.4897	9.10	.3556	9.49
.5583	9.90	.5558	9.10	.4918	9.03	.3576	9.44
		.5571	8.98	.4939	9.10	.3597	9.45
34.5260	10.03	.5592	8.85	.4959	9.30	.3618	9.48
.5280	10.09	.5613	8.88	.4980	9.25	.3639	9.48
.5301	10.06	.5634	8.90	.5000	9.32	.3660	9.45
.5315	9.96	.5655	8.83	.5022	9.28	.3681	9.57
.5335	10.14	.5676	8.80	.5043	9.28	.3701	9.50
.5356	10.08	.5694	8.71	.5064	9.40	.3722	9.59
.5384	10.05	.5715	8.75			.3743	9.56
.5398	10.10	.5738	8.77	24302..		.3764	9.62
.5412	10.00	.5759	8.75			.3785	9.63
.5426	10.15	.5773	8.71	56.4448	8.98	.3806	9.63
.5440	9.97	.5801	8.80	.4469	8.88	.3826	9.64
.5453	10.10	.5821	8.76	.4490	8.83	.3847	9.65
.5467	10.08	.5842	8.81	.4513	8.85	.3868	9.65
.5481	10.10	.5863	8.78	.4532	8.75	.3889	9.67
.5495	10.12	.5884	8.90	.4563	8.80	.3910	9.75
.5544	10.16	.5905	8.89	.4594	8.76	.3931	9.71
.5571	10.15	.5926	8.90	.4615	8.87	.3951	9.81
.5606	10.30	.5946	8.94	.4636	8.76	.3972	9.80
.5620	10.27	.5967	9.00	.4657	8.80	.3993	9.80
.5634	10.28	.5988	9.05	.4678	8.87		
.5676	10.20	.6009	9.02	.4698	8.88		
.5690	10.30	.6028	8.97	.4719	8.92	24317..	
.5703	10.28	.6051	9.03	.4740	8.82		
.5717	10.28	.6071	9.05	.4761	8.83	02.2998	9.25
.5731	10.26	.6092	9.04	.4782	8.87	.3019	9.41
.5745	10.21	.6111	9.13	.4803	8.90	.3035	9.27
.5759	10.25	.6134	9.20	.4823	8.95	.3056	9.30
.5773	10.12			.4844	9.00	.3076	9.29
.5787	10.08	85.4292	9.43	.4865	8.90	.3097	9.31
.5801	10.05	.4314	9.33	.4886	9.00	.3123	9.36
.5815	10.20	.4334	9.40	.4907	9.00	.3144	9.45
		.4355	9.21	.4928	8.95	.3165	9.40
24287..		.4376	9.10	.4948	9.20	.3186	9.28
		.4397	8.91	.4969	9.09	.3206	9.41
84.5071	10.30	.4418	8.86	.4990	9.05	.3227	9.47
.5092	10.35	.4439	8.72	.5011	9.08	.3248	9.46
.5113	10.48	.4459	8.80	.5032	9.23	.3269	9.45
.5134	10.90	.4480	8.76			.3290	9.45
.5155	10.32	.4501	8.83	24316..		.3311	9.53
.5176	10.30	.4522	8.85			.3331	9.46
.5196	10.21	.4543	8.80	98.3201	9.26	.3352	9.51
.5217	10.24	.4564	8.82	.3222	9.18	.3366	9.46
.5238	10.18	.4584	8.86	.3243	9.17	.3394	9.46
.5259	10.10	.4605	8.80	.3264	9.25	.3415	9.57
.5280	10.02	.4626	8.88	.3285	9.25	.3436	9.42
.5301	10.07	.4647	8.80	.3306	9.23	.3456	9.50



J. D. ☉	Gr.	J. D. ☉	Gr.	J. D. ☉	Gr.	J. D. ☉	Gr.
24317..		24338..		24342..		24342..	
02.3477	9.49	96.3184	9.65	43.5228	8.92	51.4353	10.13
.3498	9.50	.3204	9.56	.5249	8.97	.4374	10.24
.3519	9.48	.3225	9.58	.5270	8.90	.4395	10.40
		.3246	9.39	.5291	8.72	.4416	10.22
24333..		.3267	9.45	.5312	8.60	.4437	10.20
		.3288	9.32	.5342	8.74	.4457	10.13
07.2189	9.28	.3309	9.15	.5374	8.80	.4478	10.09
.2209	9.20	.3329	9.10	.5395	8.69	.4499	10.16
.2230	9.25	.3350	9.16	.5416	8.70	.4520	10.03
.2251	9.12	.3371	9.00	.5437	8.72	.4541	9.98
.2272	9.13	.3392	9.02	.5457	8.78	.4562	9.97
.2293	9.10	.3413	8.91	.5478	8.80	.4582	9.70
.2314	8.95	.3434	8.70	.5499	8.78	.4603	9.62
.2341	8.92	.3454	8.72	.5520	8.90	.4624	9.69
.2362	8.88	.3475	8.80	.5541	8.85	.4645	9.50
.2383	8.92	.3496	8.78	.5562	8.92	.4666	9.60
.2404	8.81	.3517	8.75	.5582	9.20	.4687	9.55
.2425	8.95	.3538	8.89	.5603	8.95	.4708	9.30
.2445	8.70	.3559	8.72	.5624	8.90	.4728	9.44
.2578	8.80	.3579	8.80	.5645	8.91	.4749	9.36
		.3600	8.82	.5666	9.10	.4770	9.38
24338..		.3621	8.78	.5687	9.00	.4791	9.20
		.3642	8.77	.5708	9.10	.4812	9.15
72.4348	9.70	.3663	8.89			.4832	9.12
.4369	9.55	.3684	8.93	48.3478	10.30	.4853	9.00
.4390	9.56	.3704	8.75	.3499	10.32	.4874	8.93
.4411	9.50	.3725	8.80	.4027	8.72	.4895	8.91
.4432	9.45	.3746	8.89	.4055	8.77	.4916	8.90
.4452	9.36	.3767	8.90	.4082	8.72	.4937	8.94
.4473	9.28	.3788	9.00	.4103	8.90	.4957	8.90
.4494	9.10	.3809	8.98	.4124	8.80	.4978	8.89
.4515	9.02	.3829	8.95	.4145	8.82	.4999	8.65
.4536	9.04	.3850	9.09	.4166	8.95	.5041	8.73
.4557	8.83	.3871	9.02	.4187	8.83	.5082	8.80
.4578	8.90	.3892	9.03	.4207	9.00	.5103	9.00
.4598	8.86	.3913	9.00	.4228	8.85	.5173	8.93
.4619	8.92			.4249	8.90	.5194	9.14
.4640	8.76	24342..		.4270	9.02	.5214	8.98
.4661	8.70			.4291	8.85	.5235	9.05
.4682	8.71	43.4770	10.30	.4305	8.84	.5256	9.18
.4702	8.85	.4791	10.22	.4325	8.90	.5277	9.15
.4723	8.86	.4812	10.29	.4353	8.91	.5308	9.10
.4744	8.80	.4832	10.42	.4374	9.05	.5339	9.21
.4765	8.78	.4853	10.23	.4395	9.00	.5360	9.26
.4786	8.76	.4874	10.21	.4416	9.20	.5381	9.25
.4807	8.81	.4895	10.18	.4437	9.08	.5402	9.20
.4827	8.85	.4916	10.16	.4457	9.07	.5423	9.25
.4848	8.95	.4937	10.05			.5444	9.15
.4869	8.98	.4957	9.98	51.4082	10.35	.5464	9.27
.4890	9.05	.4978	9.80	.4103	10.36	.5485	9.30
.4912	8.94	.4999	9.78	.4124	10.42		
.4932	8.95	.5020	9.55	.4166	10.48	54.5124	10.40
.4952	8.86	.5041	9.40	.4187	10.45	.5145	10.19
		.5062	9.38	.4207	10.34	.5166	10.30
96.3059	10.28	.5082	9.41	.4228	10.40	.5187	10.31
.3079	10.15	.5103	9.35	.4249	10.30	.5207	10.40
.3106	10.00	.5134	9.37	.4270	10.23	.5228	10.28
.3121	9.81	.5166	9.30	.4291	10.25	.5249	10.31
.3142	9.86	.5187	9.10	.4312	10.28	.5270	10.20
.3163	9.64	.5207	8.95	.4332	10.28	.5291	10.25

J. D. ☉ 24342..	Gr.	J. D. ☉ 24342..	Gr.	J. D. ☉ 24342..	Gr.	J. D. ☉ 24342..	Gr.
54.5310	10.40	70.4904	9.33	77.5551	9.64	81.5376	9.65
.5332	10.21	.4925	9.22	.5571	9.42	.5397	9.50
.5353	10.22	.4945	9.18	.5592	9.40	.5418	9.39
.5374	10.15	.4966	9.14	.5613	9.38	.5439	9.37
.5395	10.30	.5036	9.01	.5634	9.30	.5459	9.34
.5416	10.22	.5057	8.82	.5655	9.25	.5480	9.32
.5437	10.07	.5077	8.76	.5676	9.36	.5501	9.28
.5457	9.81	.5098	8.85	.5696	9.12	.5522	9.26
.5478	10.01	.5119	8.72	.5717	9.08	.5591	8.95
.5499	9.80	.5140	8.75	.5738	9.04	.5605	8.85
.5520	9.68	.5161	8.77	.5759	8.92	.5626	8.97
.5541	9.83	.5182	8.80	.5780	8.90	.5647	8.94
.5562	9.71	.5202	8.80	.5801	8.73	.5744	8.81
		.5223	8.81	.5821	8.80	.5765	8.80
.5582	9.40	.5244	8.90	.5842	8.75	.5786	8.85
.5603	9.37	.5265	8.81	.5863	8.70	.5807	9.00
.5624	9.49	.5286	8.82	.5884	8.77	.5827	8.98
.5645	9.20	.5307	8.91	.5905	8.75	.5848	8.90
.5666	9.24	.5327	8.80	.5926	8.69	.5869	8.94
.5687	9.10	.5348	8.80	.5946	8.88	.5890	9.05
.5707	9.19	.5369	8.95	.5967	8.90	.5911	9.10
.5728	9.10	.5390	8.92	.5988	8.79	.5932	8.90
.5749	8.87	.5411	8.98	.6009	8.97	.5952	9.06
.5770	8.80	.5432	9.03	.6030	8.83	.6001	9.14
.5791	8.86	.5452	8.95	.6051	8.81	.6022	9.15
.5812	8.75	.5473	9.05	.6071	8.98	.6042	9.12
.5832	8.87			.6092	9.00	.6064	9.18
.5853	8.70	76.2648	9.10	.6113	8.95	.6083	9.20
.5874	8.84	.2669	9.16	.6134	9.05	.6105	9.17
.5895	8.68	.2690	9.10	.6155	9.00	.6126	9.13
.5916	8.75	.2710	9.08	.6176	8.88	.6147	9.20
.5937	8.70	.2732	9.01	.6196	9.12	.6168	9.21
.5957	8.77	.2752	8.97	.6217	9.02	.6195	9.18
.5978	8.78	.2773	9.08	.6238	9.20	.6216	9.25
.5999	8.85	.2794	9.00	.6259	9.21		
.6020	8.78	.2815	8.98	.6280	9.15		
.6041	8.80	.2835	9.05			89.4745	10.32
		.2856	8.90			.4773	10.22
70.4508	10.30	.2877	8.93	81.4966	10.31	.4801	10.17
.4529	10.30	.2898	8.91	.4987	10.22	.4828	10.00
.4550	10.32	.2919	8.89	.5008	10.27	.4856	10.02
.4571	10.30	.2940	8.90	.5029	10.25	.4898	10.06
.4591	10.28	.2960	8.91	.5050	10.28	.4953	9.60
.4612	10.26	.2981	8.95	.5070	10.23	.4981	9.35
.4633	10.04	.3002	8.80	.5091	10.23	.5009	9.37
.4654	10.16	.3023	8.86	.5112	10.23	.5037	9.42
.4675	9.95	.3044	8.96	.5133	10.18	.5065	9.26
.4695	10.00	.3065	8.74	.5154	10.19	.5092	9.09
.4716	9.75			.5175	10.16	.5120	9.07
.4737	9.72	77.5405	10.05	.5195	10.15	.5162	9.17
.4758	9.62	.5426	10.10	.5216	10.00	.5190	9.18
.4779	9.64	.5446	10.01	.5237	10.04	.5217	8.98
.4800	9.50	.5467	9.90	.5258	10.00	.5245	8.95
.4820	9.38	.5488	9.86	.5279	9.91	.5273	9.02
.4841	9.32	.5509	9.78	.5300	9.79	.5301	8.70
.4883	9.10	.5530	9.65	.5355	9.72	.5328	8.90

Tabelle 20. Die photoelektrischen Beobachtungen

J. D. ☉ 24335..	Gr.	J. D. ☉ 24345..	Gr.	J. D. ☉ 24345..	Gr.	J. D. ☉ 24345..	Gr.
04.4338	+ 1.314 ::	76.5324	0.468	77.5324	0.508	80.5632	0.153
.4363	1.136 :	.5332	0.489	.5369	0.525	.5638	0.164
.4572	0.905	.5339	0.470	.5385	0.534	.5662	0.164
.4582	0.791	.5347	0.470	.5431	0.531		
.4591	0.788	.5353	0.470	.5445	0.545	87.5421	1.267 :
.4601	0.848	.5382	0.446	.5511	0.638 :		
.4654	0.642	.5392	0.417			91.5436	1.103
.4678	0.567	.5399	0.409			.5447	1.121
.4690	0.452	.5406	0.432	80.4442	1.209	.5454	1.121
.4701	0.451	.5435	0.395	.4438	1.200	.5486	1.032
.4750	0.460	.5440	0.366	.4457	1.201	.5500	1.068
.4757	0.435	.5446	0.366	.4516	1.215	.5510	1.022
.4768	0.416	.5451	0.360	.4594	1.211	.5514	1.003
.4778	0.312	.5457	0.314	.4788	1.162	.5544	0.989
.4832	0.184	.5462	0.275	.4802	1.175	.5552	0.946
.4841	0.187	.5486	0.244	.4816	1.167	.5559	0.938
.4851	0.134	.5491	0.218	.4841	1.172	.5568	0.897
.4858	0.143	.5497	0.220	.4877	1.077	.5598	0.858
.4860	0.126	.5504	0.182	.4938	1.010	.5609	0.839
.4906	0.099	.5507	0.169	.4951	0.967 :	.5617	0.791
.4916	0.023	.5532	0.108	.4985	0.991	.5622	0.791
.4936	0.027	.5538	0.111	.5004	0.982	.5628	0.762
.4969	— 0.009	.5546	0.106	.5068	0.768	.5651	0.680
.5011	+ 0.006	.5551	0.097	.5097	0.581	.5658	0.628
.5024	0.013	.5580	0.102	.5105	0.568	.5665	0.594
.5038	0.088	.5585	0.083	.5140	0.482	.5671	0.585
.5086	— 0.014	.5590	0.089	.5145	0.467	.5679	0.586
.5117	+ 0.042	.5593	0.110	.5154	0.465	.5687	0.558
.5188	0.120	.5611	0.044	.5163	0.485	.5708	0.464
.5199	0.108	.5616	0.071	.5194	0.464	.5715	0.457
.5215	0.086			.5200	0.473	.5722	0.472
.5225	0.124	77.4482	0.056	.5206	0.448	.5728	0.436
		.4525	0.055	.5217	0.413	.5736	0.425
24345..		.4547	0.050	.5247	0.356	.5742	0.440
		.4593	0.057	.5253	0.343	.5770	0.419
76.4765	1.094	.4612	0.053	.5259	0.297	.5776	0.402
.4772	1.094	.4663	0.146	.5270	0.283	.5783	0.373
.4908	1.210	.4686	0.153	.5319	0.157	.5789	0.358
.4920	1.190	.4729	0.151	.5332	0.159	.5796	0.339
.4958	1.197	.4750	0.175	.5340	0.145	.5817	0.313
.4965	1.173	.4803	0.248	.5366	0.070	.5823	0.301
.4977	1.183	.4826	0.223	.5375	0.052	.5830	0.299
.4990	1.170	.4867	0.225	.5388	0.014	.5838	0.242
.4998	1.183	.4880	0.224	.5396	0.019	.5844	0.222
.5030	1.120	.4895	0.281	.5426	0.065	.5852	0.204
.5035	1.119	.4970	0.321	.5438	0.067	.5875	0.164
.5046	1.171	.4983	0.319	.5492	0.056		
.5134	1.023	.5019	0.363	.5498	0.057	97.5772	0.797 :
.5140	1.025	.5034	0.363	.5505	0.063	.5782	0.849 :
.5167	1.009	.5054	0.339	.5514	0.067	.5796	0.894 :
.5172	0.997	.5086	0.395	.5519	0.082		
.5177	1.034	.5104	0.414	.5524	0.084	24346..	
.5182	0.979	.5122	0.441	.5557	0.086		
.5239	0.844	.5224	0.467	.5564	0.082	00.4218	0.495 :
.5275	0.699	.5242	0.476	.5574	0.108	.4227	0.430
.5287	0.666	.5304	0.507	.5604	0.105	.4238	0.385
.5293	0.650	.5319	0.511	.5608	0.090	.4247	0.359

J. D. ☉ 24346..	Gr.	J. D. ☉ 24346..	Gr.	J. D. ☉ 24346..	Gr.	J. D. ☉ 24346..	Gr.
00.4286	0.341	10.5326	1.176	19.4331	0.469	27.3959	0.523
.4297	0.292	.5342	1.216	.4345	0.491	.3971	0.492
.4311	0.270	.5352	1.215	.4361	0.472	.3980	0.438
.4322	0.193	.5359	1.181	.4374	0.443	.3993	0.406
.4359	0.199	.5402	1.135 :	.4387	0.467	.4042	0.295
.4378	0.143 :	.5415	1.191	.4393	0.433	.4066	0.279
.4453	0.055	.5428	1.156	.4418	0.435	.4108	0.198
.4468	0.052	.5481	1.183	.4424	0.389	.4119	0.172
.4492	0.056	.5497	1.194	.4434	0.357	.4132	0.157
.4543	0.072	.5548	1.130	.4442	0.363	.4176	0.064
.4556	0.047	.5563	1.141	.4451	0.327	.4190	0.057
.4591	0.036	.5578	1.133	.4460	0.329	.4214	0.020
.4600	0.022	.5607	1.097			.4272	0.075
.4609	0.063	.5619	1.094	19.4483	0.256	.4301	0.076
.4623	0.068	.5632	1.088	.4494	0.235	.4346	0.079
.4672	0.131	.5650	1.064	.4505	0.206	.4361	0.055
.4689	0.147	.5683	1.026	.4514	0.256	.4372	0.060
.4693	0.153	.5697	0.973	.4521	0.170	.4380	0.045
.4703	0.173	.5719	0.951	.4554	0.094	.4424	0.075
.4726	0.193	.5733	0.962	.4566	0.094	.4440	0.126
.4736	0.187	.5740	0.914	.4575	0.089	.4453	0.140
.4740	0.187	.5771	0.837	.4585	0.078	.4501	0.172
		.5794	0.673	.4598	0.060	.4515	0.181
10.4406	0.914	.5815	0.632	.4608	0.047	.4530	0.183
.4438	0.947	.5828	0.660	.4614	0.044	.4553	0.199
.4471	0.970	.5842	0.630	.4642	0.065	.4594	0.253
.4501	0.962	.5849	0.635	.4653	0.047	.4604	0.255
.4522	0.968	.5883	0.485	.4662	0.049	.4617	0.305
.4575	0.983	.5904	0.426	.4674	0.049		
.4641	1.005	.5924	0.410	.4686	0.069	30.4995	0.422
.4655	0.999	.5939	0.363	.4697	0.056	.5005	0.367
.4673	0.997	.5978	0.280	.4735	0.113	.5020	0.394
.4709	1.013	.5995	0.265	.4745	0.101	.5033	0.389
.4717	1.007	.6010	0.231	.4754	0.105	.5058	0.305
.4732	1.039	.6025	0.220	.4766	0.095	.5066	0.269
.4738	1.018	.6032	0.192	.4796	0.086	.5076	0.253
.4777	1.000	.6061	0.136	.4802	0.090	.5081	0.214
.4785	1.002	.6068	0.116	.4808	0.109	.5088	0.186
.4806	1.017	.6094	0.084	.4817	0.113	.5095	0.185
.4851	1.010			.4832	0.139	.5101	0.179
.4884	1.005	19.4024	1.136	.4867	0.124	.5134	0.087
.4937	1.032	.4038	1.080	.4880	0.156	.5200	0.094 :
.4950	1.046	.4052	1.087	.4886	0.171	.5207	0.087 :
.4960	1.048	.4082	1.063	.4895	0.178	.5348	0.117
.5004	1.079	.4098	1.059	.4923	0.183	.5355	0.105
.5022	1.076	.4110	1.049	.4928	0.189	.5365	0.100
.5029	1.052	.4135	1.064	.4936	0.198	.5376	0.108
.5071	1.095	.4148	1.036	.4948	0.210	.5414	0.154
.5083	1.089	.4160	1.022	.4955	0.196	.5428	0.152
.5094	1.149	.4166	1.043	.4984	0.247		
.5106	1.143	.4191	0.958			49.4889	1.094 :
.5135	1.134	.4202	0.915	23.4136	0.509 :	.4896	1.011
.5150	1.143	.4211	0.881	.4146	0.442 :	.4907	0.990
.5167	1.154	.4219	0.884			.4920	0.933
.5204	1.195	.4248	0.788	27.3815	0.848	.4950	0.830
.5215	1.204	.4260	0.735	.3831	0.818	.4962	0.838
.5221	1.167	.4272	0.673	.3880	0.733	.4977	0.785
.5234	1.189	.4279	0.681	.3891	0.712	.5004	0.805
.5266	1.163	.4311	0.584	.3900	0.673	.5017	0.745
.5282	1.153	.4321	0.469	.3915	0.611	.5027	0.668

J. D. ☉ 24346..	Gr.	J. D. ☉ 24346..	Gr.	J. D. ☉ 24346..	Gr.	J. D. ☉ 24346..	Gr.
49.5038	0.589	52.5801	1.152	53.4702	0.980	58.3612	0.384
.5053	0.554	.5822	1.074	.4712	1.006	.3642	0.303
.5101	0.445	.5833	1.070	.4718	1.012	.3648	0.253
.5108	0.440	.5840	1.079	.4726	0.932	.3654	0.246
.5116	0.447	.5850	1.079	.4735	0.932	.3660	0.242
.5122	0.442	.5856	1.030	.4740	0.908	.3665	0.206
.5132	0.431	.5879	1.010	.4763	0.876	.3673	0.193
.5136	0.394	.5890	1.039	.4775	0.807		
.5166	0.349	.5897	1.008	.4786	0.853	60.5169	1.214
.5176	0.365	.5907	1.012	.4797	0.784	.5180	1.176
.5188	0.330	.5936	0.838	.4826	0.717	.5190	1.196
.5198	0.290	.5943	0.793	.4837	0.631	.5203	1.218
.5205	0.259	.5947	0.762	.4841	0.600	.5227	1.212
.5232	0.214	.5957	0.727	.4850	0.525	.5235	1.182
.5248	0.215	.5967	0.730	.4864	0.543	.5244	1.195
.5258	0.143	.5992	0.587	.4870	0.485	.5252	1.213
.5265	0.132	.6002	0.601	.4900	0.489	.5260	1.215
.5295	0.141	.6013	0.527	.4909	0.505	.5286	1.196
.5307	0.091	.6025	0.490	.4916	0.452	.5291	1.165
.5320	0.047	.6059	0.432	.4928	0.477	.5302	1.185
.5327	0.029	.6070	0.392	.4935	0.465	.5314	1.171
.5358	0.030	.6081	0.465	.4969	0.404	.5320	1.168
.5364	0.040	.6092	0.470	.4975	0.372	.5346	1.135
.5370	0.058	.6137	0.378	.4986	0.349	.5352	1.152
.5378	0.056	.6147	0.362	.4995	0.316	.5365	1.136
.5386	0.077	.6155	0.309	.5006	0.264	.5373	1.110
		.6166	0.246	.5029	0.216	.5378	1.111
		.6198	0.215	.5039	0.217	.5384	1.078
52.3662	0.859	.6210	0.248	.5052	0.174	.5410	1.042
.3676	0.837	.6219	0.251	.5065	0.150	.5423	1.066
.3687	0.806	.6241	0.185	.5073	0.159	.5435	1.065
.3695	0.865	.6248	0.162	.5104	0.066	.5441	1.035
.3726	0.867	.6256	0.125	.5112	0.073	.5469	0.992
.3738	0.877	.6265	0.133	.5124	0.079	.5482	0.974
.3750	0.877	.6273	0.166	.5137	0.091	.5496	0.966
.3756	0.895	.6303	0.089	.5179	0.025	.5505	0.917
.3796	0.876	.6314	0.109	.5187	0.042	.5512	0.908
.3814	0.859	.6324	0.094	.5192	0.033	.5536	0.848
.3826	0.908	.6334	0.044	.5198	0.021	.5549	0.772
.3836	0.904	.6366	0.049	.5206	0.024	.5561	0.742
.3879	0.920	.6378	0.091	.5214	0.059	.5573	0.699
.3891	0.895	.6387	0.115	.5238	0.052	.5603	0.636
.3912	0.919	.6398	0.107	.5253	0.052	.5609	0.621
.3921	0.915	.6424	0.087	.5262	0.054	.5615	0.611
.3959	0.917	.6433	0.069	.5271	0.050	.5621	0.571
.3976	0.950	.6445	0.071	.5274	0.033	.5627	0.553
.3984	0.926	.6458	0.102	.5305	0.078	.5634	0.503
.4414	1.046	.6463	0.116	.5317	0.070	.5643	0.486
.4425	1.016			.5330	0.105	.5675	0.464
.4436	1.034	53.4510	1.230	.5340	0.136	.5686	0.466
.4446	1.023	.4525	1.181			.5694	0.454
.4472	0.987	.4541	1.123			.5703	0.416
.4483	1.008	.4570	1.182	58.3506	0.573 :	.5716	0.386
.4494	0.950 :	.4579	1.159	.3517	0.555 :	.5723	0.378
.4504	1.020	.4591	1.180	.3529	0.596	.5750	0.351
.4531	0.957	.4604	1.127	.3542	0.587	.5762	0.313
.4554	0.949	.4644	1.021	.3571	0.455	.5771	0.308
		.4651	1.055	.3584	0.443	.5781	0.287
.5774	1.156	.4664	1.029	.3591	0.371	.5790	0.246
.5786	1.193	.4675	0.985	.3601	0.377	.5808	0.191
.5796	1.157						

J. D. ☉ 24346..	Gr.	J. D. ☉ 24346..	Gr.	J. D. ☉ 24346..	Gr.	J. D. ☉ 24346..	Gr.
60.5820	0.150	61.4473	0.557	68.4749	1.220	77.3508	0.978
.5827	0.177	.4481	0.510	.4767	1.195	.3521	0.988
.5836	0.156	.4492	0.484	.4778	1.218	.3551	0.955
.5844	0.139	.4519	0.449	.4814	1.155	.3561	0.932
.5871	0.119	.4530	0.425	.4824	1.145	.3574	0.961
.5882	0.086	.4539	0.418	.4837	1.169	.3586	0.893
.5893	0.073	.4545	0.389	.4849	1.171	.3620	0.793
.5905	0.091	.4555	0.378	.4882	1.104	.3633	0.717
		.4559	0.381	.4895	1.118	.3642	0.714
		.4585	0.364	.4914	1.098	.3647	0.688
61.4017	1.211	.4597	0.335	.4951	1.095	.3657	0.638
.4023	1.221	.4609	0.311	.4965	1.137	.3682	0.598
.4036	1.206	.4618	0.281	.4975	1.110	.3689	0.619
.4048	1.188	.4624	0.272	.5014	1.128	.3698	0.578
.4059	1.181	.4647	0.218	.5024	1.098	.3709	0.504
.4090	1.139	.4653	0.215	.5035	1.001	.3720	0.505
.4103	1.114	.4659	0.209	.5045	1.015	.3757	0.442
.4109	1.134	.4664	0.185	.5071	1.027	.3768	0.434
.4121	1.142	.4673	0.153	.5082	0.988	.3779	0.430
.4129	1.138	.4686	0.130	.5095	0.971	.3788	0.374
.4152	1.164 :	.4716	0.089	.5107	0.981	.3815	0.293
.4162	1.140	.4728	0.091	.5113	0.994	.3826	0.320
.4174	1.107	.4741	0.072	.5141	0.871	.3836	0.297
.4184	1.093	.4753	0.070	.5154	0.819	.3847	0.253
.4189	1.115	.4780	0.053	.5167	0.812	.3857	0.244
.4215	1.110	.4790	0.053	.5175	0.742	.3886	0.209
.4228	1.096	.4798	0.063	.5197	0.678	.3894	0.142
.4239	1.105	.4804	0.062	.5204	0.591	.3900	0.121
.4250	1.054	.4809	0.067	.5212	0.580	.3910	0.131
.4282	1.048	.4817	0.063	.5225	0.537	.3923	0.130 :
.4297	1.028	.4843	0.067	.5232	0.403 :	.3988	0.086
.4304	0.979	.4849	0.067	.5252	0.394 :	.3992	0.064
.4313	0.957	.4861	0.076			.4002	0.085
.4321	0.930	.4867	0.071			.4013	0.067
.4342	0.922	.4876	0.078	77.3409	1.115	.4024	0.077
.4353	0.900	.4902	0.093	.3413	1.112	.4055	0.080
.4366	0.834	.4913	0.102	.3421	1.109	.4071	0.070
.4378	0.842	.4924	0.124	.3430	1.091	.4080	0.063
.4401	0.776	.4934	0.110	.3435	1.088	.4086	0.057
.4409	0.744	.4967	0.129	.3439	1.090	.4094	0.039
.4417	0.740	.4980	0.142	.3445	1.091	.4118	0.114
.4422	0.692			.3450	1.093	.4130	0.116
.4430	0.656	63.2464	0.093 :	.3456	1.114	.4139	0.119
.4439	0.641	.2479	0.144 :	.3477	1.068	.4147	0.103
.4458	0.613	.2492	0.147 :	.3485	1.034	.4158	0.131
.4465	0.591	.2504	0.215 :	.3492	1.001	.4167	0.125



## VERZEICHNIS DER LITERATUR ÜBER SW ANDROMEDAE

1. *E. C. Pickering*: Stars having peculiar spectra. 18 new variable stars. Harv. Circ. 124. und AN **174**.101.1907. Anzeige der Entdeckung der Veränderlichkeit des Sternes BD + 28°54 = AGK Cambr E 182 = Harvard D. 001828 durch Miss *A. J. Cannon* auf Harvard Aufnahmen. Vorläufige Bezeichnung 5. 1907 And, Harvard Variable 1305. Helligkeitsänderungen auf 461 Platten 1889. Nov. 14—1906. Nov. 16. zwischen 8.7—9.9. Periode = 0<sup>d</sup>.49932.

2. *F. H. Seares*: Preliminary announcement concerning SW Andromedae 5. 1907. Laws Bull. I. No. 16. p. 254. 1908. Angaben für 6 Maxima aus visuellen photometrischen Messungen von *Haynes* und *Seares*.  $P = 0^d.44185$ ,  $m^{\max} = 9.2$ ,  $A_{\text{vis}} = 0.85$ ,  $M - m = 0^d.052$ .

3. *L. Campbell*: Harv. Ann. **63**. Part I. p. 150. 1913. Helligkeiten von 5 Vergleichsternen.

4. *Annie J. Cannon*: Stars having peculiar spectra. Six new variable stars. Harv. Circ 221. p. 5. 1920. Spektrum A3—F8.

5. *S. Beljawsky*: Sur l'étoile variable SW Andromedae. Pulkovo Mitt. VI. 12. No. 72. p. 324. 1915. 103 photographische Aufnahmen an 6 Tagen 1914. Sept. 25.—1915. Sept. 4. Die richtige Periode erkannt:

$$\begin{aligned} \text{Max.} &= 2418132.805 + 0^d.442276. E \\ m^{\max} &= 8.94, A_{\text{phg}} = 1.39, M - m = 0^d \end{aligned}$$

6. *Yendell*: AJ **29**. 99. 1916. Angaben für 4 Maxima aus 60 Beobachtungen, die aber stark von gleichzeitigen Princeton-Beobachtungen abweichen. (S. die Bemerkung von *H. Shapley* in MN **81**. 209.)

7. *C. Martin, H. C. Plummer*: The short-period variable SW Andromedae. MN **80**. 212. 1919. 47 Aufnahmen in Dunsink, mit Expositionszeiten zwischen 15 und 60 Minuten. Lichtkurve.

8. *H. Shapley*: Note on changes in the period and light-curve of the cluster variable SW Andromedae. MN **81**. 209. 1921. 89 visuelle photometrische Beobachtungen.  $A_{\text{vis}} = 1.00$  (s. noch PAAS **3**. 16. Zeitliche Koinzidenz der visuellen und photographischen Maxima.) Starke Veränderlichkeit der Lichtkurve in der Nähe des Maximums.

9. *R. E. Wilson*: The proper motions and mean parallax of the Cepheid variables. AJ **35**. 35. 1923.  $\mu_{\alpha} \cos \delta = -'.009 \pm .013$ ,  $\mu_{\delta} = -'.004 \pm .010$ .

10. *H. Grouiller, Bloch*: Lyon Bull. **5**. 37. 1923. Bearbeitung von 193 Schätzungen von Luizet aus den Jahren 1913—1916.  $m^{\max} = 8.82$ ,  $A_{\text{vis}} = 1.30$ ,  $M - m = 0^d.100$ .

11. *A. H. Joy*: PASP **36**. 82. 1924. Ableitung einer periodischen Ungleichheit. (s. 14.)

12. *Adams, Joy, Sanford*: PASP **36**. 139. 1924. Amplitude der Radialgeschwindigkeitskurve: 51 km/sec (die Einzelwerte der Radialgeschwindigkeit sind in 34. von Elisabeth *Kleissen* angegeben worden).



13. *J. Hellerich*: Notiz über die Periodenänderung von SW Andromedae. AN **228**. 259. 1926. 37 Messungen mit einem Zöllnerschen Photometer.

14. *A. H. Joy*: On the period of SW Andromedae. PASP **39**. 318. 1927. Gegen die schon von *Beljawsky* erkannten richtigen Elemente:

$$\text{Max.} = 2418325.185 + 0^d4422779. \text{ E}$$

bleiben nur geringe Abweichungen übrig.

15. *W. Zessewitsch*: Mitteilungen über Veränderliche. AN **228**. 317. 1927. Bearbeitung von 28 Maximumepochen.

16. *Frank C. Jordan*: Photographic photometry with the thirty-inch Thaw refractor. The light-curve of twenty nine Cepheid variables. Allegheny Publ. VII. No. 1. p. 29. 1927. 380 Aufnahmen.  $A_{\text{phg}} = 1.36$ ,  $M - m = 0^d088$ .

17. *W. S. Adams, A. H. Joy*: The relationship of spectral type to period among variable stars. Mt. Wilson Comm. 100. Proc. N. Ac. Sc. **13**. 391. 1927. Spektrum im Minimum: F5.

18. *A. van Maanen*: Stellar parallaxes derived from photographs. AJ **38**. 145 und The photographic determination of stellar parallaxes with the 60- and 100-inch reflectors. X. Mt. Wilson Contr. 356. 1928.  $\pi = -".007 \pm .008$  (p.e.).

19. *W. Zessewitsch*: Preliminary information on the variable star SW Andromedae. AN **231**. 413. 1928. Aus 45 Maxima:

$$\text{Hel. Max.} = 2418132.7986 + 0^d44227736. \text{ E}$$

Diese Elemente stellen alle Maxima innerhalb  $\pm 0^d022$  dar. Vermutung einer periodischen Ungleichheit mit  $P' = 1236$  P.

20. *B. V. Okunev*: Color indices of cluster type Cepheids. Per. Zv. III. 8. 1930. Vergleich von visuellen und photographischen Lichtkurven.

21. *B. V. Kukarkin*: Untersuchungen über die RR Lyrae-Sterne. III. SW. Andromedae. Per. Zv. IV. 53. 1932. Elemente, Lichtkurve. 59 visuelle Schätzungen. Normalmax: 2426540.488. Farbenindex-kurve.  $A_{\text{vis}} = 1.36$ .

22. *Priscilla F. Bok, Constance D. Boyd*: Proper motions of forty three cluster type variables. Harv. Bull. 893. 1933.  $\mu_{\alpha} \cos \delta = 0^s000 \pm .007$ ,  $\mu_{\delta} = -".009$ .

23. *B. V. Okunev*: AV Pegasi und SW Andromedae. Leningrad Bull. 2. 1933. 170 Schätzungen (darunter 11 von *Niconov*). Normalmaximum: 2426969.482  $\pm .002$ .

24. *H. Rügemer*: Mitteilungen über 36 bekannte und neue Veränderliche. AN **251**. 307. 1934. 152 Ernstaraufnahmen.  $A_{\text{phg}} = 1.19$ ,  $M - m = 0^d078$ .

25. *L. Detre*: Der Veränderliche SW Andromedae. AN **252**. 329. 1934. 550. visuelle photometrische Messungen aus 1931–1933. Ableitung von Elementen aus 45 Maximumepochen:

$$\text{Hel. Max.} = 2418132.7995 + 0^d442276477. \text{ E}$$

Nur geringe Abweichungen von diesen Elementen. Konstanz der Maximalhelligkeit.  $A_{\text{vis}} = 1.06$ ,  $M - m = 0^d074$ .

26. *W. Zessewitsch*: Catalogue and Ephemeris of short-period Cepheids. Leningrad Bull. 4. 1934. Aus 74 individuellen Maxima:

$$\text{Hel. Max.} 2418132.7949 + 0^d4422799. \text{ E} - 0^d0166 \times 10^{-8}. \text{ E}^2$$

Mitteilung der Normalmaxima aus 36 Beobachtungen von *Lange* und aus 82 Beobachtungen von *Zessewitsch* (s. noch Tadjik Circ. 2. 1934 und 8. 1935.).

27. *S. I. Gaposhkin*: Investigation of changes in period of cluster type variables. Discussion of photographic observations. Harv. Circ. 392. 1934. Diskussion von 2800 Harvard-Aufnahmen aus 1889–1933. 200 beobachtete Maxima. Keine säkulare Änderung der Periode.

28. *W. Zessewitsch*: Catalogue and Ephemeris of short-period Cepheids for 1935–1936. Tadjik Astr. Obs. Stalinabad. 1934. Aus Normalmaxima von *Zacharov*, *Soloviev* und *Zessewitsch* konnte die Änderung der Periode endgültig bewiesen werden. Neue Elemente:

$$\text{Hel. Max.} = 2418132.7991 + 0^d44227818.E - 0^d00837 \times 10^{-8}.E^2.$$

29. *A. Soloviev*: Maxima of stars of RR Lyrae-type. Tadjik Circ. 3. 1935. Normalmaximum: 2427635.992.

30. *A. H. Joy*: Radial velocities of 67 variable stars of the RR Lyrae type. PASP 50. 302. 1938. Normale Radialgeschwindigkeit:  $-32$  km/sec.

31. *H. Гурьев*: Кривые блеска переменных звезд типа RR Lyrae. Tadjik Circ. 32. 1938. 200 Stufenschätzungen im Jahre 1936. Normalmaximum 2428386. 527. Lichtkurve in Stufen.

32. *G. Lange*: Observations of 25 stars of the RR Lyrae-type. Tadjik Ann. I. Part 2. 1938. 39 visuelle Schätzungen im Jahre 1933.

33. *R. E. Wilson*: Position and proper motions of variables and red stars of uncommon spectral types. AJ 48. 37. 1939.

$$R. A. 1920.4 = 0^h21^m5^s.764, \quad \mu_\alpha \cos \delta = +^s0005 \pm .0084$$

$$D. 1916.5 = +29^\circ 7'27''.39, \quad \mu_\delta = -''0220 \pm .0067$$

34. *Elisabeth Kleissen*: Untersuchungen über Gesetzmässigkeiten des Lichtwechsels der RR Lyrae-Sterne. AN 267. 137.1939. 198 Aufnahmen am 60 cm Hamburger Refraktor.  $m^{\max} = 9.43$ ,  $A_{\text{vis}} = 1.01$ ,  $M - m = 0^d088$ .

35. *G. R. Miczaika*: Der Lichtwechsel von SW Andromedae, XX Andromedae, CY Aquarii und AR Persei. Heidelberg Ver. 14. Nr. 12.1946. 502 Schätzungen zwischen Okt. 4.–11. 1945. Normalmaximum J. D. 2431736.310.  $m^{\max} = 8.75$ ,  $A_{\text{vis}} = 1.36$ ,  $M - m = 0^d088$ . Lichtkurve in der Nähe des Maximums etwas veränderlich. Schwankungen im Zeitpunkte des Maximums um  $0^d015$ .

36. *П. П. Парензо*: Пространственные движения переменных звезд типа RR Lyrae. ПЗ 6.79.1946. Berechnung der galaktozentrischen Daten.

37. *G. Münch, L. R. Terrazas*: The spectrum of cluster-type Cepheids. ApJ 103. 371.1946. Während die meisten RR Lyrae-Sterne pekuliäre Spektren zeigen, besitzt SW Andromedae und AR Persei ein normales Riesenspektrum vom Typ F6, mit H-Linien normaler Intensität.

38. *E. C. Silva*: Notes sur les étoiles variables céphéides SW Andromedae, RW Cassiopeiae, S Sagittae, T Vulpeculae et VX Cygni. Bull. Ass. Fr. d'Obs. d'Ét. Var. III. 45.1948. 506 Schätzungen zwischen J.D.2430205–967. Drei verschiedene mittlere Lichtkurven. Unregelmässigkeiten auf dem absteigenden Aste.  $M - m = 0^d075$ . Elemente:

$$\text{Max.} = 2418132.7991 + 0^d44227818.E - 0^d994 \times 10^{-10}.E^2.$$

39. *Б. В. Кукаркин*: Исследование строения и развития звездных систем на основе изучения переменных звезд. Москва, 1949. p. 55. RR Lyrae-Sterne mit Perioden von SW And und AR Per sind selten in den Kugelhaufen. Vielleicht sind diese Sterne Representative der Population I.

40. *Г. П. Захаров*: Визуальные наблюдения переменных звезд. Статья. I. 4. SW Andromedae. ПЗ 8.223.1951. 466 Schätzungen zwischen 1. Juli und 28. Okt. 1927.  $M - m$  ändert sich zwischen  $0^d060$  und  $0^d048$ .  $m^{\max} = 9.17$ ,  $A_{\text{vis}} = 1.10$ . 26 Zeitangaben für die Mitte des aufsteigenden Astes. Diese schwanken um die mittlere Lage mit einer Periode von 32–33 Tagen und mit einer Amplitude von  $0^d007 - 0^d008$ .

41. *В. П. Юбкуна*: SW Andromedae. ПЗ 8.286.1951. 314 Schätzungen in den Jahren 1948–1950. Normalmaxima 2432781.408 und 2433566.439.  $m^{\max} = 9.19$ ,  $A_{\text{vis}} = 1.50$ .

42. Т. А. Азарнова: О четырех переменных звездах. ПЗ 9.36.1952. 153 Schätzungen im Jahre 1949. Normalmaximum 2433211.274. Annahme einer sprunghaften Änderung der Periode.

43. Joyce M. Newkirk: Galactic orbits of fifty cluster type variables. Harv. Bull. 921. p.15.1952.

44. K. Domke und E. Pohl: Beobachtungsergebnisse der Berliner Arbeitsgemeinschaft für Veränderliche Sterne (BAV). AN 281.113.1953. Angaben für 3 Maxima, beobachtet von E. Born und D. Sofronijewic.

45. Е. Д. Павловская (Перепелкина): Определение собственных движений переменных звезд типа RR лиры ПЗ. 9.233.1953.  $\mu_\alpha = -^{\circ}.013 \pm .006$ ,  $\mu_\delta = -^{\circ}.019 \pm .006$ .

46. Е. Д. Павловская: Определение средней абсолютной величины и исследование кинематики короткопериодических Цефеид ПЗ 9.349.1953. Kinematische Daten.

47. М. И. Лавров: SW Андромеды. ПЗ 10.60.1954. 185 visuelle Schätzungen im Jahre 1949. 6 Maxima.  $A = 1.2$  (9.3–10.5),  $M-m = 0^{\text{p}}.14 = 0^{\text{p}}.062$ . Lichtkurve, Umgebungskarte (s. auch Бюлл. ВАГО No.5.S.25.1949.)

Budapest-Szabadsághegy, Sternwarte der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, 27. Oktober, 1954.

A MAGYAR  
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
CSILLAGVIZSGÁLÓ  
INTÉZETÉNEK  
KÖZLEMÉNYEI

MITTEILUNGEN  
DER  
STERNWARTE  
DER UNGARISCHEN AKADEMIE  
DER WISSENSCHAFTEN

BUDAPEST—SZABADSÁGHEGY

Nr. 34—35.

JULIA BALÁZS und L. DETRE  
UNTERSUCHUNGEN ÜBER DIE PERIODEN- UND  
LICHTKURVENÄNDERUNGEN VON KURZPERIODISCHEN  
 $\delta$  CEPHEI-STERNEN IX. RV URSÆ MAIORIS

T. HERCZEG  
DISCUSSION OF TWO VISUAL BINARY SYSTEMS

BUDAPEST, 1957

# **UNTERSUCHUNGEN ÜBER DIE PERIODEN- UND LICHTKURVEN- ÄNDERUNGEN VON KURZPERIODISCHEN $\delta$ CEPHEI-STERNE IX. RV URSAE MAIORIS**

von  
*Julia Balázs und L. Detre*

From May 1955 till July 1957 1008 photoelectric observations were made of the light-variation of the cluster-type variable RV UMa at the Budapest Observatory. The photometer was attached to the 24" reflector. It is shown that the amplitude of the lightcurve is strongly variable (Figure 2). The variations can be accurately described by the combination of the fundamental period of  $0^d.4680$  with a secondary period of  $90^d.1$ . The same periods are apparent in the photographic observations by *Scharanow*, *Subbotin* and *Jordan*, further in the visual observations by *Blaschko*, *Luizet*, *Nijland* and *Judkina*. From all these observations we were able to construct the O—C diagrams for both periods (Fig. 12). These diagrams contain cycles of the same length, but of opposite phase.

Von dem RR Lyrae-Veränderlichen RV 'Ursae Maioris sind schon viele Beobachtungsreihen veröffentlicht worden. Fast alle Beobachter bemerkten die starke Veränderlichkeit der Lichtkurve besonders in der Nähe des Maximums (s. das Literaturverzeichnis S. 36.), trotzdem gelang es bisher nicht, irgendwelche Gesetzmässigkeiten für die Lichtkurvenänderungen zu finden. Wir begannen schon im Jahre 1936 mit der photographischen Beobachtung des Sternes am hiesigen 16 cm Astrographen, jedoch war die Anzahl der erhaltenen Maxima für die Ermittlung einer sekundären Periode nicht ausreichend. Die 1955 begonnenen photoelektrischen Beobachtungen am 60 cm Reflektor zeigten noch in diesem Jahre, dass die Lichtkurvenänderungen mit einer Periode von etwa  $90^d$  vor sich gehen. Im Jahre 1957 konnten wir die maximale Helligkeit 21mal photoelektrisch durchbeobachten und die erhaltenen  $m^{\max}$ -Werte zeigen sehr schön diese sekundäre Periode (S. Abb. 1).

Nachdem die sekundäre Periode aus unseren photoelektrischen Messungen ermittelt wurde, haben wir versucht, diese Periodizität auch in anderen Beobachtungsreihen aufzufinden. Zu unserer Überraschung trat sie in fast allen Reihen so deutlich auf, dass sie auch unabhängig von unseren Beobachtungen hätte bestimmt werden können. Dies bezieht sich nicht nur auf solche Beobachtungsreihen, die gut durchbeobachtete Maxima enthalten, sondern auch auf Reihen, z. B. diejenigen von *Luizet* und *Nijland*, wo an verschiedenen Tagen nur vereinzelte Beobachtungen angestellt worden sind. Dies kann durch die sehr grosse Amplitude der Schwankung der Maximalhelligkeit erklärt werden. Dieser günstige Umstand ermöglichte nicht allein die genaue Festlegung der Länge der sekundären Periode, sondern auch die Untersuchung ihrer Veränderungen.

**Die Budapester photoelektrischen Beobachtungen.** Die Beobachtungen wurden mit der in der vorangehenden Mitteilung beschriebenen Apparatur

ohne Filter erhalten. Der einzige Unterschied bestand darin, dass seit 1954 statt dem früher benutzten 931 A Multiplier ein RCA 1 P 21 Rohr verwendet wurde. Die isophote Wellenlänge der Kombination Vervielfacher + Spiegel liegt für einen A-Stern bei frisch versilbertem Spiegel bei etwa  $\lambda = 4900 \text{ \AA}$ , bei einjähriger Silberschicht bei etwa  $5150 \text{ \AA}$ . Die isophote Wellenlänge ändert sich nach der Neusilberung des Spiegels zuerst rasch, später immer langsamer. Diese Erscheinung tritt auch bei aluminisierten Spiegeln auf. (S. H. van Woerden, Leiden Ann. XXI. 1. p. 16.) Da die Amplitude eines RR Lyrae-Veränderlichen eine Funktion der isophoten Wellenlänge ist, müssen die Beobachtungen, die bei verschiedenen Zuständen des Spiegels erhalten wurden, auf eine bestimmte isophote Wellenlänge, d. h. auf einen bestimmten Zustand des Spiegels reduziert werden. Diese Reduktion verlangt

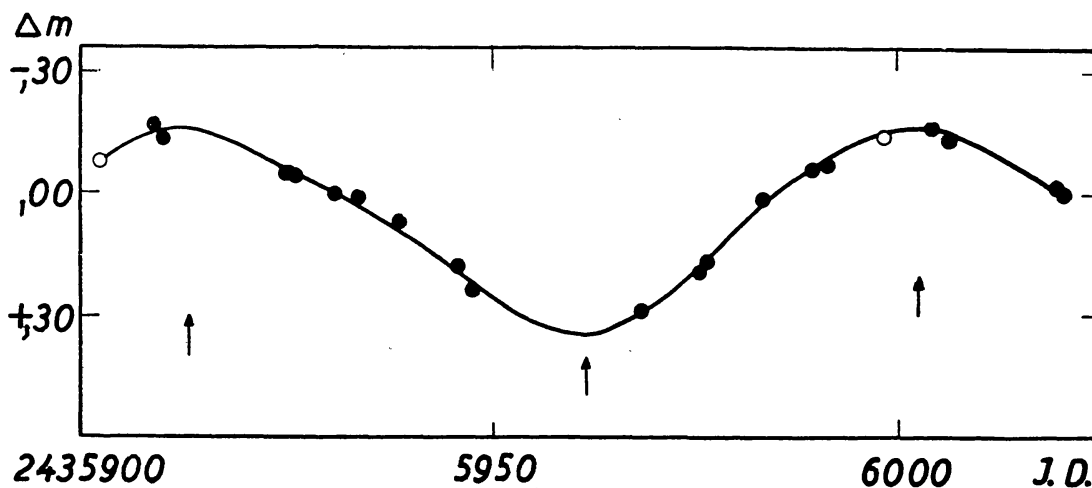


Abb. 1. Die i. J. 1957 erhaltenen photoelektrischen Maximalhelligkeiten von RV Ursae Maioris

eine ständige Kontrolle der Farbenempfindlichkeit der Apparatur durch Farbenmessungen der Standard-Sterne von *Johnson*, oder durch Messungen der Sterne der Göttinger Aktinometrie. Unser Reduktionsverfahren wird später anlässlich der Veröffentlichung der jetzt im Gange befindlichen Kolorimetrie von RR Lyrae-Veränderlichen beschrieben werden.

Die Reduktion auf eine bestimmte isophote Wellenlänge bringt natürlich einen gewissen Unsicherheitsfaktor in die Beobachtungen. Während in den besten Nächten der mittlere Fehler einer Beobachtung etwa  $\pm 0.004$  beträgt, kann diese Reduktion nicht mit der entsprechenden Genauigkeit durchgeführt werden. Für unsere photoelektrischen Beobachtungen von 1955 standen infolge starker Inanspruchnahme des Spiegels für unser Sternhaufenprogramm keine genügenden Kontrollmessungen zur Verfügung. Ferner haben wir in mehreren Nächten den Veränderlichen in zu grossen Zenitdistanzen gemessen, wodurch auch die Unsicherheit der Extinktion voll in Geltung kommt. Darum haben wir diese Beobachtungen, obzwar sie zur Orientierung über die Länge der sekundären Periode gute Dienste geleistet haben, nicht berücksichtigt, und lediglich die beobachteten Zeitpunkte der Maxima, die von den erwähnten Korrekturen unbeeinflusst sind, in Betracht gezogen. Im Jahre 1956 haben wir in genügender Anzahl Kontrollmessungen angestellt, ein ungünstiger Umstand war jedoch, dass wir in diesem Jahre die Beobachtungen von RV



UMa gleich nach Neusilberung des Spiegels angefangen haben. Damit laufen die anzubringenden Korrekturen im hellsten Maximum auf mehr als  $0^m1$ , wenn wir die ganze Beobachtungsreihe auf die isophote Wellenlänge  $\lambda$  5100 bringen wollen. 1957 sind alle Beobachtungen mit „altem“ Silber gemacht worden und die Höchstwerte der Korrektur belaufen auf  $0^m02$ .

Die anzubringende Korrektur hängt natürlich von dem Spektraltyp des ausgewählten Vergleichsterns ab. Die Helligkeitsangaben in Tab. 1. bedeuten den Helligkeitsunterschied zwischen RV UMa und dem Gesamtlicht des Doppelsternes BD + 55°1616. Der Farbenindex B—V dieses Sternes ist +0,42 im Johnsonschen System, dies ist ungefähr gleich dem Farbenindex des Veränderlichen im tiefsten Helligkeitsminimum, während im Helligkeitsmaximum der Veränderliche je nach der Helligkeit des Maximums um  $0^m30$ — $0^m40$  blauer ist. Ein günstigerer Vergleichstern ist in der unmittelbaren Umgebung des Veränderlichen nicht zu finden.

Die Konstanz der Helligkeit des Vergleichsterns wurde durch Vergleich mit dem etwas helleren Stern BD + 54°1610 an 8 Abenden geprüft, der einen nur um 0,08 grösseren B—V Farbenindex besitzt.\* Die erhaltenen Helligkeitsunterschiede sind:

Tag	$\Delta m$	Tag	$\Delta m$
1956 April 3.	0,351	1957 März 20.	0,367
Mai 30.	,311	März 26.	,329
Juni 5.	,332	Mai 15.	,318
Juni 13.	,324	Mai 16.	,323
Juli 29.	,331	Juni 1.	,339

Tabelle 1. Die photoelektrischen Beobachtungen

J. D. $\odot$ 243. . . .	$\Delta m$ (0,001)	J. D. $\odot$ 243. . . .	$\Delta m$ (0,001)
5566,3975	+ 060	5567,3236	+ 014
,3991	+ 070	,3254	+ 017
,4027	+ 093	,3294	+ 031
,4048	+ 109	,3318	+ 002
,4066	+ 110	,3365	+ 061
,4098	+ 123	,3404	+ 048
,4107	+ 140	,3516	+ 175
,4122	+ 153	,3528	+ 177
,4184	+ 174	5624,3709	+ 1100
,4214	+ 213	,3722	+ 1081
,4268	+ 253	,3739	+ 1054
,4289	+ 261	,3761	+ 1027
,4350	+ 307	,3808	+ 992
,4366	+ 310	,3817	+ 970
5567,3154	— 040:	,3829	+ 950
,3187	— 004	,3844	+ 944
,3220	+ 014	,3860	+ 895

\* Das Spektrum dieses Sternes ist nach Harvard G5. Dem Farbenindex nach dürfte der Spektraltyp eher F7V sein.



J. D. $\odot$ 243. . . .	$\Delta m$ (0,001)	J. D. $\odot$ 243. . . .	$\Delta m$ (0,001)
5624,3895	+ 844	5631,4364	— 043
,3906	+ 807	,4375	— 088
,3916	+ 781	,4386	— 094
,3927	+ 746		
,3936	+ 719	,4426	— 116
,3946	+ 719	,4433	— 105
		,4443	— 122
,3977	+ 620	,4454	— 126
,3986	+ 555		
,3997	+ 496	,4619	— 078
		,4628	— 043
,4006	+ 458	,4638	— 048
,4017	+ 404		
,4027	+ 360	,4688	— 045
,4059	+ 296	5638,4126	+ 1201
,4069	+ 275	,4136	+ 1211
,4079	+ 249		
,4089	+ 203	,4199	+ 1132
,4100	+ 188	,4211	+ 1122
,4110	+ 160	,4220	+ 1125
		,4230	+ 1100
,4146	+ 108		
,4156	+ 065	,4268	+ 1033
,4167	+ 060	,4278	+ 976
,4177	+ 048	,4289	+ 965
,4188	+ 046	,4302	+ 915
,4198	+ 020	,4314	+ 901
		,4349	+ 825
,4234	— 004	,4359	+ 762
,4245	— 007	,4370	+ 740
,4255	— 021	,4381	+ 670
		,4392	+ 648
,4267	— 027	,4429	+ 425
,4283	— 014	,4438	+ 383
		,4449	+ 368
,4323	— 002	,4459	+ 285
,4333	— 004	,4469	+ 281
,4344	+ 012		
,4355	+ 015	,4503	+ 148
,4365	+ 022	,4513	+ 106
,4375	+ 020	,4525	+ 045
		,4535	+ 018
,4413	+ 022	,4546	— 016
,4429	+ 045		
,4445	+ 050	,4580	— 105
		,4590	— 127
,4514	+ 081	,4600	— 147
,4521	+ 103	,4612	— 139
		,4623	— 143
5631,4218	+ 492	,4635	— 147
,4254	+ 346		
,4263	+ 269	,4688	— 151
		,4699	— 140
,4294	+ 153	,4709	— 143
,4303	+ 131		
,4312	+ 114	,4757	— 127
,4322	+ 066	,4786	— 128
,4354	— 011	,4822	— 097
		,4831	— 081

J. D. $\odot$ 243....	$\Delta m$ (0,001)	J. D. $\odot$ 243....	$\Delta m$ (0,001)
5638,4847	— 052	5694,3575	+ 365
,4922	— 031	,3600	+ 380
,4933	— 036	,3613	+ 350
,4944	— 009	,3633	+ 370
,4954	+ 023	,3673	+ 368
5660,4267	+ 797	,3692	+ 412
,4280	+ 781	,3852	+ 437
,4294	+ 694	,3870	+ 477
,4307	+ 660	,3885	+ 500
,4320	+ 627	,3925	+ 493
,4328	+ 621:	,3934	+ 489
5668,3799	+ 1125	,3944	+ 510
,3821	+ 1110	5901,4824	+ 868
,3836	+ 989	,4837	+ 834
,3848	+ 905	,4853	+ 802
,3857	+ 896	,4902	+ 608
,3869	+ 806	,4914	+ 582
,3911	+ 634	,4923	+ 553
,4024	+ 257	,4934	+ 537
,4038	+ 196	,4943	+ 500
,4054	+ 129	,5002	+ 209
,4063	+ 107	,5017	+ 174
,4078	+ 105	,5034	+ 130
,4087	+ 078	,5075	+ 028
,4105	+ 078	,5086	— 013
,4120	+ 081	,5097	— 032
,4137	+ 049	,5108	— 033
,4188	+ 071	,5120	— 055
,4206	+ 064	,5161	— 041
,4228	+ 073	,5199	— 012:
,4248	+ 094	,5286	— 015
,4270	+ 102:	,5367	— 008
5683,3638	+ 648	,5409	+ 018
,3652	+ 625	,5443	+ 048
,3663	+ 540	5908,4928	+ 1151
,3674	+ 532	,4944	+ 1143
,3685	+ 499	,4954	+ 1130
5684,3295	+ 310	,4967	+ 1100
,3307	+ 330	,5008	+ 951
,3349	+ 324	,5020	+ 939
,3366	+ 322	,5032	+ 912
,3406	+ 329	,5044	+ 878
,3427	+ 311	,5054	+ 835
,3470	+ 311	,5064	+ 807
,3478	+ 310	,5098	+ 647
,3485	+ 304	,5109	+ 583
,3512	+ 310	,5120	+ 518
,3524	+ 309		
,3539	+ 356		

J. D. $\odot$ 243. . . .	$\Delta m$ (0,001)	J. D. $\odot$ 243. . . .	$\Delta m$ (0,001)
5908,5130	+ 494	5909,4769	— 118
,5140	+ 434	,4779	— 107
,5151	+ 357	,4790	— 099
		,4801	— 097
,5194	+ 202	,4813	— 103
,5206	+ 144	,4825	— 100
,5217	+ 102	,4837	— 083
,5227	+ 075	,4847	— 088
,5238	+ 037		
,5250	+ 005	,4891	— 065
,5286	— 094	5918,3747	— 072
,5299	— 118	,3759	— 077
,5310	— 137	,3772	— 076
,5321	— 149	,3786	— 065
,5333	— 159	,3800	— 051
,5344	— 173		
		,3842	— 042
,5381	— 173	,3855	— 037
,5395	— 168	,3870	— 035
,5404	— 146	,3884	— 038
,5415	— 161	,3902	— 021
,5429	— 167		
,5447	— 157	5924,3930	+ 1241
,5461	— 139	,3942	+ 1248
		,3954	+ 1216
,5501	— 089	,3966	+ 1208
,5518	— 069	,3977	+ 1217
,5530	— 054		
,5542	— 040	,4023	+ 1083
,5558	— 014	,4035	+ 1065
,5569	— 021	,4046	+ 1057
,5620	+ 037	,4073	+ 1038
5909,4435	+ 755	,4128	+ 931
,4446	+ 691	,4140	+ 932
,4456	+ 648	,4153	+ 867
,4469	+ 612	,4165	+ 801
,4480	+ 550	,4176	+ 776
,4491	+ 502	,4190	+ 722
,4527	+ 334	,4234	+ 574
,4538	+ 287	,4245	+ 573
,4548	+ 248	,4257	+ 499
,4559	+ 203	,4268	+ 432
,4569	+ 162	,4281	+ 406
,4581	+ 130	,4292	+ 374
,4619	+ 019	,4327	+ 225
,4630	— 029	,4340	+ 223
,4642	— 060	,4355	+ 165
,4655	— 078	,4369	+ 135
,4670	— 102	,4384	+ 135
,4681	— 099	,4397	+ 105
,4696	— 096	,4443	+ 029
,4708	— 128	,4457	— 007
,4720	— 119	,4470	— 035
,4732	— 117	,4490	— 038
		,4513	— 044

J. D. $\odot$ 243....	$\Delta m$ (0,001)	J. D. $\odot$ 243....	$\Delta m$ (0,001)
5924,4528	— 024	5930,5490	+ 043
,4542	— 030	,5504	+ 076
,4561	— 021	,5515	+ 067
		,5526	+ 097
,4597	— 041		
,4611	— 018	5933,3000	+ 899
,4625	— 007	,3015	+ 890
,4638	— 020	,3035	+ 853
,4653	+ 013	,3055	+ 800
,4665	+ 001		
		,3073	+ 761
5925,3593	+ 569	,3086	+ 739
,3606	+ 541	,3100	+ 708
,3617	+ 505	,3112	+ 661
,3628	+ 446	,3124	+ 606
,3640	+ 414	,3136	+ 553
,3651	+ 368	,3147	+ 518
		,3156	+ 505
,3695	+ 209	,3168	+ 450
,3707	+ 173	,3182	+ 424
,3719	+ 166		
,3733	+ 133	,3231	+ 233
,3744	+ 093	,3246	+ 165
,3780	+ 025	,3258	+ 160
,3793	+ 012	,3270	+ 111
,3805	— 004	,3284	+ 110
,3819	— 030	,3294	+ 057
,3832	— 019	,3305	+ 048
,3846	— 043	,3317	+ 018
,3863	— 041	,3333	+ 015
,3879	— 046	,3353	+ 026
,3892	— 035	,3385	+ 024
,3972	— 035	,3448	+ 008
,3984	— 036	,3471	+ 014
,3998	+ 005	,3491	+ 013
,4050	+ 026	,3518	+ 011
,4065	+ 050	,3542	+ 032
,4077	+ 038		
,4090	+ 067	,3605	+ 049
		,3626	+ 055
5930,5207	+ 138	,3645	+ 087
,5219	+ 124		
,5253	+ 067	5938,4722	+ 299
,5264	+ 056	,4753	+ 269
		,4772	+ 192
,5299	+ 008		
,5310	+ 012	,4814	+ 082
,5321	+ 018	,4827	+ 086
,5333	— 007	,4841	+ 083
,5345	+ 017	,4855	+ 074
,5359	— 001	,4870	+ 077
		,4911	+ 066:
,5392	+ 011		
,5406	+ 008	5945,4591	+ 1064
,5417	+ 025	,4608	+ 1054
		,4630	+ 1059
,5453	+ 054	,4647	+ 1048
,5464	+ 047		
,5478	+ 053	,4696	+ 926

J. D. $\odot$ 243 . . . .	$\Delta m$ (0,001)	J. D. $\odot$ 243 . . . .	$\Delta m$ (0,001)
5945,4720	+ 910	5947,4010	+ 250
,4739	+ 882	,4031	+ 270
,4786	+ 719	5968,3928	+ 898:
,4798	+ 692	,3945	+ 872
,4811	+ 694	,3956	+ 862
,4823	+ 642	,3998	+ 889:
,4833	+ 637	,4030	+ 798:
,4877	+ 527	,4125	+ 690
,4899	+ 445	,4189	+ 633
,4910	+ 385	,4236	+ 568:
,4959	+ 302	,4254	+ 562:
,4972	+ 294	,4265	+ 549:
,4992	+ 275	,4301	+ 500:
,5004	+ 234	,4316	+ 440
,5049	+ 187	,4327	+ 429
,5063	+ 172	,4365	+ 335:
,5074	+ 199	,4406	+ 323
,5087	+ 180	,4421	+ 285
,5101	+ 183	,4463	+ 288
,5145	+ 191	,4473	+ 310
,5160	+ 205	,4629	+ 2727
,5171	+ 201	,4633	+ 323
,5182	+ 203	,4685	+ 383
,5193	+ 187	5974,4925	+ 947
,5239	+ 211	,4937	+ 898
,5254	+ 233	,4952	+ 863
,5266	+ 239	,4987	+ 804
,5277	+ 236	,5000	+ 742
,5290	+ 254	,5014	+ 737
,5337	+ 299	,5023	+ 727
5947,3301	+ 934	,5060	+ 617
,3313	+ 930	,5082	+ 623:
,3325	+ 987	,5099	+ 601
,3366	+ 980	,5147	+ 544
,3412	+ 986	5975,3940	+ 1074:
,3426	+ 1000	,4024	+ 1004:
,3588	+ 719:	,4107	+ 1025:
,3744	+ 269	,4140	+ 1023:
,3757	+ 261	,4212	+ 855:
,3778	+ 252	,4289	+ 886:
,3796	+ 250	,4305	+ 808
,3810	+ 260	,4324	+ 794
,3857	+ 235	,4377	+ 625:
,3870	+ 249		
,3916	+ 245		
,3930	+ 243		
,3946	+ 242		
,3992	+ 252		

CoKon0034

J.D.⊙ 243....	Δm (0,001)	J.D.⊙ 243....	Δm (0,001)
5975,4588	+ 284	5976,4281	+ 269
,4599	+ 256	,4293	+ 273
,4612	+ 245	,4307	+ 300
		,4319	+ 309
,4649	+ 198	,4363	+ 320
,4662	+ 205		
,4676	+ 206	5982,4255	+ 1134
		,4266	+ 1119
,4727	+ 231	,4280	+ 1132
,4740	+ 203	,4292	+ 1120
,4758	+ 223	,4305	+ 1163
,4806	+ 201	,4346	+ 1081
,4826	+ 199	,4357	+ 1086
		,4372	+ 1085
,4931	+ 247	,4384	+ 1102
,4952	+ 263	,4397	+ 1076
,4968	+ 307:		
		,4434	+ 1053
5976,3625	+ 845		
,3647	+ 801	5983,4162	+ 113
,3660	+ 795	,4177	+ 128
,3672	+ 767	,4190	+ 071
,3712	+ 709	,4231	+ 057
,3725	+ 697	,4248	+ 022
,3739	+ 653		
,3750	+ 656	,4287	+ 010
,3761	+ 626	,4302	+ 009
,3804	+ 561	,4361	+ 052
,3822	+ 549	,4382	+ 097
,3835	+ 516	,4397	+ 099
,3847	+ 463		
		,4442	+ 091
,3884	+ 377	,4457	+ 109
,3897	+ 350	,4469	+ 106
,3914	+ 320		
,3927	+ 259	,4511	+ 209
,3942	+ 254	,4525	+ 188:
		,4538	+ 164:
,3979	+ 235		
,3991	+ 200	5989,4611	+ 1098
,4003	+ 216	,4621	+ 1038
,4018	+ 184	,4633	+ 1061
,4031	+ 185		
		,4708	+ 946
,4070	+ 161	,4718	+ 920
,4086	+ 186	,4719	+ 902
,4101	+ 159	,4746	+ 887
,4114	+ 174		
,4133	+ 194	,4787	+ 813
		,4802	+ 751
,4171	+ 227	,4821	+ 720
,4183	+ 220	,4834	+ 692
,4196	+ 227		
,4212	+ 240	,4878	+ 524
,4224	+ 233	,4888	+ 485
		,4908	+ 432
,4267	+ 234	,4920	+ 407

J.D.⊙ 243....	Δm (0,001)	J.D.⊙ 243....	Δm (0,001)
5989,4933	+ 342	5991,3877	— 068
,4974	+ 265	,3890	— 048
,4987	+ 228	,3936	— 027
,4999	+ 168	,3950	— 001
,5011	+ 148	,3963	— 008
,5027	+ 038	,3976	— 022
,5067	— 003	,3991	— 016
,5080	+ 003	,4089	+ 075
,5094	— 014	5998,3820	+ 316
,5106	— 028	,3836	+ 240
,5119	— 049	,3880	+ 180
,5162	— 042	,3890	+ 150
,5177	— 047	,3927	+ 143
,5192	— 038	,3938	+ 058
,5208	— 013	,3972	— 041
,5217	— 035	,3983	— 063
5990,4203	+ 620	,4015	— 042
,4213	+ 599	,4029	— 164
,4225	+ 551	,4090	— 103
,4237	+ 489	6004,4588	+ 756
,4249	+ 478	,4599	+ 729
,4292	+ 327	,4610	+ 707
,4305	+ 305	,4619	+ 639
,4319	+ 231	,4635	+ 548
,4331	+ 195	,4677	+ 452
,4344	+ 178	,4692	+ 318
,4385	+ 087	,4706	+ 223
,4398	+ 067	,4719	+ 206
,4410	+ 043	,4733	+ 149
,4420	+ 035:	,4777	+ 061
5991,3522	+ 773	,4795	+ 014
,3540	+ 773	,4808	+ 005
,3553	+ 654	,4821	— 019
,3566	+ 615	,4835	— 037
,3607	+ 481	,4898	— 091
,3623	+ 464	,4942	— 175
,3637	+ 419	,4977	— 102
,3660	+ 328	,5014	— 124
,3680	+ 245	,5049	— 035
,3724	+ 162	,5083	— 056:
,3735	+ 112	6006,3589	— 107
,3747	+ 074	,3602	— 111
,3759	+ 057	,3615	— 102
,3772	+ 009	,3629	— 119
,3784	— 019	,3649	— 121
,3825	— 018	,3686	— 095
,3837	— 037	,3703	— 074
,3849	— 060	,3717	— 063
,3864	— 061		



J.D.⊙ 243....	$\Delta m$ (0,001)	J.D.⊙ 243....	$\Delta m$ (0,001)
6006,3731	— 072	6019,4808	+ 076:
,3745	— 046	,4821	+ 169:
,3792	— 017	6020,3674	+ 790:
,3800	— 002	,3690	+ 655:
,3816	— 004	,3710	+ 716:
,3837	— 005	,3721	+ 685:
6019,4488	+ 280:	,3772	+ 465
,4500	+ 257:	,3786	+ 437
,4512	+ 240:	,3802	+ 355
,4526	+ 230:	,3820	+ 318
,4578	+ 075:	,3863	+ 219
,4592	+ 094:	,3876	+ 100
,4605	+ 001:	,3892	+ 041
,4622	+ 060:	,3908	— 006
,4636	— 048:	,3934	+ 025
,4677	+ 056:	,3985	+ 040
,4692	+ 090:	,4000	+ 070
,4705	+ 120:	,4042	+ 058
,4717	+ 064:	,4056	+ 091
,4730	+ 120:	,4071	+ 118
,4779	+ 070:	,4087	+ 161
,4789	+ 170:		

Im Mittel ist  $\Delta m = -0,333 \pm 0,005$ . Der Stern BD + 54°1610 hat nach unseren Polübertragungen die photographische Helligkeit 9,97 im System der Nordpolarsequenz.

Der gewählte Vergleichstern steht dem Veränderlichen so nahe, dass die Extinktionsunterschiede zwischen den beiden Sternen bis zu Zenitdistanzen, in welchen Beobachtungen angestellt sind, unter 0<sup>m</sup>01 bleiben. Sie wurden für  $z > 30^\circ$  an die  $\Delta m$  angebracht, unter  $z = 30^\circ$  wurden sie vernachlässigt. In der Nähe einer Großstadt kann man natürlich nicht nach einer bestimmten Extinktionstabelle rechnen. Unsere Farbenmessungen zeigen, dass bei Ostwind, d. h. bei Wind aus der Richtung der Stadt, die Farbenindizes der A-Sterne z. B. um 0<sup>m</sup>07 höher liegen, als bei West- oder Nordwind. Die dadurch entstandene Fehlerquelle wurde nicht berücksichtigt, da sie sowieso nur äusserst unsicher in Betracht gezogen werden kann. Dieser Fehlerquelle ist zuzuschreiben, dass die photoelektrischen Maximalhelligkeiten von RV UMa bei Ostwind im Mittel um 0<sup>m</sup>011 niedriger sind, als bei Wind von entgegengesetzter Richtung.

Die photoelektrischen Beobachtungen sind in Tab. 1. angeführt. Die Gesamtzahl der Beobachtungen — nicht gerechnet die 250 Beobachtungen ausd. J. 1955 — beträgt 758, wovon die Mehrzahl 1957 angestellt wurden. In den Abbildungen 2a und 2b sind einige Maxima dargestellt.  $\psi$  bedeutet die Phase der sekundären Periode, wobei  $\psi = 0$  dem hellsten Maximum entspricht. Für die sekundäre Periode wurde aus den Budapester Beobachtungen der vorläufige Wert 90<sup>d</sup>8 angenommen, und  $\psi$  nach der Formel:

$$\text{Hellstes Maximum} = \text{J. D. } 2435911,2 + 90,8 \times e \quad (1)$$

berechnet.

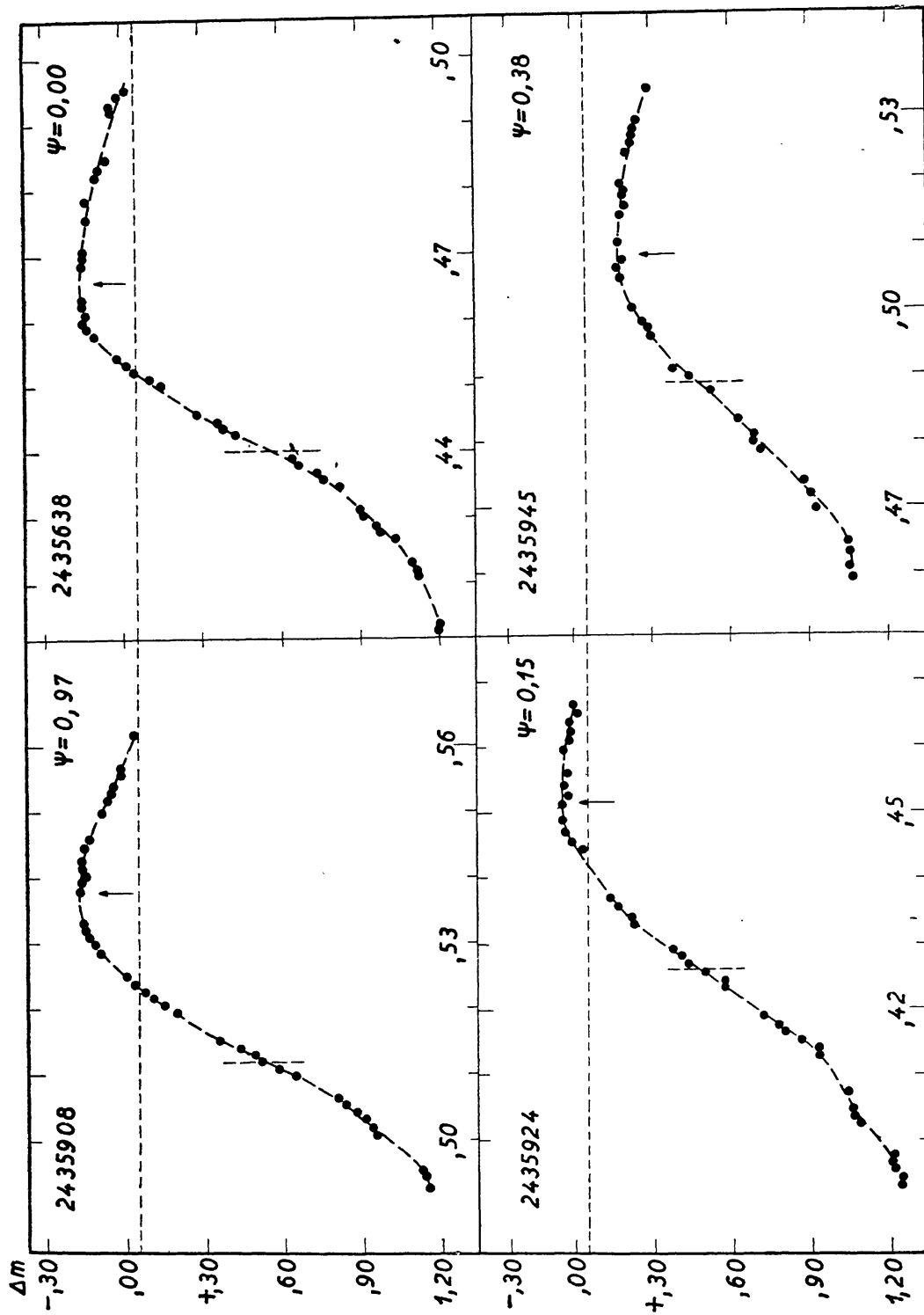


Abb. 2a. Photoelektrisch beobachtete Maxima für verschiedene Phasen der 90tägigen sekundären Periode.  
Nicht ganz einwandfreie Beobachtungen sind durch leere Kreise dargestellt

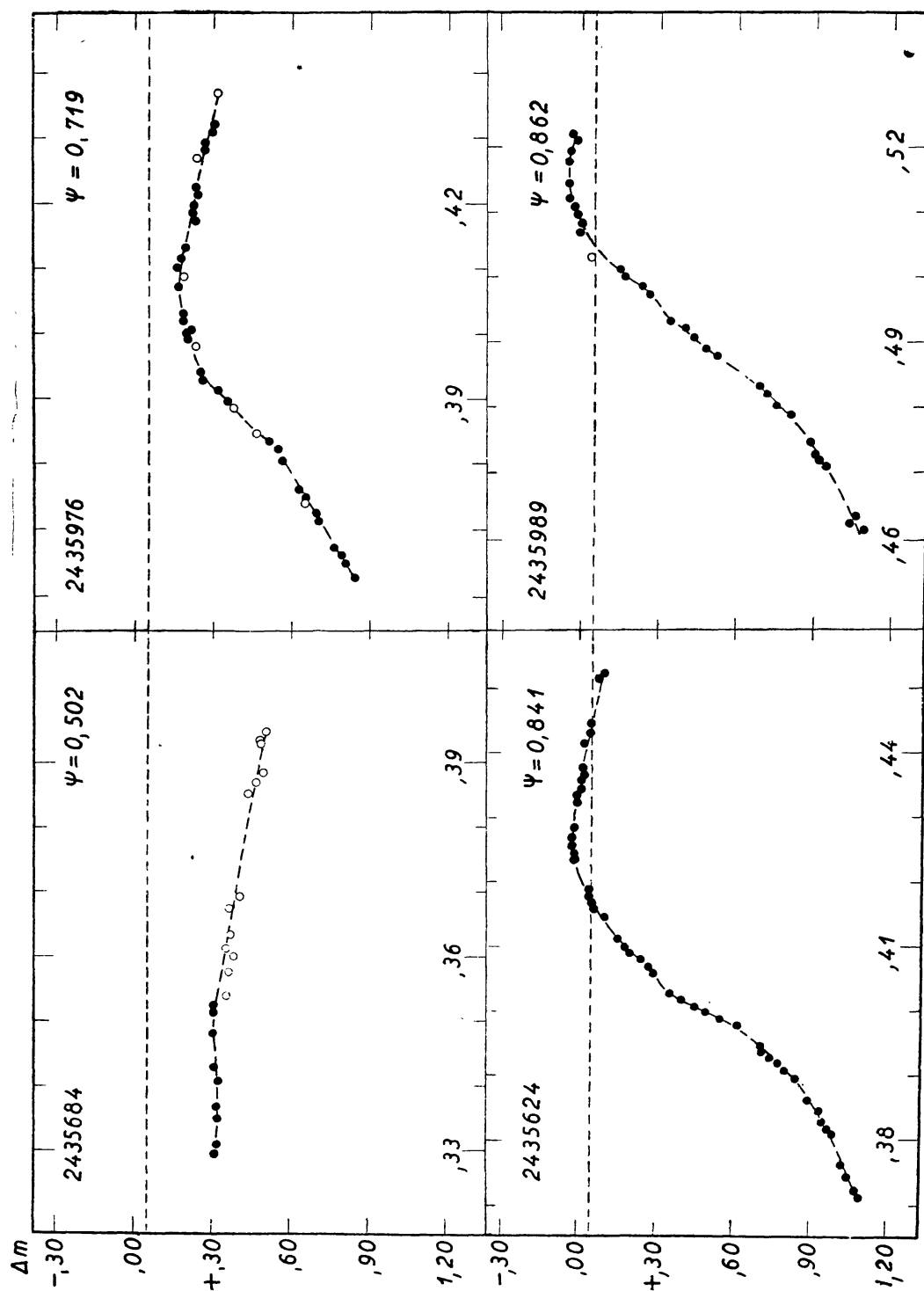


Abb. 2b. Fortsetzung zur Abb. 2a.

Die Lichtkurvenänderungen zeigen die üblichen Eigenschaften des Blaschko-Effekts. Mit der Änderung der Maximalhelligkeit ist eine — allerdings geringe — Schwankung der Phase des Maximums gekoppelt. Wenn die Maximalhelligkeit zunimmt, erscheint ein kurzer Stillstand im aufsteigendem Ast. (S. die beiden Maxima im unteren Teil von Abb. 2b).

Tabelle 2  
Daten aus den Budapester photoelektrischen Beobachtungen

$t^{\max}$ J. D.,	$\psi$ (0,001)	$t^{\max} - C(2)$ (0 <sup>d</sup> 0001)	$t^{+30} - C(2)$ (0 <sup>d</sup> 0001)	$t^{+50} - C(2)$ (0 <sup>d</sup> 0001)	$t^{+80} - C(2)$ (0 <sup>d</sup> 0001)	$m^{\max}$ (0,001)	$m^{\min}$ (0,001)
243....							
5251,3828	725	+0413	—	—	—	—	—
5258,4036	802	0412	—	—	—	—	—
5265,4240	879	0407	—	—	—	—	—
5567,—	214	—	—	—	—	—030	—
5624,4261	841	0392	+0189	+0128	+0040	—028	—
5631,4462:	919	0384:	0182	0134	—	—129	—
5638,4660	996	0372	0170	0124	+0061	—159	+1225:
5660,—	238	—	—	—	—0011	—	—
5668,4151	326	0304	0158	0097:	—0022	+051	+1135:
5683,—	491	—	—	0053	—	—	—
5684,—	502	—	—	—	—	+302	—
5901,—	893	0344	0184	0146	+0048	—070:	—
5908,5378	970	0373	0163	0120	+0058	—170	+1160
5909,4731	981	0364	0166	0122	+0057	—129	—
5924,4516	145	0370	0157	0105	+0018	—048	+1260:
5925,3880	156	0372	0157	0104	—	—043	—
5930,5342	213	0349	—	—	—	000	—
5933,3400:	243	0322:	0139	0077	—0019	+010	—
5938,4900:	301	0335	0159	—	—	+070	—
5945,5084	378	0310	0187	0109	—0017	+179	+1060
5947,3820:	399	0323:	—	—	—	+237	+990
5968,4444:	630	0319:	0275	0167	—0065:	+290	+900
5974,—	696	—	—	—	+0004:	—	—
5975,4690:	708	0356:	0248:	—	—0013:	+192	+1030
5976,4068	719	0373	0220	0140	—0041	+166	—
5982,—	785	—	—	—	—	—	+1138
5983,4282	796	0377	—	—	—	+006	—
5989,5148	862	0395	0202	0131	+0033	—056	—
5990,—	873	—	0188	0126	—	—	—
5991,3870	883	0395	0191	0129	+0043	—068	—
5998,4056:	960	0376:	0146	—	—	—138:	—
6004,4941	028	0409	0160	0122	+0045	—162	—
6006,3638	048	0383	—	—	—	—125	—
6019,4636	193	0324	0166	—	—	—005	—
6020,3969:	203	0286:	0148	0094	—0085	+002	—

Die wesentlichen Daten aus unseren photoelektrischen Messungen sind in Tab. 2 zusammengestellt. In den verschiedenen Kolonnen sind nacheinander die beobachteten Zeitpunkte der maximalen Helligkeit, ihre Phasen innerhalb der sekundären Periode, die Phasen der Maximalhelligkeit und der den Helligkeiten  $\Delta m = +0^m,30$ ;  $+0^m,50$  und  $+0^m,80$  entsprechenden Punkte des aufsteigenden Astes, gemäss der Formel:

$$C = \text{J. D. } 2417861,434 + 0^d,468062 \times E \quad (2)$$

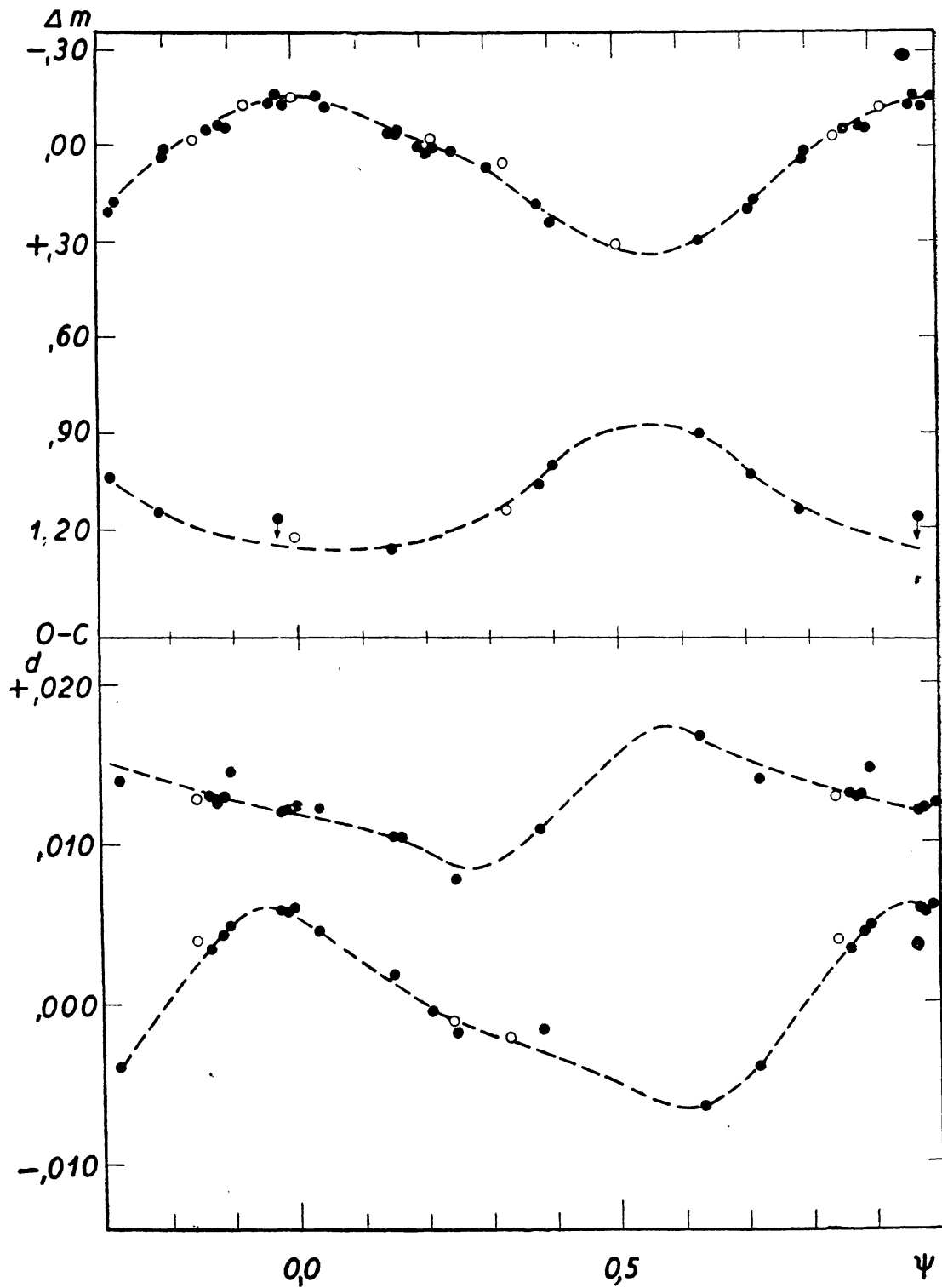


Abb. 3. Oben : Änderung der Helligkeit des Maximums und des Minimums im Laufe der 90tägigen sekundären Periode. Unten : Phasenschwankung der den Helligkeiten  $\Delta m = +0,50$  und  $\Delta m = +0,80$  entsprechenden Punkte des aufsteigenden Astes. Volle Kreise : Beobachtungen 1957, leere Kreise : Beobachtungen 1956.

Die beiden letzten Spalten geben die beobachteten Maximal- und die vorangehende Minimalhelligkeit an. In Abb. 3 sind  $m^{\max}$ ,  $m^{\min}$ ,  $t^{+,50} - C$  und  $t^{+,80} - C$  gegen  $\psi$  aufgetragen. Nach Abb. 3 beträgt die Amplitude der Schwankung der Maximalhelligkeit  $0^{\text{m}}51$ , diejenige der Minimalhelligkeit  $0^{\text{m}}40$ . Da die Änderungen von  $m^{\max}$  und  $m^{\min}$  entgegengesetzt verlaufen, zeigt die photoelektrische Amplitude des Hauptlichtwechsels die beträchtliche Schwankung zwischen  $0^{\text{m}}52$  und  $1^{\text{m}}42$ . Dagegen ist die Phasenschwankung des Maximums im Laufe der langen Periode relativ klein, etwa 12 Minuten. Sie steht ungefähr in Phase mit  $t^{+,80} - C$  (Abb. 3 unten) während  $t^{+,50} - C$  einen ganz anderen Verlauf hat. Die Abnahme der Helligkeit des Maximums dauert in der 90 tägigen Periode etwas länger als die Zunahme.

Für die weitere Diskussion sind unseren Resultaten folgende Daten zu entnehmen:

Zeitpunkte der hellsten Maxima: J. D. 2435280, 2435642, 2435911, 2436003.

Maximalwerte von  $t^{\max} - C$  (2) 1955:  $+0^{\text{d}}0413$ ; 1956:  $+0^{\text{d}}0392$ ; 1957:  $+0^{\text{d}}0390^*$

Zwischen den einzelnen Zyklen der sekundären Periode scheinen keine Unterschiede zu bestehen.

**Die Beobachtungen von Judkina.** Zeitlich stehen die Beobachtungen von *Judkina* den unserigen am nächsten. Der Blaschko-Effekt zeigt sich gut in ihrem visuellen Schätzungen, sowohl in den Jahren 1949–1950 [20a], wie in 1951–1952 [20b]. Judkina selbst hat in ihrer Arbeit nur zwei verschiedene Typen der Lichtkurve unterschieden. Wir haben aus ihren Beobachtungen die Helligkeiten und die Zeitpunkte der Maxima neu bestimmt (S. Tabelle 3) und die  $m^{\max}$  gegen J. D. aufgetragen. (S. Abb. 4–5.) Obgleich die Einzelwerte sehr stark streuen, ist die 90tägige Periode ersichtlich. Für die Zeitpunkte der hellsten Maxima erhalten wir aus den Diagrammen J. D. 2433109, 2433470 und 2434121, wovon aber der letzte äusserst unsicher ist und wahrscheinlich um  $15^{\text{d}}$  früher anzusetzen ist. Kombinieren wir den ersten Zeitpunkt mit unseren photoelektrischen Messungen, so erhalten wir für die sekundäre Periode den verbesserten Wert von  $90^{\text{d}}4$ . Die sekundäre Periode zeigt sich nicht in den Werten von  $t^{\max} - C$ , was bei der kleinen Amplitude der Phasenschwankung des Maximums verständlich ist.

Als Maximalwerte für  $t^{\max} - C$  können wir für die einzelnen Jahre folgende Werte ansetzen:

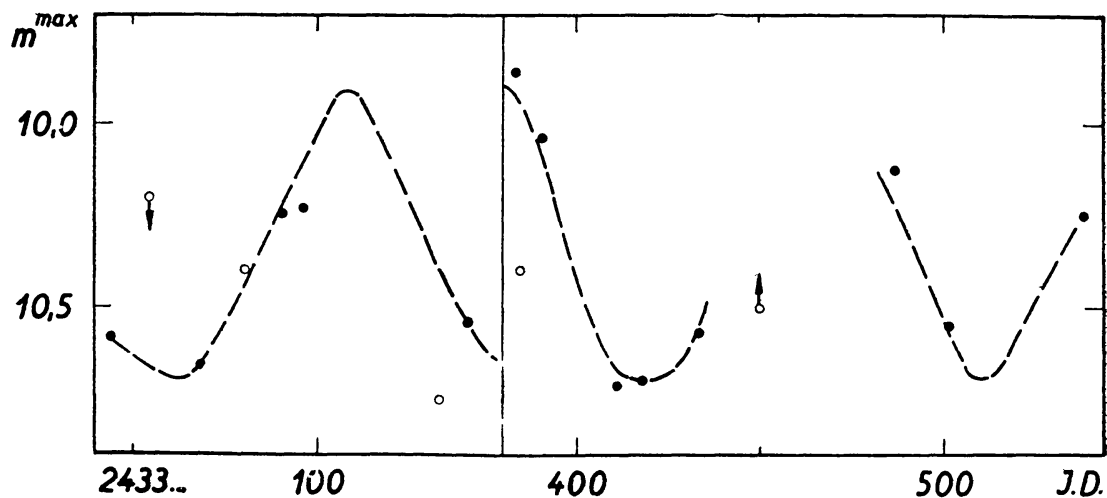
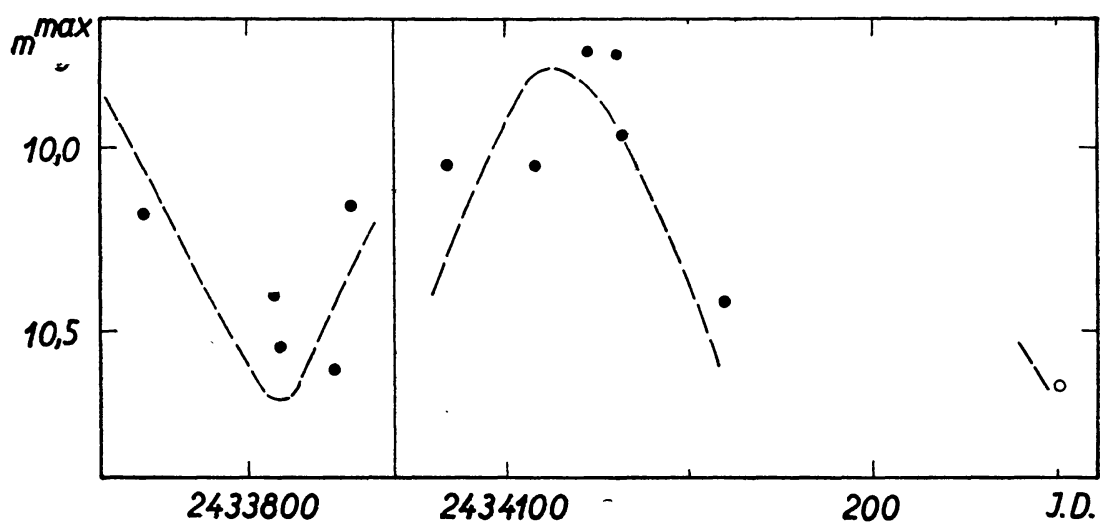
Jahr	1949	1950	1951	1952
$t^{\max} - C$ (2)	$+0,045$	$+0,040$	$+0,048$	$+0,050$

Die Unsicherheit der Einzelwerte übertrifft die Unterschiede, die sich zwischen den einzelnen Jahren zeigen. Diese Werte wurden so bestimmt, daß die einzelnen Werte von  $t^{\max} - C$  (2) gemittelt wurden, und zu dem Mittelwert den Budapester Resultaten entsprechend  $+0^{\text{d}}004$  hinzuaddiert wurde.

\* Die Maximalwerte von  $t^{\max} - C$  können gut bestimmt werden, da sie durch spitze Maxima definiert werden. Dagegen sind die Minimalwerte von  $t^{\max} - C$  sehr unsicher.

Tabelle 3. Die von Judkina beobachteten Maxima

$t^{\max}$	$t^{\max}-C$ (2)	$m^{\max}$	$t^{\max}$	$t^{\max}-C$ (2)	$m^{\max}$
2433...	(0 <sup>d</sup> 001)		2433...	(0 <sup>d</sup> 001)	
044,478	+049	10,58	501,—	—	10,55
054,280	+022	10,20::	539,—	—	10,25
068,367	+067	10,66	772,—	—	10,18
080,458:	—012:	10,47:	807,410	+040	10,40
090,358	+059	10,25	808,351	+045	10,54
096,398:	+014:	10,23	823,334:	+050:	10,60
132,—	—	10,75	828,475	+042	10,16
140,—	—	10,54			
383,354	+048	9,86	2434...		
384,288	+046	10,40	084,515:	+052:	10,05
390,365	+038	10,04	108,—	—	10,05
411,—	—	10,71	112,436	+060	9,74
418,—	—	10,70	130,350	+017	9,75
433,452:	+063:	10,57	131,305	+036	9,97
450,—	—	10,5	159,404	+051	10,42
486,315:	+035:	10,13	250,—	—	10,60 :

Abb. 4. Werte von  $m^{\max}$  aus Beobachtungen von Judkina i. J. 1949 und 1950Abb. 5. Werte von  $m^{\max}$  aus Beobachtungen von Judkina i. J. 1951 und 1952



**Die Budapester photographischen Beobachtungen.** Über die am hiesigen 16 cm Astrographen erhaltenen Aufnahmen von RV Ursae Maioris gibt folgende Tabelle Übersicht:

Jahr	Intervall J. D.	Zahl der Aufnahmen	Beobachter
1936	2428332—8366	260	<i>Balázs, Detre</i>
1937	8664—8691	63	<i>Balázs</i>
1946	2431911—2003	386	<i>Csada</i>
1947	2296—2380	186	„
1948	2641—2671	109	„
1949	3000—3418	84	„
1951	3813	61	„
1952	4188—4195	80	„
		<hr/> 1229	

Leider sind von den 906 Aufnahmen aus 1946—1952 nur ein Drittel brauchbar, und auch diese sind nicht von bester Qualität. Die Aufnahmen wurden von Herrn *D. Elter* am Rosenbergschen Elektromikrophotometer ausgemessen und von der ersten von uns kritisch bearbeitet. Die erhaltenen Größenangaben sind in Tab. 4 angeführt.

Tabelle 4  
Die Budapester photographischen Beobachtungen

J. D. ⊙	m	J. D. ⊙	m
2428...		2428...	
322,4421	11,10	332,4309	11,15
,4442	11,22	,4329	11,09
,4462	11,06	,4350	11,00
		,4371	10,85
332,3746	11,30	,4392	10,77
,3767	11,25	,4413	10,65
,3788	11,30	,4434	10,60
,3809	11,23	,4454	10,50
,3829	11,26	,4475	10,42
,3850	11,30	,4469	10,34
,3871	11,24	,4517	10,14
,3899	11,32	,4538	10,08
,3905	11,27	,4559	10,00
,3975	11,45	,4579	10,01
,3996	11,42	,4600	9,96
,4017	11,40	,4621	9,91
,4059	11,45	,4642	9,94
,4079	11,35	,4663	9,86
,4100	11,28	,4684	9,94
,4121	11,26	,4704	9,85
,4142	11,28	,4725	9,80
,4163	11,20	,4746	9,88
,4184	11,25	,4767	9,97
,4204	11,22	,4788	9,92
,4225	11,20	,4809	9,85
,4246	11,12	,4829	9,87
,4267	11,08	,4850	10,00
,4288	11,16	,4871	9,98

J. D. $\odot$ 2428...	m	J. D. $\odot$ 2428...	m
332,4892	9,92	347,4401	9,82
,4913	9,96	,4422	9,86
,4934	10,00	,4443	9,80
,4954	9,92	,4463	9,86
,4975	9,90	,4484	9,90
		,4505	9,92
337,4362	11,18	,4526	9,90
,4383	11,26	,4547	9,86
,4404	11,36	,4568	9,94
,4425	11,34	,4588	9,72
,4445	11,16	,4609	9,85
,4466	11,26	,4630	9,83
,4501	11,20	,4651	9,90
,4522	11,64	,4673	9,90
,4543	11,42	,4693	9,81
,4564	11,40	,4713	9,88
,4584	11,46	,4734	10,00
,4605	11,54	,4755	9,92
,4626	11,20	,4776	9,90
,4647	11,38	,4797	9,96
,4730	11,48	,4818	10,05
,4813	11,36	,4838	10,02
,4834	11,12	,4859	10,08
,4855	11,28	,4880	10,72
,4876	11,24	,4901	10,10
,4897	11,20	,4922	10,14
,4918	11,18	,4943	10,16
,4939	11,20	,4963	10,17
,4959	11,14		
,4980	11,42	358,3494	10,60
,5001	11,36	,3515	10,70
,5022	11,24	,3536	10,84
,5043	11,22	,3557	10,78
,5064	11,00	,3577	10,80
,5084	11,42	,3598	10,72
		,3619	10,74
347,3637	11,40	,3640	10,82
,3658	11,42	,3661	11,00
,3679	11,37	,3682	10,72
,3699	11,33	,3702	10,78
,3720	11,38	,3723	10,88
,3741	11,28	,3744	10,80
,3762	11,27	,3765	10,71
,3783	11,30	,3786	10,82
,3804	11,33	,3807	10,94
,3824	11,24	,3837	10,80
,3922	11,25	,3848	10,92
,3943	11,20		
,3963	11,13	364,3874	10,60
,3984	11,08	,3895	10,65
,4005	11,18	,3916	10,60
,4026	11,15	,3937	10,62
,4047	11,16	,3957	10,67
,4068	11,08	,3978	10,58
,4088	11,12	,3999	10,60
,4109	10,98	,4020	10,57
,4186	10,55	,4041	10,58
,4206	10,51	,4062	10,58
,4227	10,38	,4082	10,62
,4380	9,90	,4103	10,70

J. D. ☉ 2428...	m	J. D. ☉ 2428...	m
364,4124	10,60	365,4064	10,98
,4145	10,55	,4084	11,02
,4166	10,59	,4105	11,10
,4187	10,60	,4126	11,00
,4207	10,77	,4147	10,97
,4228	10,61	,4168	11,04
,4249	10,60	,4189	11,00
,4270	10,61	,4210	11,12
,4298	10,70		
,4319	10,78	366,3635	10,90
,4339	10,68	,3656	11,12
,4360	10,72	,3677	11,06
,4381	10,80	,3697	10,92
,4402	10,95	,3718	10,82
,4423	10,69	,3739	11,00
,4444	10,86	,3760	10,90
,4464	10,85	,3781	10,84
,4485	10,88	,3802	11,10
,4506	10,83	,3822	10,96
,4527	10,95		
,4548	10,88	367,3473	11,27
,4569	10,93	,3494	11,20
,4589	10,89	,3515	11,05
,4610	10,90	,3536	11,26
,4631	10,90	,3557	11,19
,4652	10,69	,3577	11,21
,4673	10,97	,3598	11,10
,4707	10,96		
,4742	10,90	664,3226	10,10
,4763	10,88	,3247	10,09
,4784	11,04	,3268	10,07
,4805	11,10	,3289	10,01
,4825	11,11	,3310	10,13
,4846	11,01	,3330	10,10
,4867	11,00	,3551	10,19
		,3372	10,11
365,3564	10,80	,3393	10,12
,3584	10,68	,3414	10,18
,3605	10,79	,3435	10,20
,3626	10,73	,3455	10,18
,3647	10,83	,3476	10,22
,3668	10,84	,3497	10,31
,3689	10,80	,3518	10,27
,3709	10,79	,3539	10,26
,3730	10,77	,3560	10,32
,3751	10,84	,3580	10,27
,3772	10,82	,3601	10,30
,3793	10,87	,3622	10,33
,3814	10,92	,3643	10,30
,3834	10,81		
,3855	10,85	691,4109	11,35
,3876	10,91	,4130	11,31
,3897	10,89	,4151	11,31
,3918	11,00	,4172	11,36
,3939	10,95	,4193	11,25
,3959	10,96	,4213	11,12
,3980	10,99	,4234	11,07
,4001	11,00	,4255	11,09
,4022	10,98	,4401	11,05
,4043	10,95	,4422	10,91

J. D. $\odot$	m	J. D. $\odot$	m
2428...		2431...	
691,4443	10,95	911,4017	10,82
,4463	10,84	,4038	10,94
,4484	10,79	,4079	10,74
,4505	10,71	,4100	10,88
,4526	10,60	,4121	10,76
,4547	10,58	,4142	10,60
,4568	10,45	,4163	10,86
,4588	10,32	,4184	10,74
,4609	10,20	,4204	10,94
,4630	10,08	,4225	10,88
,4651	10,02		
,4672	9,95	,4246	10,86
,4693	9,96	,4267	10,82
,4713	10,05	,4329	11,00
,4734	10,04	,4350	10,86
,4755	9,93	,4371	10,82
,4776	9,94	,4392	10,84
,4797	9,90	,4527	10,98
,4818	9,80	,4538	11,08
,4838	9,76	,4559	10,96
,4859	9,79	,4621	11,00
,4880	9,70	,4642	10,96
,4901	9,81	,4663	11,00
,4922	9,80	,4704	11,00
,4943	9,78	,4725	11,08
,4963	9,91	,4746	10,92
,4984	9,87	,4767	11,20
,5005	9,92	,4788	11,02
,5026	10,05		
,5047	10,00	912,3371	10,92
2431...		,3434	10,80
911,3420	10,34	,3454	10,86
,3441	10,36	,3475	10,90
,3461	10,44	,3496	10,99
,3482	10,40	,3517	10,90
,3503	10,48	,3559	11,04
,3524	10,34	,3579	10,98
,3545	10,48	,3684	10,96
,3566	10,52	,3704	11,06
,3586	10,58	,3725	11,08
,3607	10,46	,3746	10,88
,3628	10,66	,3767	10,90
,3649	10,50	,3788	11,16
,3670	10,46	,3809	10,96
,3691	10,60	,3829	11,00
,3711	10,52	,3850	10,98
,3732	10,62	,3871	10,96
,3753	10,46	,3954	11,04
,3774	10,56	,3975	11,00
,3795	10,74	,3996	11,02
,3816	10,68	,4017	10,94
,3850	10,84	,4059	10,96
,3871	10,60	,4079	10,98
,3892	10,70	,4100	11,04
,3913	10,76	,4121	10,96
,3934	10,90	,4142	11,08
,3954	10,74	,4204	11,04
,3975	10,70	,4225	10,98
,3996	10,84	,4246	10,94
		,4267	10,98

J. D. ☉  
2431...

m

912,4288	10,96
,4309	10,88
,4329	10,86
,4350	10,96
,4371	10,92
,4392	11,08
,4517	10,98
,4538	10,94
,4559	10,90
,4579	11,00
,4621	10,78
,4642	10,84
,4663	10,94
,4684	11,00
,4704	10,95
,4767	10,94
,4788	10,78
,4809	10,86
,4829	10,85
,4850	10,70
,4871	10,71
,4892	10,78
,4913	10,88
,4934	10,77
913,3496	10,86
,3517	11,00
,3538	11,04
,3559	10,98
,3579	11,12
,3600	10,96
,3621	10,72
,3642	11,06
,3663	11,12
,3704	11,10
,3725	10,98
,3746	11,04
,3767	11,00
,3788	11,18
,3809	11,02
,3829	11,12
,3850	11,10
,3871	11,02
,3892	11,06
,3934	11,00
,3954	11,14
,3975	11,04
,3996	10,94
,4017	11,08
,4038	11,20
,4059	11,18
,4079	11,22
,4100	11,00
,4121	11,10
,4163	11,12
,4184	11,16
,4204	11,10

J. D. ☉  
2431...

m

913,4225	11,18
,4246	11,16
,4267	11,10
,4288	11,18
,4309	11,08
,4329	11,10
,4350	11,14
,4392	11,12
,4413	11,14
,4434	11,10
,4454	11,16
,4475	11,14
,4496	11,20
,4517	11,26
,4538	11,16
,4559	11,00
,4579	11,10
,4621	11,08
,4663	11,14
,4684	11,08
,4704	11,00
,4725	11,02
,4746	11,08
,4767	11,00
,4788	10,98
,4809	11,10
914,4913	11,26
,4934	11,24
,4957	11,10
,4975	11,16
,4996	11,08
,5017	11,10
,5038	11,00
,5059	11,04
,5079	10,98
,5121	11,08
,5142	11,19
,5163	11,04
,5184	11,00
,5204	10,94
,5225	10,98
,5246	10,84
,5267	10,86
,5288	10,72
,5309	10,84
,5329	10,78
,5371	10,66
,5392	10,50
,5413	10,48
,5434	10,44
,5454	10,36
,5475	10,22
,5496	10,21
,5517	10,18
,5538	10,06
,5559	9,96
,5600	9,92
,5621	9,93
,5642	9,92

J. D. $\odot$ 2431...	m	J. D. $\odot$ 2431...	m
914,5663	9,90	916,4163	10,42
,5684	9,82	,4184	10,30
,5725	9,85	,4204	10,34
,5747	9,95	,4225	10,30
,5777	9,96	,4246	10,28
,5829	10,00	,4267	10,21
,5850	10,06	,4288	10,20
,5871	10,18	,4309	10,18
,5892	10,08	,4329	10,09
,5913	10,15	,4350	10,10
,5934	10,18	,4371	10,05
,5954	10,15	,4392	10,04
,5975	10,20	,4413	9,90
,5996	10,21	,4434	9,92
,6017	10,17	,4454	10,01
,6059	10,22	,4475	10,06
,6079	10,20	,4496	10,10
,6100	10,26	,4517	10,10
,6121	10,25	,4538	10,18
,6142	10,30		
,6163	10,22	944,3983	11,18
,6184	10,35	,4004	11,25
,6204	10,30	,4025	11,22
,6225	10,32	,4337	11,08
		,4358	11,20
916,3163	11,24	,4379	11,26
,3184	11,08	,4400	11,06
,3204	11,06	,4421	11,24
,3225	10,96	,4442	11,14
,3246	11,08	,4462	11,22
,3267	10,98	,4483	11,10
,3288	11,06	,4504	11,32
,3309	11,12	,4525	11,34
,3329	10,98	,4567	11,20
,3350	11,02	,4587	11,22
,3517	10,98	,4629	11,28
,3538	10,92	,4650	11,24
,3559	11,00	,4671	11,20
,3579	11,08	,4692	11,20
,3600	11,04	,4712	11,14
,3621	11,12	,4733	11,18
,3663	11,06	,4754	11,12
,3684	11,10	,4796	11,06
,3704	11,26	,4817	10,92
,3788	11,24	,4837	10,88
,3809	11,10	,4858	10,80
,3829	11,00	,4879	10,76
,3850	11,08	,4900	10,72
,3892	10,96	,4921	10,70
,3913	10,97	,4942	10,72
,3934	10,92	,4962	10,55
,3954	11,05	,4983	10,40
,3975	10,96	,5004	10,35
,3996	10,95	,5025	10,30
,4038	10,78	,5046	10,10
,4059	10,80	,5067	10,08
,4079	10,70	,5087	9,98
,4100	10,53	,5108	9,98
,4121	10,55	,5150	9,86
,4142	10,44	,5171	9,85

J. D. ⊙ 2431...	m	J. D. ⊙ 2432...	m
944,5192	9,80	296,5354	9,95
,5212	9,89	,5375	9,92
,5254	9,80		
,5275	9,91	641,3852	11,14
,5317	9,88	,3873	11,16
		,3894	11,12
2432...		,3915	11,30
003,3766	11,14	,3936	11,14
,3787	11,18	,3959	11,20
,3808	11,08	,3977	11,26
,3828	11,10	,3998	11,28
,3849	11,06	,4019	11,32
,3870	11,12	,4040	11,30
,3891	11,02	,4061	11,30
,3912	11,16	,4081	11,34
,3933	11,14	,4102	11,36
,3953	11,08	,4123	11,42
,3974	11,20	,4144	11,30
,3995	11,18	,4165	11,40
,4016	11,22	,4186	11,44
,4037	11,34	,4206	11,20
,4058	11,16	,4227	11,12
,4078	11,24	,4248	11,30
,4099	11,12	,4269	11,00
,4120	11,08	,4290	10,90
,4141	11,10	,4311	11,00
,4162	11,24	,4331	10,88
,4183	11,20	,4352	10,90
,4203	11,08	,4373	10,92
,4224	11,14	,4394	10,88
,4245	11,22	,4415	10,66
,4266	11,30	,4436	10,70
,4287	11,20	,4456	10,46
,4308	11,16	,4477	10,48
,4328	11,26	,4498	10,38
,4349	11,22	,4519	10,24
,4370	11,18	,4540	10,21
,4391	11,20	,4561	10,10
,4412	11,16	,4581	9,96
,4433	11,04	,4602	10,03
		,4623	9,95
296,4979	9,85	,4644	10,02
,5000	9,90	,4665	9,94
,5021	9,94	,4686	9,90
,5042	9,88	,4706	10,00
		,4727	9,97
,5063	9,88	,4748	10,02
,5083	9,82	,4769	10,03
,5104	9,86	,4790	9,94
,5125	9,85	,4811	10,02
,5146	9,88	,4831	10,04
,5167	9,84	,4852	10,12
,5188	9,95	,4873	10,13
,5208	10,00		
,5229	9,98	642,3706	10,76
,5250	9,92	,3727	10,78
,5271	9,98	,3748	10,70
,5292	9,87	,3769	10,60
,5313	9,90	,3790	10,52
,5333	10,00	,3811	10,60



J. D. $\odot$ 2432...	m	J. D. $\odot$ 2433...	m
642,3831	10,44	000,4103	11,18
,3852	10,46	,4124	11,22
,3873	10,32	,4145	11,14
,3894	10,30	,4166	11,16
,3915	10,18	,4187	11,18
,3936	10,10	,4207	11,16
,3980	9,98	,4228	11,22
,4019	10,00	,4249	11,20
,4040	10,04	,4270	11,00
,4061	9,94	,4291	10,98
,4081	10,02	,4312	10,90
,4102	9,98	,4332	10,82
		,4353	10,80
671,4031	10,32	,4374	10,70
,4052	10,20	,4395	10,72
,4072	10,18	,4416	10,70
,4093	10,22	,4437	10,65
,4114	9,98	,4457	10,65
,4135	10,00	,4478	10,56
,4156	9,96	,4499	10,42
,4177	10,00	,4520	10,36
,4197	9,96	,4541	10,26
,4218	9,88	,4562	10,22
,4239	9,98	,4582	10,20
,4260	9,90	,4603	10,12
,4281	9,92	,4624	9,98
,4302	9,88		
,4322	10,02	002,3235	10,45
,4343	10,10	,3256	10,20
,4364	9,98	,3277	10,28
,4385	9,96	,3298	10,28
,4406	9,92	,3319	10,20
,4427	10,00	,3339	10,00
,4447	10,12	,3360	9,90
,4468	10,02	,3402	9,98
,4489	10,08	,3423	9,98
,4510	10,10	,3444	10,08
,4531	10,18	,3464	10,00
,4552	10,20	,3485	9,80
,4572	10,18	,3506	9,90
,4593	10,36	,3527	10,02
,4617	10,16	,3548	9,95
,4635	10,20	,3569	10,18
,4656	10,16	,3589	10,05
,4677	10,24	,3610	10,00
,4698	10,28	,3631	10,01
,4718	10,26	,3652	9,97
		,3673	10,05
2433...		,3694	10,00
000,3874	11,20	,3714	10,00
,3895	11,26	,3735	10,15
,3916	11,22	,3756	10,08
,3937	11,18	,3777	10,10
,3957	11,24	,3798	10,12
,3978	11,26	,3819	10,14
,3999	11,20	,3923	10,33
,4020	11,28	,3944	10,30
,4041	11,36	,3964	10,38
,4062	11,34	,4103	10,30
,4082	11,20	,4124	10,32

J. D. ☉ 2433...	m	J. D. ☉ 2433...	m
002,4145	10,45	812,4986	10,92
418,4369	10,38	,5007	11,16
,4390	10,27	,5028	10,98
,4411	10,22	,5049	11,06
,4432	10,22	,5069	11,04
,4452	10,20	,5090	11,02
,4473	10,30	,5111	10,94
,4494	10,22	,5132	10,86
,4515	10,20	,5153	11,00
,4536	10,32	,5167	11,04
,4557	10,22	,5194	10,82
,4577	10,36	,5215	10,88
,4598	10,30	,5236	10,82
,4619	10,26	,5250	10,74
,4640	10,32	,5278	10,70
,4661	10,35	,5299	10,68
,4682	10,30	,5319	10,52
,4702	10,30	,5340	10,50
,4723	10,27	,5361	10,56
,4744	10,20	,5382	10,48
,4765	10,25	,5403	10,34
,4786	10,39	2434...	
,4807	10,28	188,4149	9,94
,4827	10,38	,4170	9,82
,4848	10,42	,4191	9,80
,4869	10,45	,4211	9,78
,4890	10,33	,4232	9,93
,4911	10,40	,4253	9,97
,4932	10,52	,4274	9,93
,4952	10,45	,4295	9,92
,4973	10,47	,4317	9,95
,4994	10,43	,4336	10,00
,5015	10,45		
,5036	10,57	195,4487	9,80
,5057	10,80	,4518	9,80
,5077	10,56	,4539	9,88
,5098	10,52	,4560	9,90
,5119	10,68	,4581	9,88
,5140	10,60	,4601	9,95
,5161	10,64	,4622	9,90
812,4799	11,20	,4643	9,98
,4819	11,22	,4664	9,99
,4840	11,30	,4685	9,97
,4861	11,10	,4705	9,95
,4882	11,04	,4747	10,00
,4903	11,02	,4778	10,07
,4924	10,84	,4810	10,04
,4944	11,08	,4830	10,09
,4965	11,04	,4851	10,09
		,4872	10,07

Aus dem Budapester Material ist die Maximalhelligkeit für 14 Maxima, der Wert von  $t^{\max} - C(2)$  für 13 Maxima bestimmbar (S. Tabelle 5). Obzwar aus den verschiedenen Jahren nur vereinzelte Maxima vorliegen, können wir aus dem vorliegenden Material auch für die sekundäre Periode einige Schlüsse ziehen. So zeigen die beiden letzten Maxima, dass das höchste Maximum

um J. D. 2434195 eintrat. Diesen Befund haben wir bei der Zeichnung der überaus unsicheren Ausgleichungskurve für die Beobachtungen von Judkina in Abb. 5 (rechts) in Betracht gezogen. Das Maximum am J. D. 2433418 wurde auch von Judkina beobachtet und es ist in beidem Material das niedrigste Maximum. Dadurch wird die aus den Beobachtungen von Judkina abgeleitete Epoche J. D. 2433470 für das hellste Maximum bekräftigt. Schon diese spärlichen Daten zeigen, dass die Schwankung der Maximalhelligkeit in unserem photographischen Material zwischen  $9^m,7$  und  $10^m,3$  vor sich geht.

Da die drei Maxima aus dem Jahre 1948 in einem Intervall von 30 Tagen ungefähr gleich hell sind, musste das hellste Maximum um J. D. 2432656 eintreten. Ebenso können wir aus den drei Maxima von 1946 die Epoche des hellsten Maximums ungefähr auf J. D. 2431930 setzen.

Das einzige Maximum am J. D. 2428691 aus d. J. 1937 zeigt einen Buckel im aufsteigenden Aste. Um diese Zeit musste also die Helligkeit der Maxima in der 90tägigen Periode zunehmen. Da das beobachtete Maximum schon ziemlich hell ist, musste die maximale Helligkeit bald darauf, etwa um J. D. 2428700 eintreten. Die zwei ungefähr gleich hellen Maxima aus d. J. 1936 weisen auf eine Epoche um J. D. 2428340 für das hellste Maximum. Bei all diesen Betrachtungen haben wir angenommen, dass die Amplitude der Schwankung der Maximalhelligkeit zeitlich konstant war.

Mit den angenommenen Epochen für die hellsten Maxima bekommen wir aus unseren photographischen Maxima den in Abb. 6 dargestellten Zusammenhang zwischen  $m^{\max}$  und  $\psi$ . Auffallend ist die ungünstige Verteilung

Tabelle 5. Maxima aus den Budapester photographischen Beobachtungen

$t^{\max}$	$t^{\max}-C(2)$	$m^{\max}$	$t^{\max}$	$t^{\max}-C(2)$	$m^{\max}$
242...	(0 <sup>d</sup> 0001)		243...	(0 <sup>d</sup> 0001)	
8332,4710	+0220	9,84	2641,4685	+0407	9,94
8347,4508:	+0238:	9,81	2642,4048	+0409	9,98
8691,4877	+0352	9,76	2671,4184	+0347	9,92
243...			3002,3456	+0420	9,92
1914,5675	+0400	9,88	3418,4440	+0333	10,23
1916,4415	+0418	9,92	4188,4180:	+0453:	9,80
1944,5215	+0381	9,84	4195,—	—	9,70:
2296,5085	+0425:	9,84			

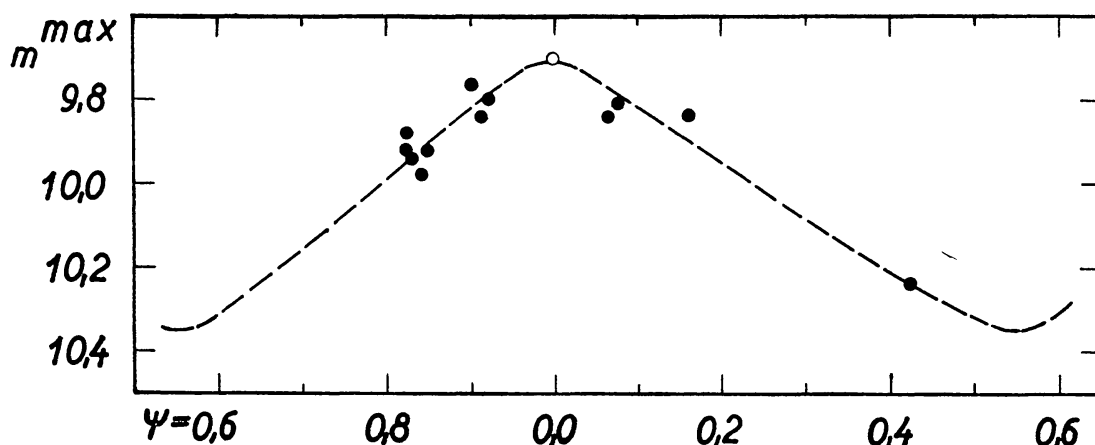
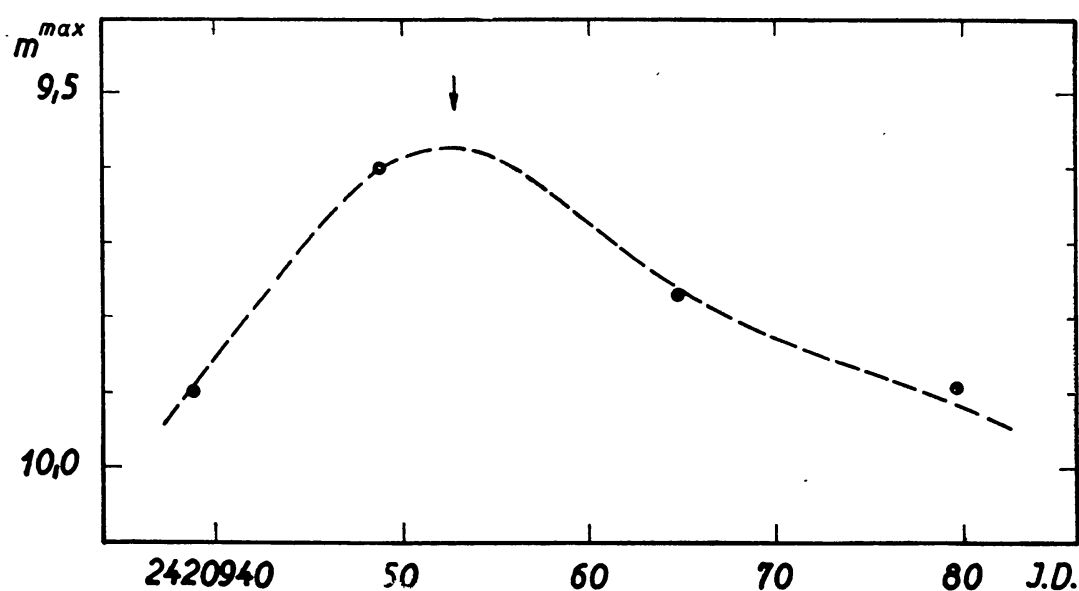
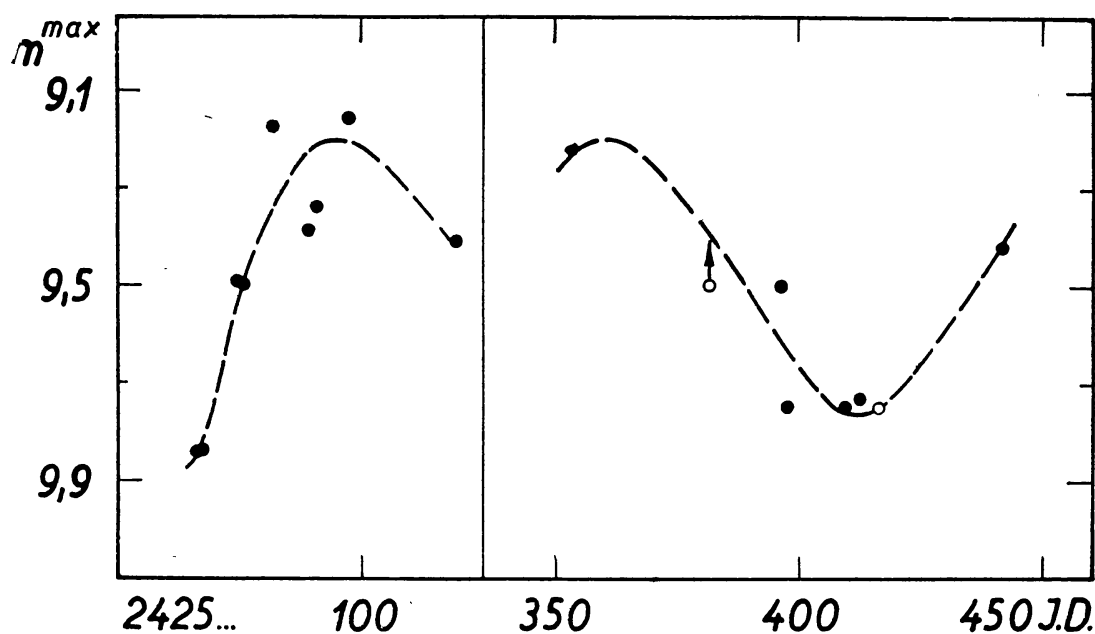


Abb. 6. Die Änderung der maximalen Helligkeit im Laufe der 90tägigen Periode nach den Budapester photographischen Beobachtungen

der beobachteten Maxima nach den Werten von  $\psi$ . Mit Ausnahme eines einzigen liegen alle Maxima im Intervall  $\psi = 0,82 - 0,16$ .

**Die photographischen Beobachtungen von Subbotin, Scharanow und Jordan.** Die am 13'' Taschkenter Astrographen erhaltenen Aufnahmen von



*Subbotin* [10] und *Scharanow* [11] zeigen deutlich die grosse Schwankung der Maximalhelligkeit, wie dies auch von beiden Autoren betont wurde. Die Amplitude ist, wie bei den Budapester photographischen Beobachtungen, nahe 0,6 Grössenklasse.

In der Tab. 6 sind die ersten 6 Maxima von Subbotin, die übrigen von Scharanow publiziert worden. Durch die Subbotinschen Maxima ist die Phase der kleinsten Maximalhelligkeit gut durchbeobachtet. Wir können für den Zeitpunkt des schwächsten Maximums J. D. 2423973 ansetzen und daraus erhält man für den Zeitpunkt des hellsten Maximums J. D. 2423926.

Die aus dem Material von Scharanow bestimmbaren Werte von  $m^{\max}$  sind in Abb. 7 dargestellt. Für die Zeitpunkte des hellsten Maximums ergeben sich auf Grund dieses Diagramms J. D. 2425095 und 2425364. Für die Maximalwerte von  $t^{\max}-C(2)$  erhält man aus dem Subbotinschen Material  $+0^d0025$  und aus dem Scharanowschen Material  $+0^d0080$ .

Tabelle 6. Die von *Subbotin* und *Scharanow* beobachteten Maxima

$t^{\max}$	$t^{\max}-C$	$m^{\max}$	$t^{\max}$	$t^{\max}-C$	$m^{\max}$
242...	(0 <sup>d</sup> 0001)		242...	(0 <sup>d</sup> 0001)	
3937,3497	+0029	9,15	5090,1860	+0025	9,34
3967,2950	—0078	9,78	5097,2028	+0017	9,15
3976,—	—	9,76:	5119,2110	+0076	9,41
3989,2990:	—0027:	9,62:	5353,2365	+0021	9,22
4203,2070	+0010	9,15	5381,—	—	9,50
4372,1710	—0054	9,30	5396,3029:	+0068:	9,50
5066,317	+0050	9,84	5397,249:	+0168:	9,75
5067,267	+0190:	9,84	5409,4053	+0035	9,75
5074,2700	+0006	9,49	5412,2010	—0092	9,73
5075,2250	+0095	9,50	5416,—	—	9,75:
5082,2306	+0041	9,17	5441,2385	+0085	9,42
5089,2535	+0061	9,38			

*Jordan* [9] hat das Maximum nur viermal durchbeobachtet. Seine sehr genaue Extrafokalphotometrie erlaubt aber eine sehr scharfe Bestimmung der Zeitpunkte und der Helligkeit folgender Maxima:

$t^{\max}$	$t^{\max}-C(2)$	$m^{\max}$
2420938,9365	—0 <sup>d</sup> 0052	9,90
0948,—	—	9,60
0964,6801	—0,0050	9,77
0979,6580	—0,0050	9,89

Wie Abb. 8 zeigt, bekommt man aus seinen Beobachtungen eine sehr genaue Epoche für das hellste Maximum: J. D. 2420952,8, während für den Maximalwert von  $t^{\max}-C(2)$  sich  $-0,0050$  ergibt.

**Die visuellen Beobachtungsreihen.** Von den drei umfangreichen visuellen Beobachtungsreihen von *Blaschko* [2, 3, 6], *Luizet* [4] und *Nijland* [8] enthält nur die erste gut durchbeobachtete Maxima. Aus den von *Istchenko* mitgeteilten Blaschkoschen Beobachtungen [17] konnten die in Tab. 7 angeführten Maxima abgeleitet werden. Trägt man die Maximalhelligkeiten gegen J. D. auf (Abb. 9), so tritt die 90tägige Periode, besonders im unteren Teil des Diagramms klar in Anschein. Als Epochen des hellsten Maximums bekommt man J. D. 2417883, 2418438:, 2418518, während für die entsprechenden Maximalwerte von  $t^{\max}-C(2)$  die Werte  $+0^d0009$ ,  $+0^d0002$ : bzw.  $+0^d0004$  angesetzt werden können.

Aus den Beobachtungsreihen von *Luizet* und *Nijland* können die Werte von  $t^{\max}-C(2)$  für Einzelmaxima nicht bestimmt werden. Weil aber die Phasenschwankung des Maximums sehr klein ist, können wir jede Beobachtung

in der unmittelbaren Nähe der Phase 0<sup>d</sup>0 der Hauptperiode zu einer näherungsweisen Bestimmung der Maximalhelligkeit benützen. So erhielten wir die in den Tabellen 8 und 9 angeführten Maximalhelligkeiten. Wie Abb. 10 bezw.

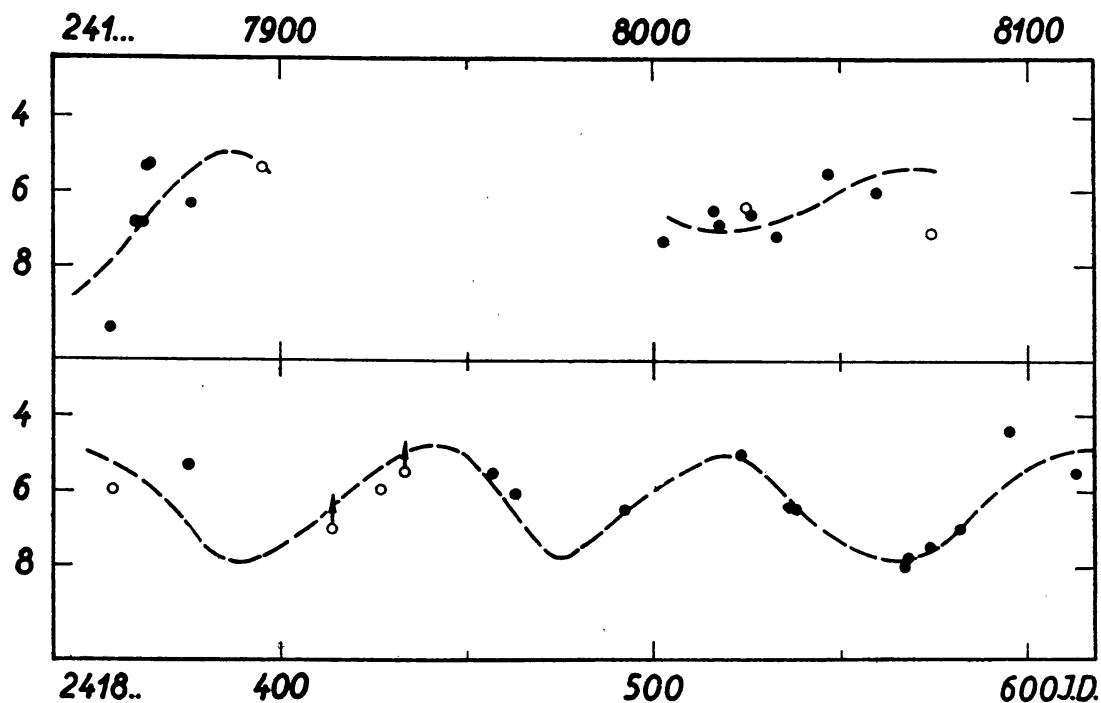


Abb. 9. Die von *Blaschko* beobachteten Maximalhelligkeiten.

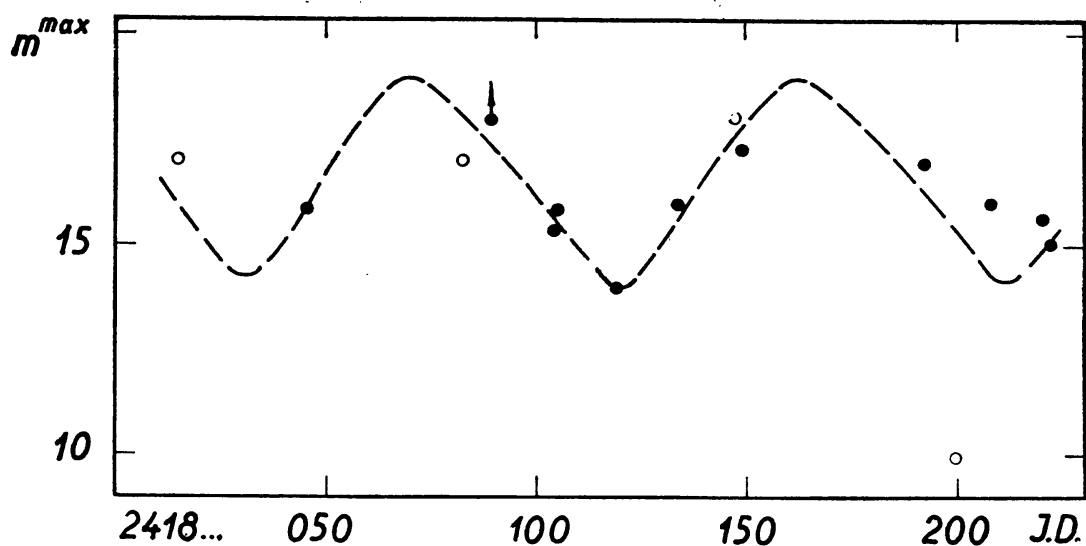


Abb. 10. Maximalhelligkeiten aus den visuellen Schätzungen von *Luizet*

11 beweisen, tritt die 90tägige Periode auch für diese rohen Schätzungen überraschend klar zutage. Wir erhalten besonders aus den Luizetschen Beobachtungen sehr genaue Epochen für das hellste Maximum : J. D. 2418070 und 2418162, aber auch die Nijlandschen Beobachtungen geben einige sichere Epochen : J. D. 2419774, 2420046, 2420506. Die Amplitude der Schwankung

Tabelle 7. Die von *Blaschko* beobachteten Maximalhelligkeiten

$t_{\max}$	$t_{\max}-C(2)$	$m_{\max}$	$t_{\max}$	$t_{\max}-C(2)$	$m_{\max}$
241...	(0 <sup>d</sup> 001)	St.	241...	(0 <sup>d</sup> 001)	St.
7854,—	—	9,65	8426,385:	000:	6,0
7861,433	—001	6,8	8433,399:	—007:	<5,5
7863,316	+010	6,84	8456,330	—011	5,55
7864,247	+005	5,30	8462,415	—011	6,05
7865,186	+008	5,24	8491,436	—009	6,5
7876,422	+010	6,35	8522,338	000	5,0
7895,—	—	5,40	8535,438	—005	6,45
8002,308:	—013:	7,3	8537,326:	+010:	6,48
8016,358	—005	6,5	8566,336	+001	8,00
8017,296	—004	6,9	8567,269	—002	7,8
8024,314:	—006:	6,4:	8573,358	+002	7,5
8025,249	—007	6,6	8581,304	—009	7,0
8032,295:	+018:	7,2	8595,355	000	4,4
8046,313	—005	5,5	8613,145	+003	5,5
8060,358	—002	6,0	8663,227	+003	7,4
8074,409::	+007::	7,1:	8764,330	+004	6,8
8355,246:	+007:	6,0:	242...		
8363,187::	—009::	—	3307,330	—005	3,8
8376,297	—005	5,30	3308,267:	—004:	5,4
8414,—	—	<7	3309,—	—	6,2.

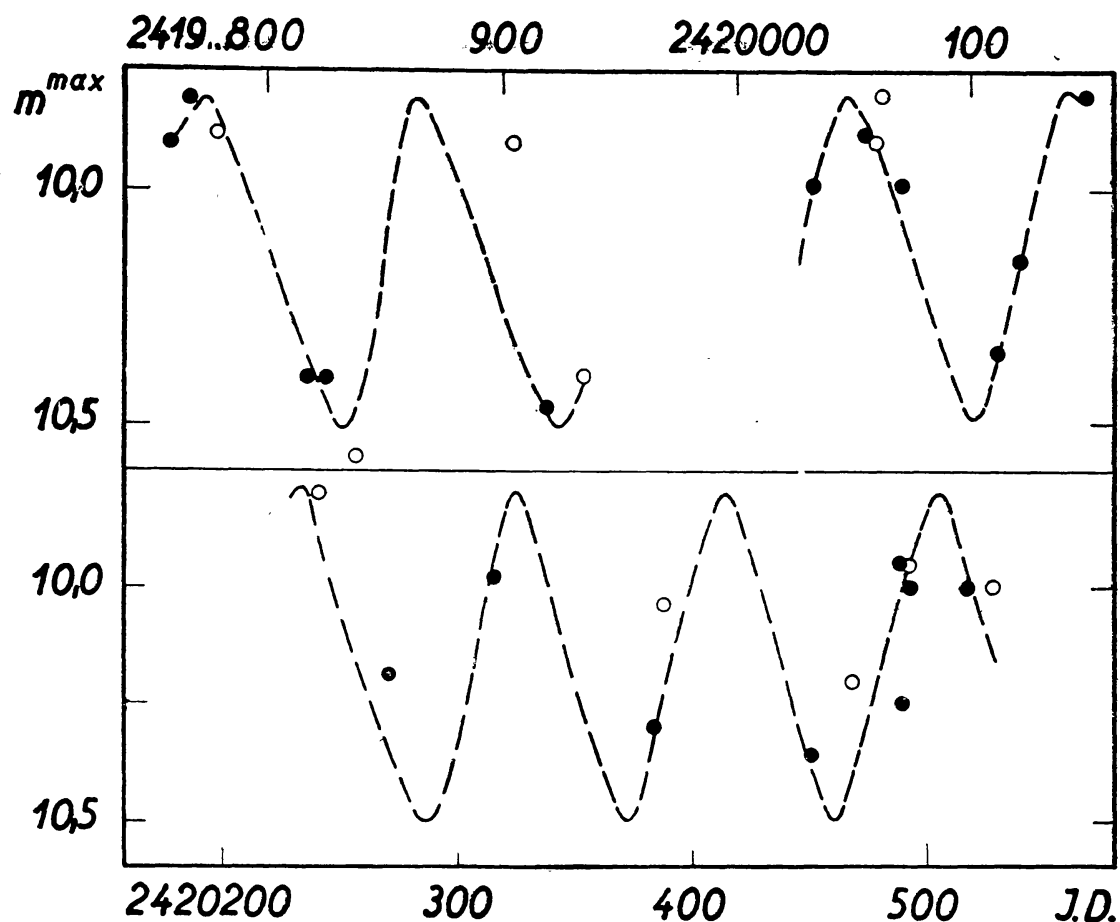
Abb. 11. Maximalhelligkeiten aus den visuellen Schätzungen von *Nijland*



Tabelle 8.  $m^{\max}$  nach Beobachtungen von *Luizet*

J. D.	$m^{\max}$	J. D.	$m^{\max}$	J. D.	$m^{\max}$
2419...		2418...		2418...	
015	(17) St.	104	15,8 St.	192	17 St.
045	15,8	118	14,0	199	10::
082	17::	133	16	207	16
089	> 18	147	18:	215	15,6
103	15,3	148	17,2	222	> 15

Tabelle 9.  $m^{\max}$  nach Beobachtungen von *Nijland*

J. D.	$m^{\max}$	J. D.	$m^{\max}$	J. D.	$m^{\max}$
2419...		2420...		2420...	
758	9,90	032	9,98	270	10,19
766	9,80	054	9,88	315	9,98
778	9,88:	058	9,90:	383	10,30
816	10,40	061	9,80:	387	10,04:
824	10,40	069	9,99	450	10,36
838	10,58:	109	10,33	487	9,95
903	9,90:	120	10,15	488	10,25
918	10,47	147	9,80::	491	9,95:
934	10,40:	240	9,80:	492	10,00
				516	10,00

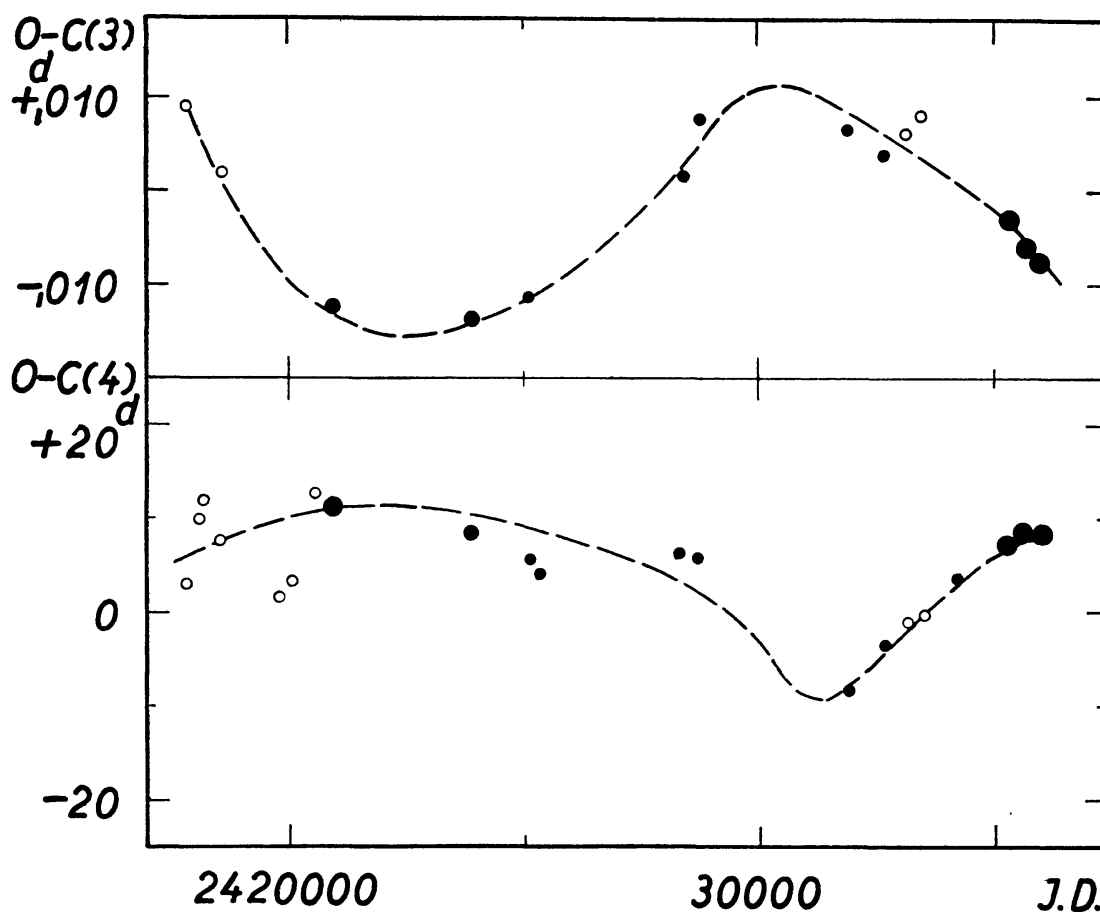


Abb. 12. O—C Diagramme für die Hauptperiode (oben) und für die sekundäre Periode (unten). Visuelle Beobachtungen sind durch leere Kreise, photographische und photoelektrische Beobachtungen durch Punkte dargestellt

der Maximalhelligkeit beträgt bei Nijland 0,7 Grössenklasse, also mehr, als bei allen photographischen Beobachtungsreihen. Es ist möglich, dass die Amplitude der Schwankung sich mit der Zeit ändert, wie dies z. B. bei RW Dra der Fall ist.

**Die Änderungen der Hauptperiode und der sekundären Periode.** Es ist nicht möglich, alle für das hellste Maximum erhaltenen Epochen mit einer konstanten Periode darzustellen. Ebenso zeigt die Hauptperiode Änderungen. In Tab. 10 haben wir die zur Untersuchung dieser Änderungen nötigen Daten zusammengestellt. Endlich sind in Abb. 12 die O—C Diagramme für die Hauptperiode (oben) und für die sekundäre Periode dargestellt. Als Elemente für die Hauptperiode benutzten wir dabei die Formel

$$t^{\max} = \text{J. D. } 2417861,4292 + 0^{\text{d}}468063203 \times E, \quad (3)$$

während für die sekundäre Periode die Formel

$$\text{Hellstes Max.} = \text{J. D. } 2418060 + 90^{\text{d}}12 \times e \quad (4)$$

angesetzt wurde.

Beide Digramme zeigen einen sehr langen Zyklus von ungefähr der gleichen Länge, aber von nahe entgegengesetzter Phase, mit den Amplituden  $0^{\text{d}}013$  bzw.  $10^{\text{d}}$ .

Tabelle 10

Zeitpunkte der hellsten Maxima	$t^{\max}-C(3)$	O—C(4)	Material	
24...				
17883	+0,009	+ 3,2	Blaschko	vis.
18070	—	+10,0	Luizet	vis.
18162	—	+11,9	"	"
18518	+0,002	+ 7,4	Blaschko	vis.
19774	—	+ 1,7	Nijland	vis.
20046	—	+ 3,4	"	"
20506	—	+12,8	"	"
20952,8	—0,0124	+11,0	Jordan	phg.
23926	—0,0137	+ 8,2	Subbotin	phg.
25095	—0,0112	+ 5,6	Scharanow	phg.
25364	—	+ 4,3	"	"
28340	+0,0016	+ 6,3	Budapest	phg.
28700	+0,0076	+ 5,8	"	"
31930	+0,0063	— 8,5	"	"
32656	+0,004	— 3,4	"	"
33109	+0,006	— 1,0	Judkina	vis.
33470	+0,008	— 0,5	"	"
34995	—	+ 3,5	Budapest	phg.
35280	—0,0032	+ 7,1	"	phe.
35642	—0,0064	+ 8,6	"	"
35911	—0,0076	+ 7,2	"	"
36003	—	+ 9,1	"	"

Für die O—C(3) geben die in der Literatur aufzufindenden Normalmaxima (s. z. B. Istchenko Per. Zv. V. 243.) denselben Gang. Aus den O—C Diagrammen können keine eindeutigen Schlüsse auf die Periodenänderungen gezogen werden. Die Struktur der O—C Diagramme kann wohl durch eine kontinuierliche Änderung der Perioden bedingt sein, sie kann aber auch durch eine statistische Häufung unregelmässiger Periodenänderungen entstehen. Für die Diskussion dieser Frage braucht man eine grosse Anzahl von genauen O—C Diagrammen. Sehr wichtig erscheint uns die Relation zwischen den O—C Diagrammen der Hauptperiode und der sekundären Periode. Da diese Relation gegenwärtig nur noch für die Sterne RW Dra und AR Her zu erhalten ist, möchten wir die Diskussion dieser Frage auf eine spätere Veröffentlichung verschieben.

Zum Schluß möchten wir den Herren M. Lovas und K. Gefferth für ihre Hilfe bei den photoelektrischen Beobachtungen und bei den Reduktionen aufrichtig danken.

#### VERZEICHNIS DER LITERATUR ÜBER RV URSAE MAIORIS

1. W. Ceraski: Trois variables nouvelles. AN 176. 109. 1907. Nr. 4207. Der Stern BD + 5491607 wird als veränderlich zwischen 9,2 und 9,4 gefunden. Entdeckt von Frau Ceraski auf Moskauer Platten.
2. S. Blaschko: Mitteilungen über veränderliche Sterne. AN 177. 107. 1908. Nr. 4231. p. 109.: Var. 139, 1907. Ursae Maioris. Beobachtungen Okt. und Nov. 1907. Kurzperiodischer Delta Cephei Stern,  $P = 0,4684$ , Lichtwechsel zwischen 9,2—9,9,  $M - m = 0^h5$ .
3. S. Blaschko: Mitteilungen über veränderliche Sterne. AN 178. 163. 1908. Nr. 4258. Beobachtungen März und April 1908. Elemente:  
Max. = J. D. 2417854,427 +  $0^d46800 \cdot E$   $M - m = 2^h0$ .
4. M. Luizet: Observations, nouveaux éléments et courbe de lumière de l'étoile 139. 1907. Grande Ourse (B. D. + 5491607). Bull. Astr. 26. p. 118. 1909. 107 visuelle Schätzungen, Zeitangaben in Pariser Zeit. Umgebungskarte. Neue Periode  $P = 0^d468116$ ,  $M - m = 0^d158$ . 10 hel. Maxima. (Zeitangaben in Pariser Zeit, in [6] sind diese in Greenwicher Zeit angegeben.)
5. M. Luizet: Nouveaux éléments et courbe de lumière de l'étoile variable RV Ursae Maioris (BD + 5491607) AN 179. 321. 1909. Nr. 4292.
6. S. Blaschko: Mitteilungen über veränderliche Sterne. AN 186. 263. 1910. Nr. 4456. Neue Elemente:  
Max. = J. D. 2417861,434 +  $0^d468058 \cdot E$   
Die Beobachtungen sind später in [17] mitgeteilt worden.
7. S. Beljawsky: Sur l'étoile variable RV Ursae Maioris. Pulkovo Bull. Vol. VI. No. 67. 1915. 70 photographische Beobachtungen.  $A_{phg} = 1,36$ .  $M - m = 0^d105$ .
8. A. A. Nijland: Beobachtungen von Cepheiden. Utrecht Rech. Astr. VIII. p. 229. 1922. 236 visuelle Schätzungen zwischen J. D. 2419757 und 2420527. (S. noch AN 210. 269, wo aber nur das Verzeichnis der beobachteten Veränderlichen mitgeteilt worden ist.)
9. Frank C. Jordan: Photographic photometry with the thirty-inch Thaw-refractor. The light-curves of 29 Cepheid variables. Allegheny Publ. VII. p. 40: RV Ursae Maioris. 281 photographische Beobachtungen. Starke Veränderlichkeit der Maximalhelligkeit.
10. M. T. Subbotin: On the short period variable RV Ursae Maioris. AN 231. 153. 1927. 176 photographische Beobachtungen erhalten in Taschkent am 13" Astrographen. (Die Beobachtungen aus d. J. 1924 wurden von V. Surovtzev RAJ 2. 61. publiziert. Diese Arbeit ist uns nicht zugänglich.) Hinweis auf starke Veränderlichkeit der Lichtkurve.
11. W. W. Scharonow: Photographic observations of the variable star RV Ursae Maioris. Taschkent Publ. III. p. 58. 1930. 314 Aufnahmen aus 1927—28, starke Veränderlichkeit der maximalen Helligkeit. (Russisch, engl. Zusammenfassung S. 78.)

12. *L. V. Robinson*: The light-curves of Cepheid variables. Harv. Ann. 90. Bearbeitung des Harvard Plattenmaterials. RV UMa ist Nr. 52. der bearbeiteten Objekte. p. 40: Vergleichsterne, p. 48: Elemente:

$$\text{Max. hel.} = 2421653,6723 + 0^d46806213 \cdot E$$

Max. Hell. = 9,60, min. Hell. = 10,11,  $\varepsilon = 0,30$ . P. 56. Fig. 6. 1. Lichtkurve. P. 62: Lichtkurve in Zahlenangaben, p. 71: Bemerkung über die besondere Form der Lichtkurve, p. 83: Typ RRb.

13. *A. Soloviev*: Die mittleren Lichtkurven von 15 RR Lyrae-Sternen. Per. Zv. 4. 382. (uns nicht zugänglich).

14. *A. Soloviev*: Die mittleren Lichtkurven von 18 RR Lyrae-Sternen. Per. Zv. 5. 83. 1935. 200 visuelle Schätzungen. Normalmaximum: J. D. 2427860,666. Bild der Lichtkurve.

15. *A. Soloviev*: Tadjik Obs. Circ. 3. 1934. Normalmaximum: 2427581,697. Ib. Nr. 10. 1935. Normalmaximum (s. [14]). Nr. 17. 1936. Mittlere Lichtkurve. Nr. 41. 1939. Neue Elemente:

$$\text{Max. hel.} = 2425053,684 + 0^d46806285 \cdot E$$

16. *V. Dombrowsky*: Tadjik Obs. Circ. 2. 1934. Sprunghafte Periodenänderung. Ib. Nr. 13. 1935. Untersuchung der Periodenänderungen nach Beobachtungen von Luizet, Nijland, Soloviev, Beljowsky, Jordan, Scharonow und nach unpublizierten Beobachtungen von Dombrowsky ( $n = 688$ ) und Zessewitsch ( $n = 384$ ). Elemente:

$$\text{Max. hel.} = \text{J. D. } 2417861,431 + 0^d468062 \cdot E$$

Sprunghafte Zunahme der Periode bei  $E = 15000$ . Die von Scharonow gefundenen Lichtkurvenänderungen wurden durch visuelle Beobachtungen von *Zessewitsch* nicht bestätigt. (s. Leningrad Bull. 3. p. 17. 4. p. 19. Cat. and Eph. 1931. p. 23. Mitteilungen von *W. Zessewitsch*.)

17. *I. M. Istchenko*: Über die Periodenänderung von RV Ursae Maioris (russisch). Per. Zv. V. 243. 1939. 201 visuelle Schätzungen, Lichtkurve,  $O-C$  Diagramm. Darstellung von 18 Normalmaxima durch zwei lineare Elemente. Veröffentlichung der Beobachtungen von *Blaschko*.

18. *J. Ashbrook*: Ephemeris correction for seven Cepheid variables. Harv. Bull. 917. 1943. p. 10. 47 visuelle Schätzungen i. J. 1938. Normalmaximum 2429113,690. Die Beobachtungen sind nicht veröffentlicht.

19. *B. A. Manova, N. B. Perowa, T. D. Vatkyna*: Per. Zv. VII. 271. 1950. Normalmaximum aus 1938 nach 387 visuellen Schätzungen: J. D. 2433136,219.

20. *W. P. Judkyna*: RV Ursae Maioris a) Per. Zv. VIII. 289. 1951 (russisch). 222 visuelle Schätzungen aus 1949 und 1950. Umgebungskarte, Lichtkurve, b) Per. Zv. IX. 314. 1953. p. 321. 213 Schätzungen aus 1951—52. Zwei verschiedene Typen von Lichtkurven.

21. *R. Kühn*: Der Licht- und Farbenwechsel einiger RR Lyrae-Sterne. AN 279. 241. 1951. München Ver. IV. Nr. 1. Visuelle Messungen mit einem Graffschen Keilphotometer in drei Farbbereichen am 30 cm Refraktor der Münchener Sternwarte. Die Amplituden sind: 1,21 ( $\lambda = 5000 \text{ \AA}$ ), 1,10 ( $\lambda = 5570 \text{ \AA}$ ), 0,92 ( $\lambda = 6200 \text{ \AA}$ ). Die Originalbeobachtungen wurden nicht publiziert, eine Nachfrage blieb erfolglos.

Weitere kürzere Mitteilungen über den Stern: 22. *L. Campbell*: Harv. Ann. 63. 167. Helligkeiten der Vergleichsterne. 23. *Baranov*: Engelh. Publ. 7. 11. u. 21. Ortsbestimmung. 24. *Fleming*: Harv. Ann. 56. 193. Spektrum F5?. 25. *R. E. Wilson*: ApJ 89. 218. 1939. Eigenbewegung nach *P. F. Bok, C. D. Boyd* Harv. Bull. 893. 1933.  $\mu_\alpha = +''017 \pm 8$ ,  $\mu_\delta = -''018 \pm 8$ . 26. *A. H. Joy*: PASP 60. 302. 1938. Aus mehreren Spektrogrammen mittlere Radialgeschwindigkeit =  $-180 \text{ km/sec}$ . 27. *H. Shapley*: ApJ 48. 279. 1918. Parallaxe. 28. *P. P. Parenago*: Per. Zv. VI. 79. Tab. 1. p. 81.  $r = 1150 \text{ ps}$ ,  $l = 74^\circ 7'$ ,  $b = +62^\circ$ ,  $V_r = 180$ , EB nach [25]. p. 83:  $R = 8200 \text{ ps}$ ,  $z = 1200 \text{ ps}$ ,  $\theta = +3^\circ 6'$ ,  $V_x = +84$ ,  $V_y = -158$ ,  $V_z = -135$ ,  $V_r = -172$ ,  $V_\odot = +196$ ,  $V_z = -128$ ,  $V = 290$ . 29. *E. D. Pawłowska (Perepelkina)* Per. Zv. IX. 233. P. 242. Referenzsterne, p. 248. EB  $\mu_\alpha = -''019 \pm ,005$ ,  $\mu_\delta = -''043 \pm ,005$ , p. 255. EB Mittel aus den EB von Pawłowska und Harvard:  $\mu_\alpha = -''015 \pm ,004$ ,  $\mu_\delta = -''040 \pm ,004$ . 30. *E. D. Pawłowska*: Per. Zv. IX. 349. p. 350:  $r = 830$ ,  $V_r = -180$ ,  $V_r' = -112$ , p. 352: Kin. Daten. p. 356:  $R = 7310$ ,  $z = +733$ ,  $V_R = -77 \pm 21$ ,  $V_\odot = +26 \pm 42$ ,  $V_z = -69 \pm 21$ ,  $V = 107 \pm 21$ ,  $V_\infty = 294$ .

Budapest—Szabadsághegy, 20. Dezember 1957.

## DISCUSSION OF TWO VISUAL BINARY SYSTEMS

by *T. Herczeg*

*ADS 12096.* The binary ADS 12096 (B 427), discovered by *van den Bos*, is of special interest because of the remarkably short period  $P = 2,68$  years, figuring in various catalogues. This value was given by *Voronov* who published his orbit for ADS 12096 in 1937 [1]. The corresponding dynamic parallax ( $\pi = 0,055$ ) is, however, relatively large and it seems doubtful whether a star of almost naked-eye brightness and of such considerable annual parallax could have remained unnoticed. Nevertheless, *Baize* classified *Voronov*'s elements in his catalogue [2] as being "médiocre" and *Muller* alone labelled this orbit in the supplements to his catalogue as being "sans grand signification" [3]. It is, in the reality, quite easy to demonstrate that these elements are entirely fallacious and the system ADS 12096 must be cancelled from the list of stars with known orbits.

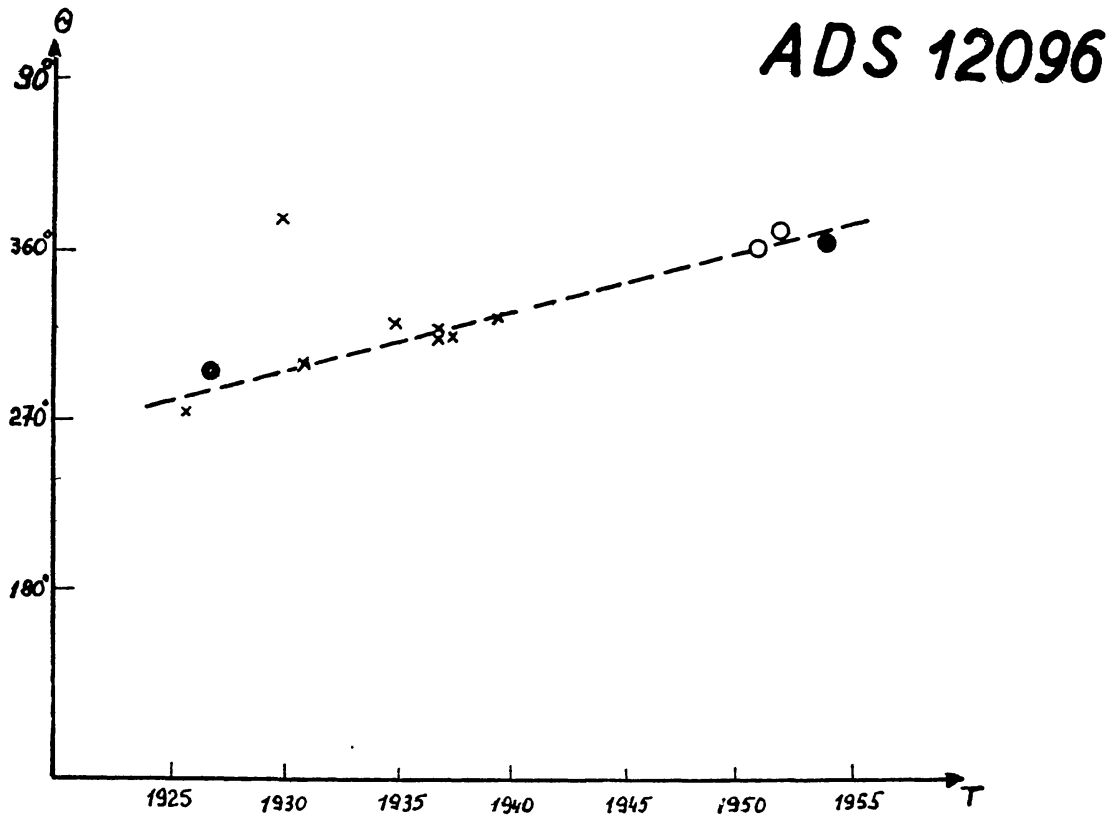
Let us, for instance, consider the following set of observations :

Table 1. (ADS 12096)

Date	Pos. angle	Sep- rtion	Observer	Number of obs.	Remark
1925,7	276,0	0,14	van den Bos	1}	Aitken CDS "Too close for our aperture"
1926,7	297,2	0,13	Aitken	2}	
1929,65	19,4	0,12	van den Bos	2}	
1930,65	300,3	0,14	"	4}	
1934,71	316	0,14	"	1	Interferometric
1934,76	329	$\leq 0,117$	"	2	
1936,74	319,0	0,13	Finsen	1	
1936,75	315,6	0,13	van den Bos	5	
1937,60	315,7	0,12	"	3}	"Doubtful, too close"
1939,72	325	0,12	"	1}	
1950,61	6,6	0,266	Wilson	3	Interferometric ; "Spurious" cf. J. O. 34. 88.
1950,78	—	$< 0,117$	Finsen	1	Interferometric
1951,65	17,7	0,20	Wilson	3	Lick 36"-refractor Interferometric
1953,68	$8 \pm$	0,12	Muller	1	
1953,70	—	$< 0,117$	Finsen	1	

The *distances* show no significant variation or rather, no variation can be surely established on the basis of the measurements published till now. With the *position angle*, the situation is sensibly different. This shows a

clear tendency to increase and passed about one quadrant from the date of first observations. It is evident, at first sight, that the star did not yet complete a revolution since its discovery as a binary system and that the period may be of the order of several decades or, perhaps, centuries instead of less than 3 years. The false ground for the previous computation is probably the very discordant observation due to *van den Bos* from the year 1929, the great "advance" in position angle being possibly considered as real by *Voronov*.



These simple considerations seem to deprive the binary of its special interest. We may restrict ourselves to some rough estimates on the possible nature of the system.

Let us assume, first, that the orbit is *circular* and the inclination is close to zero. In this case the period is of the order of 120 years, the radius about  $0''.13$  and, consequently, the dynamic parallax is  $\pi = 0''.0026$ . The visual absolute magnitudes are than  $M_1 = -0.9$  and  $M_2 = -0.7$ . Of course, the inclination needs not to be zero. Nevertheless, on the basis of the observations tabulated above, we can give a limit for it, being probably less than  $40^\circ$  (if  $e = 0$ ). This would mean that the parallax may be somewhat larger, about 30–40 per cent at most.

Assuming, on the other hand, that the *eccentricity is very high*, say  $e = 0.8$ , we can consider two limiting cases. If the observed arc defines the periastron section of the orbit, we may take a period of the order of 1600 years and a semi-axis major about  $0''.65$ . These values give for dynamic parallax



and absolute magnitudes almost identical figures as quoted above. If, however, the observed arc contains the apastron, approximately in the middle, we get for minimal values of period and semi axis-major  $P = 50$  years and  $a = 0''.15$ , respectively, and further, for the dynamic parallax  $\pi = 0''.0048$ , for the luminosities  $M_1 = +0.5$  and  $M_2 = +0.7$ .

On the ground of these estimates we may conclude that the stars are probably early *K*-type giants of luminosity class III and of absolute brightness about hundred times that of the Sun. The resulting parallax would be  $\pi = 0''.004$  and the relatively large proper motion, mentioned in Aitken's Catalogue would then correspond to a tangential velocity of 85 km/sec, surely a possibility not without any interest.

*PROVISORY ORBIT FOR ADS 10196.* This rather difficult pair (ADS 10196 = BDS 13353 = A 1141) was discovered more than fifty years ago by *Aitken* and completed almost two revolutions since its discovery. The calculation of any orbit is extremely uncertain because of the large scattering of individual observations and, moreover, because a considerable part of the orbit is practically unattainable for micrometric measurements. The relative positions seem to form a "cloud" rather than an arc of a projected orbit. It is perhaps characteristic that in 1941 the star was measured at the same time by two distinguished observer but the results are entirely discordant. Further, as already remarked, it is hopeless to observe the periastron section of the orbit, and a possible error in the quadrant means another difficulty.

It is, however, relatively easy, in spite of all these difficulties, to give a provisory solution. The observational basis of a solution is given by the fine set of measurements due to *Van Biesbroeck* giving a rather clear picture of the variation of position angle [4]. Thus in the relatively well observed apastron section of the orbit we get some more or less reliable normal points and an independent estimate of the period makes the classical Thiele-Innes-method applicable. Although *Van Biesbroeck* himself cautiously remarked: "A pair to watch carefully" — the very small separation renders the pair, in the reality, unobservable till about 1961 or 1962. It seems not to be worth while to postpone a provisory solution till that date.

The basis of our discussion are the measurements tabulated in Table 2 (together with the  $O-C$  values resulting from our solution).<sup>\*</sup> The three normals of van Biesbroeck have been abandoned and replaced by yearly means more suited for studying such a rapidly moving pair.

The period has been taken to 29 years and that on the following grounds. Comparing Aitken's position angle measurements from 1905 with the measurements of the years 1933—35, we must conclude that the period cannot be less than 28 years. On the other hand, Aitken succeeded to measure the pair in 1921 without much difficulty (the error given in L.O.B. 413 is  $\pm 0''.01$  for the distance), but in 1951 van den Bos found ADS 10196 "too close" for his  $27\frac{1}{2}$  inch refractor. This makes it probable that the actual value of the period is less than 30 years. We adopted, therefore,  $n = 360^\circ/29 = 12^\circ.414$  per years for the mean motion.

<sup>\*</sup> The last two (unpublished) measurements were kindly sent to me by Prof. Paul *Muller* (Paris).



Table 2  
(ADS 10196)

Date	Pos. angle	Sepa- ration	$O-C$ in $\Theta$	$O-C$ in $\varrho$	Observer	Remark
1905,45	18°8	0",18	-4°7	+0°04	A	
1915,49	4,0	0",18	-2,2	-0,04	A	
1921,48	352,3	0,16	-4,5	-0,01	A	
1925,55	"too close"		(129,8)	(0,05)	A	
1932,58	11,8	0,18	-18,4	+0,06	Finsen	
1933,48	30,4	0,14	+ 3,7	+0,01	VBs	
1933,57	29,5	0,15	+ 3,1	+0,02	A	Quadrant reversed
1934,47	26,3	0,18	+ 2,8	+0,04	VBs	
1934,54	29,6	0,18	+ 6,3	+0,04	A	Quadrant reversed
1935,54	20,2	0,18	- 0,4	+0,02	VBs	
1936,45	13,3	0,16	- 5,3	-0,01	VBs	
1936,61	30,6	0,17	+12,4	0,00	Finsen	
1938,48	14,4	0,15	- 0,3	-0,03	VBs	
1940,42	10,8	0,19	- 0,8	-0,01	VBs	
1941,42	21,6	0,21	+11,4	0,00	B	Quadrant reversed
1941,42	0,7	0,23	- 9,5	+0,02	VBs	
1944,39	6,7	0,22	+ 0,3	0,00	VBs	
1945,34	3,6	0,26	- 1,6	+0,04	VBs	
1949,19	0,1	0,21	+ 0,7	+0,03	VBs	
1951,57	"too close"		(352,8)	(0,105)	B	
1955,48	"simple"		(127,7)	(0,05)	Couteau	

Taking the following normal points :

$$\begin{array}{lll} t_1 = 1935,0 & t_2 = 1940,5 & t_3 = 1948,0 \\ \varrho_1 = 0",15 & \varrho_2 = 0",204 & \varrho_3 = 0",20 \\ \Theta_1 = 22",0 & \Theta_2 = 11",5 & \Theta_3 = 1",5 \end{array}$$

we obtain the following set of elements (and the corresponding ephemeris).

Table 3.  
ADS 10196 elements and ephemeris

$P = 29$ years	$A = -0,0944$
$a = 0,229$	$F = -0,2042$
$T = 1923,63$	$B = -0,0258$
$e = 0,89$	$G = +0,0570$
$i = 101,7$	
$\Omega = 169,25$	
$\omega = 292,6$	

$t = 1958,0$	$\varrho = 0,07$	$\Theta = 58,2$
1960,0	0,09(5)	38,6
1962,0	0,12(5)	28,5
1964,0	0,15	22,0
1966,0	0,17	17,4
1968,0	0,19	13,6
1970,0	0,21	10,8(5)

The residuals in Table 2 are, in general, quite considerable, but we must keep in mind that all the tabulated measurements are *individual* observations on a rather difficult pair. The observation of *Finsen* from 1932, for

example, is discordant to such an extent that we may take it "spurious" without much scruple. Forming means of some neighbouring measurements in Table 2, the calculated positions would give a much better fit of observational data.

The positive trend in the residuals, indisputable for the years 1933—34, is, however, undoubtedly real. Unfortunately, we did not succeed to reach a better agreement between observation and computation. The 1940 normal is rather well defined and, as a consequence of the remark "too close" from 1951, the relatively small distance in 1948, i. e. at the date of the third normal point seems also to be ascertained. No acceptable position, thereupon, of the first normal led to a real solution.\*

Therefore, the present orbit is of only preliminary character. This is perhaps indicated by the resulting dynamic parallax too, which turns out to be  $\pi = 0.0168$ , giving the absolute magnitude  $M = +4.6$ . If, than, the orbital elements tabulated above are approximately correct, the system is sensibly subliminous, the difference being about half a magnitude.

Budapest, November 25, 1956.

- [1] Tashkent Obs. Circ. 27. 1937 ; [2] J. O. 33. 1, 1950 ; [3] J. O. 37. 153, 1954 ;  
[4] Yerkes Publ. Vol. VIII. Pt. VI.

\* In our solution the unsuccessful attempt of measuring the system made in 1951 by van de Bos has obviously a very critical role. But in the author's opinion such negative results due to expert observers are of incomparably greater importance than some uncertain measurements near (or beyond) the limit of actual instrumental capacity.

MITTEILUNGEN  
DER  
STERNWARTE  
DER UNGARISCHEN AKADEMIE  
DER WISSENSCHAFTEN

BUDAPEST—SZABADSÁGHEGY

ИЗВЕСТИЯ  
АСТРОНОМИЧЕСКОЙ  
ОБСЕРВАТОРИИ  
АКАДЕМИИ НАУК  
ВЕНГРИИ

Nr. 36.

I. GUMAN  
VZ CANCRI, EIN RR LYRAE-STERN MIT SEHR KURZER  
SEKUNDÄRER PERIODE

BUDAPEST, 1955

## VZ CANCRI, EIN RR LYRAE-STERN MIT SEHR KURZER SEKUNDÄRER PERIODE

Der Veränderliche VZ Cancr<sup>1</sup> ist der zweithellste RR Lyrae-Stern des nördlichen Sternhimmels. Merkwürdigerweise wurde sein Lichtwechsel erst im Jahre 1949 von *B. S. Whitney* entdeckt.<sup>2</sup> Er erhielt in den Jahren 1942—1949 492 photographische Aufnahmen, aus denen er die Lichtkurve und die Elemente des Lichtwechsels ableitete. Die Belichtungszeiten seiner Aufnahmen waren verschieden und manchmal ziemlich lang (bis zu 30 Minuten), so dass die einzelnen Beobachtungen die Mittelgrösse eines Lichtkurvenabschnittes darstellen. (Manchmal ist dieser Abschnitt länger, als der ganze aufsteigende Ast.) Er leitete deshalb zwei Lichtkurven ab, eine aus Aufnahmen mit Belichtungszeiten kürzer als 20 Minuten, und eine andere aus solchen mit Belichtungszeiten von 20 bis zu 30 Minuten. So ist es zu erklären, dass er die ziemlich grossen Lichtkurvenveränderungen nicht bemerkt hat. Die einzelnen Beobachtungen und die Zeitpunkte der einzelnen Maxima teilte *Whitney* leider nicht mit, so dass wir bei der Analyse der Periode und der Lichtkurve allein auf unsere Beobachtungen angewiesen sind.

*Whitney* erhielt aus der Analyse seiner Beobachtungen die Elemente :

$$\text{Max}_{\odot} = \text{J. D. } 2431550.710 + 0.^{\text{d}}1783639. E, \quad (1)$$

photographische Grenzhelligkeiten des Lichtwechsels  $7.^{\text{m}}57 - 8.^{\text{m}}30$ , Dauer des aufsteigenden Astes  $M - m = 0.^{\text{p}}24$ . Diese Resultate können als mittlere Elemente betrachtet werden und bedürfen, nach Heranziehung meiner Beobachtungen, nur einer kleinen Korrektur.

Spektrum und Radialgeschwindigkeit wurden von *A. H. Joy* und *R. E. Wilson* untersucht.<sup>3</sup> Nach ihrer Arbeit ist der Spektraltyp zwischen A7 im Maximum und F2 im Minimum veränderlich. Die Radialgeschwindigkeit beträgt im Mittel  $+24$  km/sec. Die totale Amplitude ihrer Änderungen ist 52 km/sec.

**Die Beobachtungen** wurden im April 1951 begonnen. Bis Februar 1954 erhielt ich in 24 Nächten 1236 Grössenbestimmungen. Die für den Veränderlichen erhaltenen Grössen und die dazugehörigen heliozentrischen Zeiten sind in Tabelle 3 angeführt. Die Messungen wurden mit einem RCA 931A Multiplier ausgeführt. Der von dem Elektronenvervielfacher abgegebene Photostrom wurde mit Hilfe eines Gleichstromverstärkers und eines Spiegelgalvanometers gemessen. Näheres über die Ausrüstung und Messungsmethode

<sup>1</sup> BD  $+10^{\circ} 1848$ , ( $7.^{\text{m}}8$ ) ; HD 73857 ( $7.^{\text{m}}53$ ,  $7.^{\text{m}}81$ , F0) ;  $\alpha = 8^{\text{h}} 35^{\text{m}} 27^{\text{s}}$ ,  $\delta = +10^{\circ} 10'8$  (1900.0).

<sup>2</sup> PASP 62, p 56. 1950.

<sup>3</sup> PASP 62, p 58. 1950.

wurde an anderer Stelle mitgeteilt.<sup>4</sup> Als Beobachtungsinstrument diente das 60 cm Spiegelteleskop der Sternwarte. Als Vergleichstern wurde BD +11° 1894 (7.<sup>m</sup>5) = HD 73938 (7.<sup>m</sup>40, 7.<sup>m</sup>40, A0) benutzt. Die Helligkeit dieses Sternes ist ungefähr gleich der Helligkeit der niedrigsten Maxima von VZ Cancri. Die Ablesungen am Galvanometer erfolgten in Zwischenzeiten von je 15 Sekunden, und zwar einmal auf den Hintergrund, einmal auf den Stern eingestellt. Auf dieser Weise erhielt ich je zwei Messungen in einer Minute. Der Vergleichstern wurde je nach Notwendigkeit in Zwischenzeiten von 20 bis 30 Minuten beobachtet. Die auf diese Weise ausgeführten Messungen des Vergleichsternes ergaben gegen die Beobachtungszeit aufgezeichnet eine gut ausgleichbare Kurve, die zur Reduktion der Messungen von dem Veränderlichen dienten. Die Messungen am Veränderlichen wurden zu je zwei gemittelt und dann die mit Hilfe des Vergleichsternes erhaltenen Intensitäten in Grössenklassen umgewandelt. Der Vergleichstern liegt 1° nördlich von dem Veränderlichen und darum musste auch die Extinktionskorrektion an die Beobachtungen angebracht werden. Wegen des kleinen Betrags der Extinktion (im allgemeinen unter 0.<sup>m</sup>01) wurde durchwegs 0,4 als Extinktionsfaktor benutzt. Die Differenz  $\Delta m$  wurde im Sinne Veränderlicher — Vergleichstern gebildet.

**Die Maxima und die Änderungen der Maximalhelligkeiten.** Ich erhielt insgesamt 26 Maxima, die in Tabelle 1 angeführt und einige auch in Abbildung 1 wiedergegeben sind. Schon die ersten beobachteten Maxima zeigten, dass die Lichtkurve veränderlich ist. Um Klarheit über den Verlauf dieser Änderungen zu schaffen, braucht man möglichst viele und dicht aufeinander folgende Maxima zu beobachten. Leider ist aber das hiesige Winterwetter meistens ungünstig, so dass der Veränderliche nicht sehr oft beobachtet werden kann. Das ungünstige Wetter beeinträchtigte auch die Genauigkeit der Beobachtungen stark.

Wie aus den in Abbildung 1 mitgeteilten Lichtkurven zu sehen ist, sind die Lichtkurvenänderungen ziemlich gross. Das höchste Maximum wurde am J. D. 2434743 mit  $\Delta m = -0.<sup>m</sup>390$ , das tiefste am J. D. 2434772 mit  $\Delta m = +0.<sup>m</sup>190$  beobachtet. So beträgt die totale Amplitude der Lichtkurvenänderungen 0.<sup>m</sup>58. Die Tiefe der Minima schwankt zwischen  $\Delta m = +0.<sup>m</sup>45$  und  $\Delta m = +0.<sup>m</sup>65$ . Die Amplitude der Lichtkurve ist zwischen 0.<sup>m</sup>45 und 0.<sup>m</sup>95 veränderlich. Die Analyse der Höhe der Maxima ergab, dass die Veränderungen der Maximalhelligkeit periodisch sind. Die Zeitpunkte der höchsten Maxima sind durch folgende Formel darstellbar:

$$t_{\odot} = \text{J. D. } 2433738.9862 + 0.<sup>d</sup>71633 \cdot e. \quad (2)$$

Die sekundäre Periode ist also kürzer als ein Tag und beträgt 4.016 Hauptperioden.

Die zahlenmässigen Angaben über die Maxima sind in Tabelle 1 zusammengestellt. Hier sind in der ersten Kolumne die nach der Formel (3) gerechneten Epochenzahlen angegeben. Die zweite Kolumne enthält die Zeitpunkte der beobachteten Maxima und die dritte die Helligkeiten derselben. Die nach Formel (2) gerechneten Phasen  $\psi$  der Maxima, in Einheiten der 0,7tägigen Periode, sind in der letzten Kolumne angegeben. Die Schwankung der Maximalhelligkeit mit der 0,7tägigen sekundären Periode ist in

<sup>4</sup> Budapest Mitt. Nr. 33.

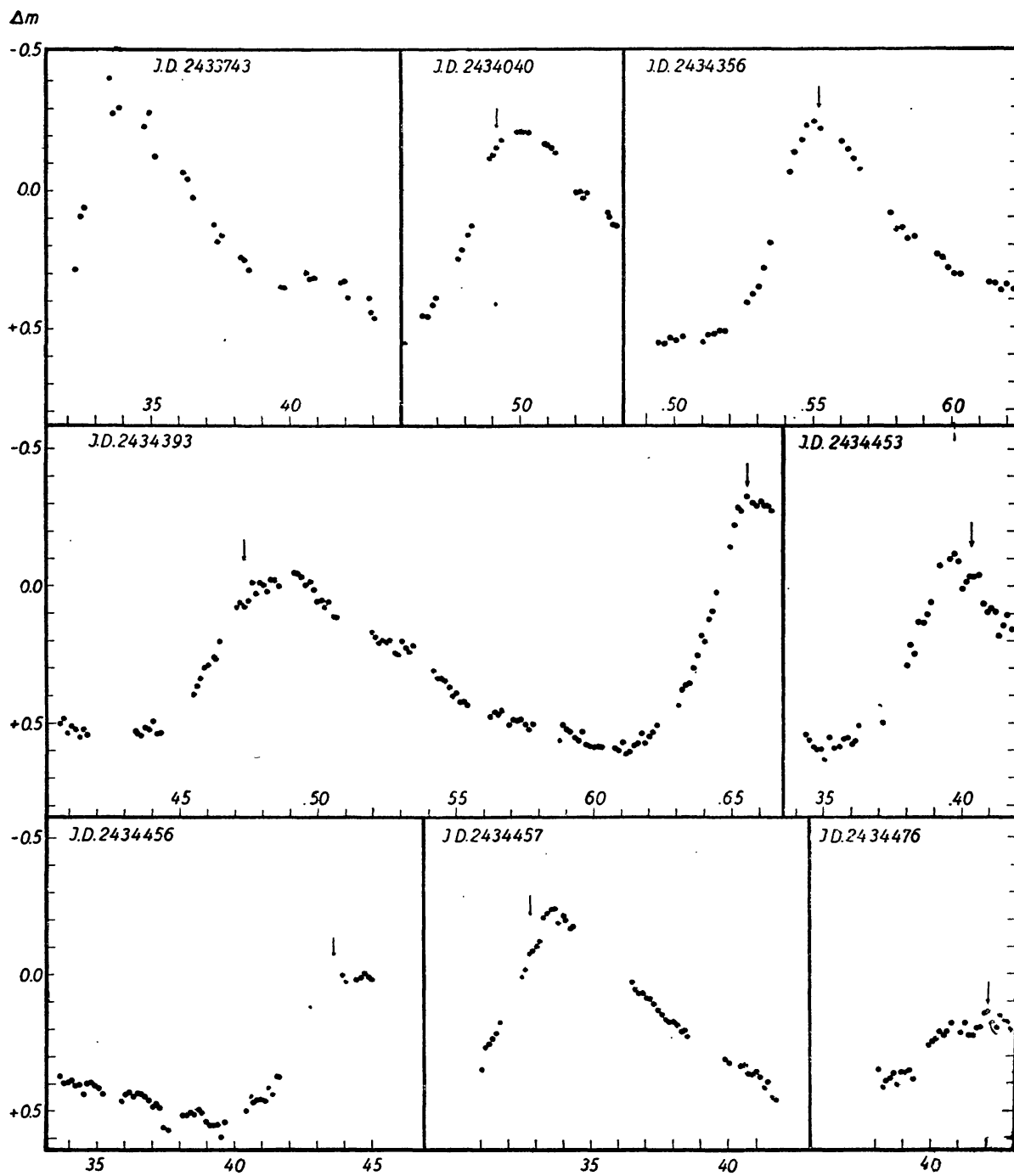


Abbildung 1

Die verschiedenen Typen der Lichtkurve. Die Pfeile zeigen die nach Formel (3) berechneten Zeitpunkte der Maxima

Tabelle 1. Die beobachteten Maxima

$E$	$B$	$\Delta m^{\text{Max}}$	$R$	$B - R$	$\psi$
	243. . . .				
12271	3739.4205	+ .032	.4183	+ .0022	.606
12276	3740.3175	— .210	.3101	+ .0074	.859
12282	3741.3750	— .080	.3803	— .0053	.335
12293	3743.3340	— .390	.3423	— .0083	.070
12299	3744.4125	+ .125	.4125	— .0000	.575
12310	3746.3685	— .115	.3745	— .0060	.306
13959	4040.5005	— .210	.4973	+ .0032	.915
14087	4063.3487	— .095	.3279	+ .0208	.812
15731	4356.5508	— .248	.5588	— .0080	.123
15938	4393.4925	— .043	.4802	+ .0123	.694
15939	4393.6558	— .325	.6586	— .0028	.922
16274	4453.3980	— .105	.4106	— .0126	.322
16285	4455.3600:	— .300:	.3726	— .0126:	.061
16291	4456.4470	+ .008	.4428	+ .0042	.579
16296	4457.3370	— .235	.3346	+ .0024	.821
16403	4476.4195	+ .160	.4196	— .0001	.460
17475	4667.6237	— .045	.6261	— .0024	.382
17705	4708.6487	— .050	.6499	— .0012	.653
18051	4770.3620:	— .200:	.3640	— .0020:	.805
18052	4770.5355	— .312	.5423	— .0068	.048
18062	4772.3240	+ .190	.3260	— .0020	.544
18101	4779.2770	— .120	.2822	— .0052	.251
18102	4779.4590	+ .003	.4606	— .0016	.504
18108	4780.5255	— .295	.5307	— .0052	.994
18208	4798.3657	— .292	.3672	— .0015	.899
18209	4798.5395	— .230	.5455	— .0060	.141

Abbildung 2 dargestellt. Wie ersichtlich, lassen sich diese Veränderungen mit einer symmetrischen Kurve darstellen.

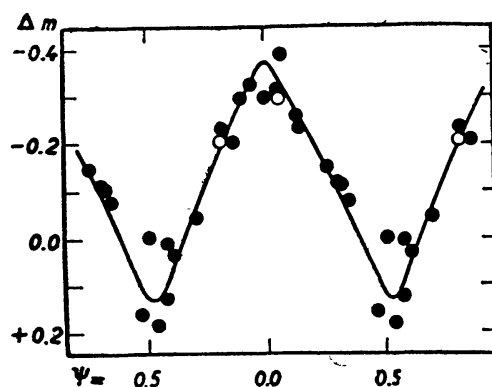


Abbildung 2

Die Veränderungen der Maximalhelligkeit während der 0,7tägigen sekundären Periode. Leere Kreise stellen unsichere Werte dar

**Die Zeitpunkte der Maxima.** Wie schon aus Abbildung 1, wo die mit Formel (3) gerechneten Zeitpunkte der Maxima mit einem Pfeil angedeutet sind, zu sehen ist, schwanken auch die Zeitpunkte der Maxima gegenüber



einer linearen Formel. In Tabelle 1 sind in der vierten Kolumne die mit Formel (3) gerechneten Zeitpunkte und in der folgenden Kolumne die zu dieser Epoche gehörigen  $(B - R)$ -Werte angegeben. Wie daraus ersichtlich, beträgt die Abweichung von den gerechneten Zeitpunkten in extremsten Fällen  $\pm 0.012$ , also ungefähr eine Viertelstunde. Wenn wir diese  $(B - R)$ -Werte gegen die entsprechenden  $\psi$ -Werte aufzeichnen, so zeigt sich, dass auch diese mit der 0,7tägigen sekundären Periode darstellbar sind. Die Analyse der so erhaltenen  $(B - R)$ -Kurven zeigt, dass ihre Amplitude und Gestalt mit der Zeit veränderlich sind. Um diese Veränderungen näher zu untersuchen, wurden die Beobachtungen zu kleineren Gruppen zusammengezogen, so dass die zu einer Gruppe gehörigen Maxima höchstens einige zehn Tage voneinander entfernt waren. So erhielt ich sechs Gruppen, die in Tabelle 2 zusammen-

Tabelle 2. Die Veränderungen der  $(B - R)$ -Kurven

J. D.	$\bar{E}$	$n$	$(B - R)_{\text{Max}}$	$\psi_{\text{Max}}$	$(B - R)_{\text{Min}}$	$(\overline{B - R})$	$A$
243. . . .							
3739—3746	12288	6	+ <sup>d</sup> 0074	.86	— <sup>d</sup> 0096	— <sup>d</sup> 0011	<sup>d</sup> 0170
4040—4063	14023	2	+ .0220:	.80:	— .0120:	+ .0050:	.0340:
4356—4393	15869	3	+ .0126	.69	— .0114	+ .0006	.0240
4453—4476	16310	5	+ .0086	.69	— .0134	— .0024	.0220
4667—4708	17590	2	.0000:	.75:	— .0080:	— .0040:	.0080:
4770—4798	18111	8	.0000	.78	— .0064	— .0032	.0064

gestellt sind. Zuerst sind die Julianischen Daten angegeben, zwischen denen die Beobachtungen zu einer Gruppe zusammengefasst wurden. Dann folgen die zu den einzelnen Gruppen gehörigen mittleren Epochenzahlen,  $\bar{E}$ . Unter  $n$  ist die Anzahl der in der Gruppe enthaltenen Maxima angegeben. Die  $(B - R)$ -Kurven sind für die einzelnen Gruppen in Abbildung 3 dargestellt. Im oberen Teil der Abbildungen sind die Veränderungen der Maximalhelligkeit für jede Gruppe getrennt aufgezeichnet. Merkwürdigerweise lassen sich diese alle durch die in Abbildung 2 angegebene Kurve darstellen, die im oberen Teil der Abbildung 3 gestrichelt eingezeichnet ist. Die zweite und fünfte Gruppe enthält nur je zwei Maxima und diese waren nicht genügend, um daraus eine  $(B - R)$ -Kurve zu zeichnen. Darum sind diese in Abbildung 3 nicht aufgenommen worden. Bei der Diskussion der  $(B - R)$ -Kurven konnte ich teilweise auch diese zwei Gruppen benutzen, besonders die erste, worin der maximale  $(B - R)$ -Wert enthalten ist. Wie aus den unteren Teilen von Abbildung 3 ersichtlich, verändert sich die Gestalt der  $(B - R)$ -Kurven. Diese Veränderung ist wahrscheinlich wieder periodisch, aber die Beobachtungen bedecken noch nicht eine ganze Periode. *Whitney* gab leider die Zeitpunkte der einzelnen Maxima nicht an und so können seine Beobachtungen zur Bestimmung dieser Periode nicht benutzt werden. Ausser der Gestalt der  $(B - R)$ -Kurve ändert sich auch die mittlere Periode. Zu jeder  $(B - R)$ -Kurve ist auch der Mittelwert durch eine horizontale Linie eingezeichnet.

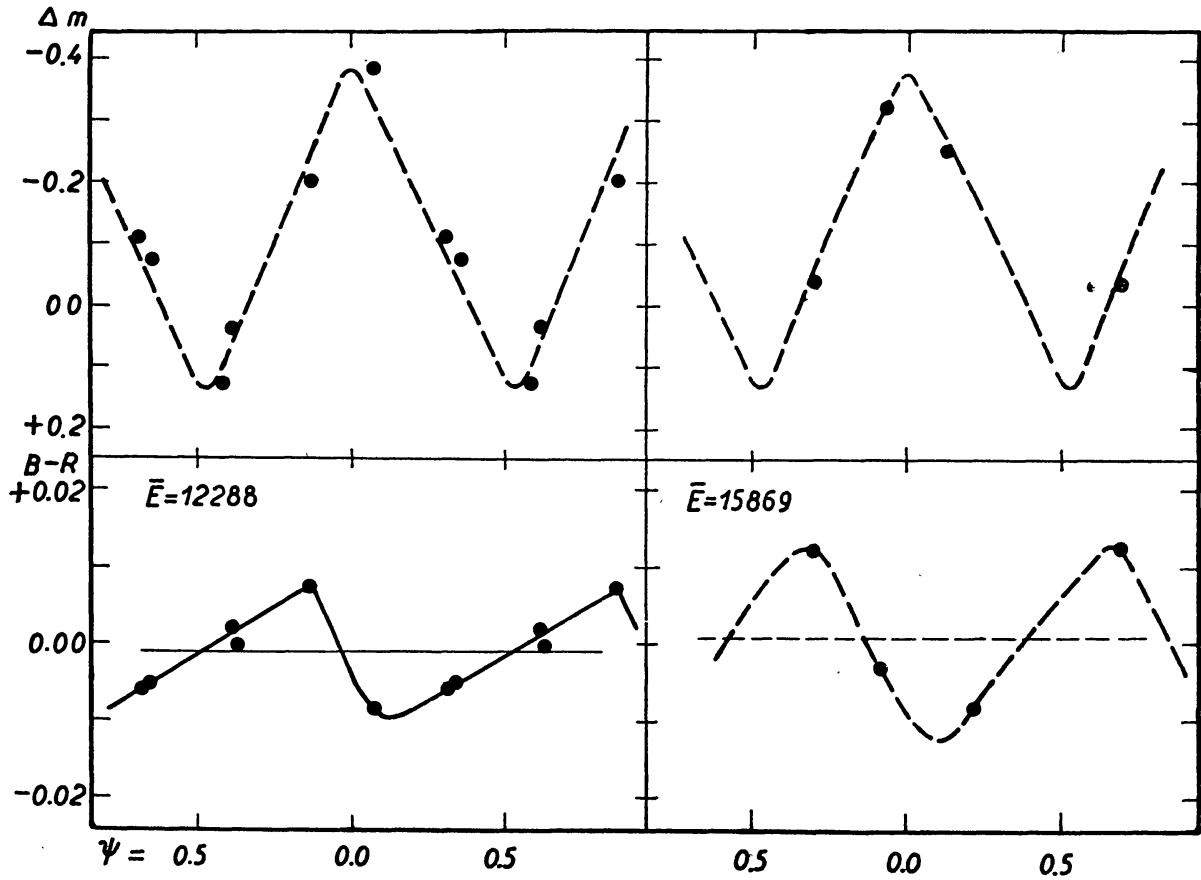


Abbildung 3a

Abbildung 3, a und b (siehe S. 9.). Die  $(B - R)$ -Werte zu verschiedenen Epochen, dargestellt mit der 0,7tägigen sekundären Periode. Im oberen Teil der Abbildungen sind die Höhen der Maxima eingezeichnet. Leere Kreise stellen unsichere Werte dar.

Die charakteristischen Werte der  $(B - R)$ -Kurven sind in Tabelle 2 zusammengestellt.  $(B - R)_{\text{Max}}$  und  $(B - R)_{\text{Min}}$  geben die zur mittleren Epoche  $\bar{E}$  gehörigen grössten bzw. kleinsten  $(B - R)$ -Werte.  $\psi_{\text{Max}}$  gibt an, bei welcher Phase der 0,7tägigen sekundären Periode die  $(B - R)$ -Kurve ihr Maximum erreicht.  $\overline{(B - R)}$  ist der zu  $\bar{E}$  gehörige mittlere Wert von  $(B - R)$ , der in Abbildung 3 mit einer horizontalen Linie dargestellt ist.  $A$  ist die Amplitude der  $(B - R)$ -Kurven. Diese Werte sind auch in Abbildung 4 dargestellt. In dem oberen Teil der Abbildung sind die Veränderungen von  $(B - R)_{\text{Max}}$ ,  $\overline{(B - R)}$  und  $(B - R)_{\text{Min}}$  gegen die Epochenzahl aufgezeichnet. Der Mittelwert der  $\overline{(B - R)}$  wurde zur Verbesserung der von Whitney angegebenen Elemente benutzt. So erhielt ich die folgenden neuen Elemente:

$$\text{Max}_{\odot} = \text{J. D. } 2431550.7100 + 0.1783643 \cdot E. \quad (3)$$

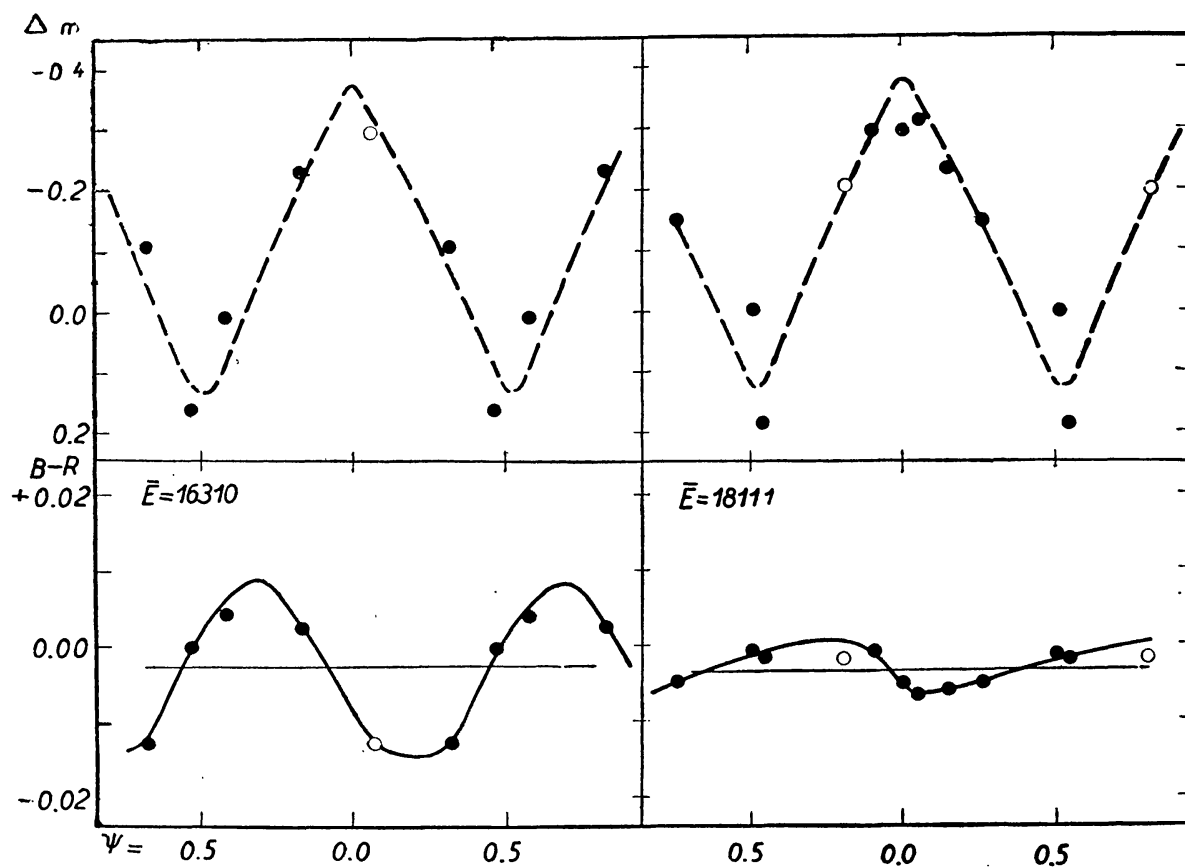


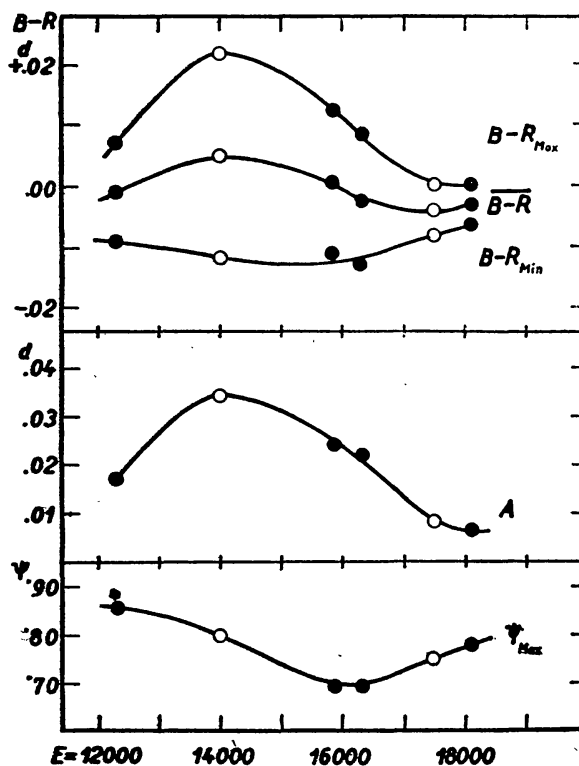
Abbildung 3b (Text siehe S. 8.)

Diese Formel wurde in dieser Arbeit durchwegs benutzt. Der mittlere Teil der Abbildung 4 stellt die Veränderungen der Amplitude der  $(B - R)$ -Kurven und der untere Teil die Veränderungen der  $\psi_{\text{Max}}$  mit der Epochenzahl dar. Aus diesen Abbildungen ist zu sehen, dass falls diese Veränderungen periodisch sind, so kann diese Periode ganz roh auf 8000 Epochen, d. h. 1400 Tage geschätzt werden. Zur genaueren Bestimmung dieser Periode sind weitere Beobachtungen im Gange.

\* \* \*

Abbildung 4

Die langperiodische Veränderung der  $(B - R)$ -Kurven. Leere Kreise stellen unsichere Werte dar. Näheres siehe im Text.



Die Veränderungen der Lichtkurve und der Periode verlaufen also in ähnlicher Weise, wie bei den RR Lyrae-Sternen mit längeren Perioden (RR Lyr, RW Cnc, RW Dra usw.).<sup>5</sup> Auch die Veränderlichkeit der  $(B - R)$ -Kurve wurde schon bei mehreren solchen RR Lyrae-Sternen bemerkt, z. B. bei RW Dra. Auch bei diesen zeigt sich neben starken Änderungen der  $(B - R)$ -Kurve nur höchstens eine geringfügige Änderung der  $m^{\text{Max}}$ -Kurve. Weitere Beobachtungen müssen bei VZ Cancri die Konstanz oder Veränderlichkeit der  $\Delta m^{\text{Max}}$ -Kurve entscheiden.

Lichtkurvenänderungen von RR Lyrae-Sternen von so kurzer Periode sind erst in neuster Zeit bekannt geworden. Während der Bearbeitung meiner Beobachtungen sind Arbeiten über zwei solche Sterne, AI Vel und SX Phe erschienen. AI Vel war schon früher als ein unregelmässiger RR Lyrae-Stern bekannt, aber die Gesetze der Veränderungen der Lichtkurve wurden erst in 1951 von *Th. Walraven* erschlossen.<sup>6</sup> Bei diesem Stern ist die Störung der Lichtkurve sehr stark. Viel ähnlicher zu VZ Cancri ist der von *O. J. Eggen* entdeckte Veränderliche SX Phe.<sup>7</sup> Dieser Stern wurde auch von *Th. Walraven* eingehender untersucht.<sup>8</sup> Bemerkenswert ist, dass seine Periode die kürzeste unter den bis jetzt bekannt gewordenen RR Lyrae-Sternen ist. Es ist vom Interesse, die Perioden dieser drei Sterne miteinander zu vergleichen :

	SX Phe	AI Vel	VZ Cnc
Hauptperiode $P_0$	0 <sup>d</sup> 0549642	0 <sup>d</sup> 111574	0 <sup>d</sup> 178364
Sekundäre Periode* $P_s$	0 <sup>d</sup> 192836	0 <sup>d</sup> 379182	0 <sup>d</sup> 71633
$P_s / P_0$	3.508	3.399	4.016

\* In *Th. Walraven's* Arbeiten »beat period« genannt.

Es ist bemerkenswert, dass die Verhältnisse  $P_s/P_0$  nahe gleich sind. Dieses Verhältnis ist bei den RR Lyrae-Sternen mit längeren Perioden viel grösser (z. B. bei RR Lyr selbst 72, bei RW Cnc 55 usw.).

Der Stern wird weiter beobachtet, um die eventuellen längeren Perioden zu bestimmen und um die Lichtkurvenänderungen ausführlicher zu untersuchen. Die Streuung in Abbildung 2 ist grösser, als nach der Genauigkeit der Beobachtungen zu erwarten wäre. Es ist möglich, dass neben  $P_s$  noch weitere sekundäre Perioden in Erscheinung treten. Es sind schon mehrere RR Lyrae-Sterne bekannt, die mehrere sekundäre Perioden besitzen (z. B. RW Cnc, RW Dra, RZ Lyr). Weitere Beobachtungen müssen darüber entscheiden, ob die Streuung in Abbildung 2 durch weitere Periodizitäten oder einfach durch das hiesige äusserst schlechte Winterwetter bedingt ist.

Da VZ Cancri nahe so hell ist, wie RR Lyrae, wäre eine Untersuchung seiner spektralen Eigenschaften und seiner Radialgeschwindigkeit mit grösseren Instrumenten äusserst wünschenswert.

Für die Hilfe bei den Beobachtungen und Reduktionen und für die Zeichnungen habe ich Herrn *M. Lovas*, Hilfskraft der Sternwarte zu danken.

<sup>5</sup> Budapest Mitt. **18**, 1943 ; **23**, 1950 ; **27**, 1952.

<sup>6</sup> BAN **11**, p 421, 1952.

<sup>7</sup> PASP **64**, pp 31 und 305, 1952.

<sup>8</sup> BAN **12**, p 57, 1953.

Tabelle 3. Die photoelektrischen Beobachtungen

J.D. ☉ 24337..	$\Delta m$	J. D. ☉ 24337..	$\Delta m$	J.D. ☉ 24337..	$\Delta m$	J. D. ☉ 24337..	$\Delta m$
39.3719	+.437	40.3371	— .079	41.3483	+.389	44.3261	+.676
.3737	.468	.3385	— .037	.3496	.357	.3322	.831
.3750	.442	.3403	— .017	.3557	.219	.3340	.653
.3765	.459	.3457	+.008	.3570	.282	.3354	.571
.3787	.437	.3471	.042	.3582	.278	.3366	.790
.3844	.381	.3486	.055	.3594	+.125	.3416	.625
.3860	.416	.3499	.069	.3652	— .029	.3427	.645
.3872	.413	.3557	.102	.3665	— .034	.3438	.576
.3886	.430	.3571	.164	.3677	— .014	.3449	.673
.3900	.616	.3583	.146	.3693	— .009	.3501	.710
.3915	.452	.3595	.151	.3809	— .048	.3512	.831
.3930	.275	.3645	.176	.3822	— .057	.3522	.672
.3946	.270	.3658	.207	.3835	— .048	.3533	.694
.3960	.234	.3672	.188	.3849	— .002	.3664	.714
.3975	.323	.3687	.246	.3894	— .033	.3688	.707
.3989	.246	.3740	.267	.3910	+.025	.3713	.667
.4062	.225	.3752	.274	.3924	.086	.3741	.518
.4077	.091	.3763	.293	.3937	+.064	.3868	.528
.4090	.058	.3807	.316			.3880	.563
.4104	.062	.3823	.341	42.3229	+.284	.3890	.379
.4117	.073	.3836	.307	.3247	.094	.3908	.539
.4164	.063	.3848	.348	.3263	.059	.3954	.415
.4174	.075	.3923	.400	.3351	— .410	.3969	.393
.4190	.051	.3935	.402	.3369	— .280	.3981	.345
.4203	.028	.3949	.400	.3387	— .302	.4027	.364
.4218	.039	.3963	.403	.3479	— .231	.4043	.220
.4271	.079	.4009	.389	.3496	— .283	.4051	.211
.4286	.125	.4023	.397	.3518	— .125	.4061	.285
.4300	.096	.4037	.400	.3620	— .068	.4117	.097
.4317	.120	.4049	.409	.3635	— .044	.4129	.147
.4373	.187	.4103	.434	.3651	+.048	.4139	.232
.4392	.207	.4111	.444	.3728	.122	.4150	.116
.4400	.211	.4124	.493	.3741	.179	.4198	.130
.4412	.178	.4137	.505	.3756	.160	.4214	.179
.4423	.223	.4182	.497	.3825	.241	.4223	.144
.4437	.238	.4193	.488	.3839	.252	.4232	+.208
.4452	.290	.4210	.494	.3855	.288		
.4464	.255	.4223	.506	.3953	.394	46.3247	+.558
.4475	.186	.4267	.549	.3968	.352	.3256	.573
.4562	.349	.4281	.474	.3981	.351	.3262	.494
.4577	.263	.4293	.489	.4058	.299	.3276	.514
.4591	.196	.4305	+.505	.4074	.321	.3349	.473
.4605	+.293			.4089	.317	.3359	.509
		41.3178	+.424	.4180	.339	.3369	.512
40.3071	— .143	.3192	.362	.4197	.327	.3383	.425
.3085	— .170	.3204	.527	.4210	.388	.3427	.384
.3099	— .173	.3217	.401	.4282	.390	.3437	.402
.3148	— .183	.3261	.472	.4293	.443	.3449	.373
.3175	— .213	.3272	.504	.4305	+.465	.3458	.509
.3191	— .194	.3286	.503			.3503	.388
.3209	— .194	.3298	.477	44.3102	+.535	.3515	.244
.3223	— .181	.3334	.484	.3113	.543	.3528	.195
.3274	— .148	.3366	.486	.3158	.690	.3538	.182
.3285	— .116	.3381	.435	.3169	.669	.3584	.080
.3299	— .116	.3396	.420	.3218	.495	.3600	.048
.3313	— .102	.3449	.357	.3235	.648	.3613	+.068
.3358	— .079	.3469	+.415	.3249	+.353	.3623	— .070

J.D. ☉ 24337..	$\Delta m$	J.D. ☉ 24340..	$\Delta m$	J.D. ☉ 24340..	$\Delta m$	J.D. ☉ 24343..	$\Delta m$
46.3671	— .056	63.3282	— .008	63.4950	— .080	93.4419	+ .541
.3685	— .131	.3291	+ .008	.4957	— .049	.4432	.537
.3697	— .115	.3301	— .037	.4964	— .055	.4551	.398
.3708	— .098	.3314	— .040			.4564	.368
.3764	— .083	.3362	— .079	24343..		.4578	.338
.3778	— .078	.3369	— .090	56.4945	+ .554	.4592	.299
.3788	— .060	.3378	— .064	.4966	.557	.4606	.290
.3799	— .008	.3391	— .062	.4986	.537	.4627	.262
.3855	— .095	.3408	— .050	.5007	.549	.4634	.268
.3868	+ .047	.3419	— .046	.5032	.533	.4648	.201
.3880	— .030	.3477	— .048	.5104	.555	.4710	.080
.3890	— .021	.3486	— .101	.5125	.528	.4724	.061
.3942	+ .160	.3501	— .077	.5146	.524	.4738	.077
.3951	.120	.3518	— .072	.5167	.513	.4752	+ .055
.3962	.072	.3527	— .052	.5188	.513	.4766	— .013
.3981	.130	.3536	— .039	.5264	.410	.4780	+ .026
.4033	.035	.3909	+ .306	.5285	.378	.4794	— .012
.4042	.276	.3916	.314	.5306	.353	.4807	— .003
.4051	.219	.3924	.310	.5327	.282	.4821	+ .020
.4060	.183	.3931	.342	.5351	+ .192	.4835	— .023
.4105	.302	.3939	.339	.5424	— .066	.4849	— .020
.4112	.223	.3946	.331	.5441	— .137	.4863	.000
.4121	.225	.3993	.391	.5466	— .182	.4919	— .045
.4172	.240	.3999	.387	.5486	— .234	.4932	— .045
.4181	.252	.4006	.352	.5511	— .247	.4946	— .033
.4188	.172	.4013	.363	.5531	— .222	.4960	— .001
.4196	+ .246	.4022	.350	.5611	— .178	.4974	— .014
		.4069	.397	.5632	— .147	.4988	+ .016
24340..		.4076	.381	.5653	— .112	.5002	.059
40.4648	+ .459	.4084	.415	.5677	— .070	.5016	.055
.4670	.460	.4091	.429	.5785	+ .082	.5030	.078
.4684	.418	.4098	.431	.5806	.141	.5044	.060
.4697	.393	.4106	.417	.5827	.136	.5057	.112
.4778	.251	.4551	.530	.5847	.177	.5071	.117
.4792	.218	.4557	.461	.5872	.171	.5196	.169
.4811	.162	.4563	.467	.5952	.235	.5210	.186
.4827	+ .132	.4570	.564	.5972	.249	.5224	.212
.4891	— .113	.4577	.539	.5993	.285	.5238	.200
.4905	— .127	.4584	.521	.6014	.306	.5252	.209
.4919	— .151	.4631	.493	.6038	.309	.5265	.200
.4936	— .179	.4638	.493	.6139	.340	.5279	.248
.4991	— .208	.4645	.516	.6160	.341	.5294	.252
.5005	— .210	.4652	.505	.6181	.365	.5307	.203
.5019	— .208	.4659	.512	.6202	.347	.5321	.226
.5033	— .207	.4666	.493	.6226	+ .364	.5335	.244
.5091	— .165	.4711	.442			.5349	.220
.5104	— .160	.4718	.460	93.4071	+ .502	.5419	.310
.5118	— .153	.4721	.438	.4085	.485	.5432	.338
.5132	— .131	.4728	.423	.4099	.537	.5446	.338
.5204	+ .008	.4739	.434	.4113	.513	.5460	.348
.5218	.008	.4746	.396	.4127	.523	.5474	.372
.5232	.032	.4836	.247	.4141	.552	.5488	.404
.5246	.013	.4843	.226	.4155	.521	.5502	.392
.5316	.083	.4850	.235	.4169	.543	.5516	.424
.5327	.100	.4857	.199	.4342	.531	.5530	.423
.5339	.126	.4864	.162	.4349	.539	.5544	.438
.5351	+ .131	.4871	+ .100	.4363	.546	.5627	.480
		.4930	— .019	.4377	.517	.5641	.461
63.3258	— .054	.4937	— .051	.4391	.524	.5655	.471
.3261	— .020	.4943	— .063	.4405	+ .495	.5669	+ .454



J.D. $\odot$ 24343..	$\Delta m$	J.D. $\odot$ 24344..	$\Delta m$	J.D. $\odot$ 24344..	$\Delta m$	J.D. $\odot$ 24344..	$\Delta m$
93.5682	+.447	45.3402	+.522	55.3409	+.488	56.3882	+.509
.5696	.509	.3416	.539	.3423	.429	.3896	.540
.5710	.489	.3430	.511	.3437	.373	.3910	.552
.5724	.493	.3444	.492	.3451	+.338	.3923	.555
.5738	.487	.3458	.474	(.3465	-.056)	.3937	.552
.5752	.504	.3472	.487	.3680	-.240	.3951	.599
.5766	.525	.3486	.485	.3694	-.231	.3965	.545
.5780	.505	.3499	.458	.3708	-.228	.4028	.483
.5877	.565	.3513	.421	.3722	-.221	.4041	.500
.5891	.506	.3569	.275	.3736	-.228	.4055	.446
.5905	.523	.3583	.242	.3750	-.198	.4069	.470
.5919	.532	.3596	.219	.3763	-.176	.4083	.464
.5933	.554	.3610	.162	.3777	-.163	.4097	.462
.5946	.566	.3624	.107	.3791	-.139	.4111	.466
.5960	.530	.3638	+.055	.3805	-.117	.4125	.416
.5974	.580	.3652	-.001	.3815	-.087	.4139	.441
.5988	.583	.3666	-.020	.3875	-.019	.4153	.375
.6002	.589	.3680	-.095	.3888	-.016	.4163	.377
.6016	.586			.3902	-.019	.4222	.388
.6030	.589			.3916	+.026	.4274	.124
.6078	.593			.3930	.044	.4392	.003
.6092	.600	53.3438	+.542	.3944	.055	.4403	.031
.6106	.570	.3452	.561	.3958	.089	.4444	.022
.6120	.615	.3466	.586	.3972	.089	.4458	+.012
.6134	.605	.3480	.597	.3986	.102	.4472	-.003
.6148	.581	.3494	.596	.4000	.148	.4486	+.012
.6162	.576	.3507	.631	.4013	.164	.4500	+.021
.6176	.537	.3525	.553	.4027	.184		
.6189	.573	.3542	.591	.4041	+.195	57.3102	+.355
.6203	.549	.3563	.586			.3116	.275
.6217	.531	.3577	.559	56.3368	+.375	.3130	.263
.6231	.505	.3591	.552	.3382	.399	.3144	.242
.6307	.436	.3605	.576	.3396	.395	.3158	.220
.6321	.378	.3619	.565	.3410	.389	.3172	.180
.6335	.360	.3632	.508	.3423	.407	.3248	+.016
.6349	.353	.3719	.498	.3437	.406	.3262	-.011
.6363	.298	.3806	.292	.3451	.441	.3276	-.067
.6377	.254	.3820	.216	.3465	.401	.3290	-.079
.6391	.180	.3834	.249	.3479	.399	.3304	-.099
.6405	.203	.3848	.133	.3493	.411	.3318	-.117
.6419	.121	.3869	.136	.3507	.418	.3331	-.200
.6432	.092	.3882	.104	.3521	.441	.3345	-.218
.6446	+.025	.3896	+.061	.3590	.468	.3359	-.231
.6495	-.141	.3952	-.073	.3604	.442	.3373	-.235
.6509	-.223	.3966	-.097	.3618	.435	.3387	-.182
.6523	-.286	.3980	-.117	.3632	.448	.3401	-.210
.6537	-.271	.3994	-.090	.3646	.436	.3415	-.194
.6551	-.326	.4007	+.012	.3660	.439	.3429	-.161
.6564	-.326	.4022	-.013	.3673	.448	.3440	-.171
.6578	-.304	.4035	-.034	.3687	.464	.3651	+.033
.6592	-.292	.4049	-.031	.3701	.489	.3665	.060
.6606	-.305	.4067	-.037	.3715	.477	.3679	.075
.6620	-.294	.4084	+.068	.3729	.492	.3693	.074
.6634	-.292	.4098	.097	.3743	.565	.3706	.090
.6648	-.271	.4112	.082	.3757	.574	.3720	.097
		.4126	.099	.3812	.517	.3734	.114
24344..		.4139	.184	.3826	.518	.3748	.139
45.3361	+.498	.4153	.146	.3840	.507	.3762	.154
.3374	.516	.4167	.106	.3854	.515	.3776	.173
.3388	+.531	.4184	+.160	.3868	+.496	.3790	+.180



J.D. ☉ 24344..	$\Delta m$	J.D. ☉ 24346..	$\Delta m$	J.D. ☉ 24346..	$\Delta m$	J.D. ☉ 24347..	$\Delta m$
57.3804	+.179	60.6052	+.446	67.6115	+.135	08.6032	+.451
.3818	.191	.6115	.507	.6122	.086	.6039	.496
.3832	.216	.6123	.504	.6129	.055	.6046	.440
.3845	.213	.6130	.496	.6136	.034	.6053	.383
.3852	.235	.6137	.486	.6143	.007	.6060	.465
.3991	.319	.6144	.496	.6150	.001	.6164	.402
.4005	.332	.6151	.509	.6157	.025	.6171	.388
.4019	.332	.6158	.532	.6164	+.044	.6178	.365
.4033	.334	.6165	.504	.6205	-.003	.6185	.389
.4047	.342	.6171	.504	.6212	-.033	.6192	.367
.4061	.337	.6178	.513	.6219	-.028	.6199	.361
.4074	.372	.6217	.497	.6226	-.037	.6206	.326
.4088	.374	.6224	.486	.6233	-.047	.6213	.321
.4102	.364	.6231	.511	.6240	-.053	.6219	.319
.4116	.384	.6238	.481	.6247	-.036	.6226	.289
.4130	.422	.6245	.478	.6254	-.038	.6233	.329
.4144	.399	.6252	.480	.6261	-.031	.6240	.319
.4158	.458	.6259	.482	.6268	-.005	.6247	.360
.4172	+.464	.6266	.485	.6275	-.034	.6254	.316
		.6273	.480	.6282	+.021	.6296	.246
76.3814	+.352	.6307	.485	.6289	.041	.6303	.206
.3828	.417	.6314	.518	.6296	.051	.6310	.205
.3842	.395	.6321	.508	.6302	.028	.6317	.204
.3856	.384	.6328	.462	.6340	.024	.6324	.169
.3870	.366	.6335	.447	.6347	.039	.6331	.209
.3884	.409	.6342	.480	.6354	.067	.6337	.145
.3898	.361	.6349	.453	.6361	.073	.6344	.133
.3911	.363	.6356	.450	.6368	.069	.6351	.129
.3925	.354	.6363	.452	.6375	.105	.6358	.138
.3939	.387	.6370	.441	.6382	.119	.6365	.105
.3995	.264	.6377 * +.436		.6389	.095	.6414	.024
.4009	.250			.6396	.093	.6421	.039
.4022	.242	67.5842	+.447	.6403	.121	.6428	+.015
.4036	.212	.5846	.469	.6410	.128	.6435	-.050
.4050	.226	.5854	.407	.6417	.122	.6442	+.021
.4063	.213	.5861	.428	.6424	.126	.6449	-.013
.4078	.183	.5868	.456	.6430	+.132	.6456	-.024
.4113	.218	.5875	.421			.6462	-.028
.4127	.183	.5882	.401			.6469	-.030
.4141	.229	.5889	.390	24347..		.6476	-.044
.4154	.228	.5896	.411	08.5851	+.455	.6523	-.040
.4168	.200	.5903	.376	.5858	.428	.6532	-.026
.4182	.194	.5910	.411	.5865	.462	.6539	-.031
.4196	.149	.5917	.379	.5872	.444	.6546	-.011
.4210	.140	.5972	.238	.5879	.452	.6553	-.026
.4224	.185	.5979	.245	.5886	.469	.6560	-.050
.4238	.206	.5986	.206	.5893	.469	.6567	-.017
.4252	.155	.5993	.201	.5900	.450	.6574	-.063
.4266	.176	.6000	.196	.5907	.432	.6581	-.019
.4279	.178	.6007	.200	.5914	.423	.6587	-.023
.4290	+.206	.6014	.198	.5921	.448	.6594	-.023
		.6021	.209	.5969	.478	.6601	-.016
24346..		.6028	.211	.5976	.505	.6608	-.040
60.6002	+.467	.6035	.220	.5983	.509	.6615	-.016
.6009	.451	.6042	.217	.5990	.522	.6622	-.018
.6016	.467	.6049	.200	.5997	.493	.6629	-.013
.6023	.456	.6055	.344	.6004	.442	.6636	-.012
.6030	.444	.6069	.321	.6011	.437		
.6037	.470	.6101	.174	.6018	.431	70.3483	+.106
.6043	+.453	.6108	+.141	.6025	+.453	.3491	+.075

J.D. ☉ 24347..	$\Delta m$	J.D. ☉ 24347..	$\Delta m$	J.D. ☉ 24347..	$\Delta m$	J.D. ☉ 24347..	$\Delta m$
70.3501	+.077	72.3118	+.314	79.4510	+.014	80.5126	+.007
.3508	.060	.3125	.293	.4517	.043	.5161	-.099
.3515	.045	.3132	.271	.4548	.030	.5168	-.129
.3522	+.015	.3139	.267	.4555	.030	.5175	-.203
.3529	-.056	.3146	.259	.4562	+.003	.5182	-.225
.3546	-.026	.3153	.259	.4569	-.015	.5189	-.193
.3585	-.139	.3160	.292	.4576	+.021	.5227	-.278
.3592	-.154	.3167	.283	.4583	+.028	.5234	-.278
.3599	-.171	.3174	.284	.4590	-.006	.5241	-.304
.3606	-.199	.3181	.258	.4597	+.003	.5247	-.272
.5199	+.026	.3188	.258	.4604	-.005	.5254	-.275
.5206	+.017	.3216	.192	.4611	+.028	.5261	-.290
.5213	-.043	.3223	.191	.4617	.044	.5268	-.287
.5220	-.068	.3230	.178	.4624	.023	.5275	-.301
.5227	-.079	.3237	.213	.4631	.023	.5310	-.320
.5234	-.077	.3243	.196	.4638	.018	.5317	-.282
.5241	-.156	.3250	.218	.4645	.033	.5324	-.270
.5247	-.146	.3257	.235	.4652	.026	.5331	-.267
.5268	-.208	.3264	.194	.4691	.072	.5338	-.277
.5275	-.244	.3271	.206	.4698	.021	.5345	-.229
.5328	-.314	.3278	.179	.4705	.037	.5352	-.260
.5335	-.304	.3285	.210	.4712	.026		
.5347	-.314	.3316	.226	.4719	.051	98.3553	-.133
.5356	-.321	.3323	.221	.4726	.021	.3560	-.143
.5363	-.303	.3330	.220	.4733	.041	.3567	-.155
.5369	-.276	.3337	.197	.4739	.052	.3574	-.173
.5376	-.301	.3344	.198	.4746	.058	.3581	-.192
.5383	-.305	.3351	.210	.4753	.098	.3588	-.204
.5390	-.270	.3358	.215	.4760	.058	.3595	-.241
.5397	-.282	.3365	.227	.4767	.053	.3602	-.232
.5404	-.250	.3371	.217	.5191	.171	.3609	-.235
.5411	-.279	.3378	.238	.5198	.146	.3615	-.269
.5418	-.270	.3385	+.256	.5205	.129	.3622	-.277
.5425	-.253			.5212	.159	.3629	-.284
.5432	-.280	79.2736	-.045	.5219	.169	.3636	-.292
.5439	-.285	.2746	-.100	.5226	.040	.3643	-.286
.5446	-.266	.2753	-.101	.5233	.140	.3692	-.283
.5453	-.252	.2760	-.117	.5239	.022	.3699	-.279
.5460	-.256	.2767	-.146	.5246	.029	.3706	-.268
.5467	-.225	.2774	-.123	.5253	.069	.3713	-.263
.5474	-.255	.2781	-.114	.5260	+.003	.3720	-.257
.5481	-.232	.2788	-.119	.5295	-.060	.3727	-.223
.5488	-.254	.2793	-.104	.5302	-.072	.3734	-.235
		.2802	-.074	.5309	-.109	.3740	-.224
72.2980	+.591	.2844	-.032	.5316	-.069	.3747	-.200
.2983	.561	.2851	-.041	.5323	-.133	.3754	-.232
.2990	.541	.2858	-.030	.5330	-.123	.3761	-.203
.2996	.529	.2864	-.040	.5337	-.168	.3768	-.223
.3003	.532	.2871	-.042	.5344	-.122	.3775	-.190
.3010	.499	.2878	-.058	.5351	-.111	.4852	+.401
.3016	.467	.2885	-.056	.5358	-.122	.4865	.429
.3024	.455	.2892	-.041	.5364	-.164	.4872	.571
.3031	.467	.2899	-.033	.5371	-.103	.4882	.510
.3038	.456	.2906	-.076	.5378	-.106	.4889	.422
.3045	.450	.4469	+.096			.4896	.429
.3052	.472	.4476	.092	80.5057	+.213	.4903	.431
.3059	.355	.4483	.072	.5064	.194	.4910	.455
.3066	.327	.4489	.079	.5102	.124	.4917	.410
.3105	.322	.4496	.051	.5113	.101	.4924	.425
.3112	+.308	.4503	+.067	.5119	+.078	.4931	+.474

J.D. ☉ 24347..	$\Delta m$	J.D. ☉ 24347..	$\Delta m$	J.D. ☉ 24347..	$\Delta m$	J.D. ☉ 24347..	$\Delta m$
98.4977	+ .427	98.5129	+ .321	98.5261	— .005	98.5393	— .221
.4984	.386	.5136	.367	.5268	— .017	.5400	— .225
.4990	.434	.5143	.334	.5275	— .071	.5407	— .229
.4997	.384	.5150	.263	.5282	— .097	.5414	— .226
.5004	.379	.5157	.259	.5289	— .092	.5421	— .180
.5011	.418	.5164	.255	.5296	— .111	.5428	— .226
.5018	.417	.5171	.236	.5303	— .131	.5435	— .187
.5025	.405	.5178	.232	.5310	— .173	.5442	— .162
.5032	.424	.5185	.200	.5317	— .153	.5449	— .162
.5039	.428	.5192	.171	.5324	— .172	.5456	— .236
.5046	.443	.5199	.129	.5331	— .168	.5463	— .201
.5053	.377	.5206	.154	.5338	— .215	.5470	— .169
.5060	.367	.5213	.133	.5345	— .206	.5477	— .089
.5067	+ .399	.5220	+ .071	.5352	— .209	.5484	— .142

Budapest—Szabadsághegy, Sternwarte der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, 15. Dezember 1954.

A kiadásért felel: Detre László — Műszaki felelős: Szöllősy Károly  
 A kézirat beérkezett: 1955. II. 5. — Példányszám: 500 — Terjedelem: 1,0 (B 5) ív  
 Akadémiai nyomda, Gerlőczy-u. 2. — 35419/55 — Felelős vezető: ifj. Puskás Ferenc

MITTEILUNGEN  
DER  
STERNWARTE  
DER UNGARISCHEN AKADEMIE  
DER WISSENSCHAFTEN

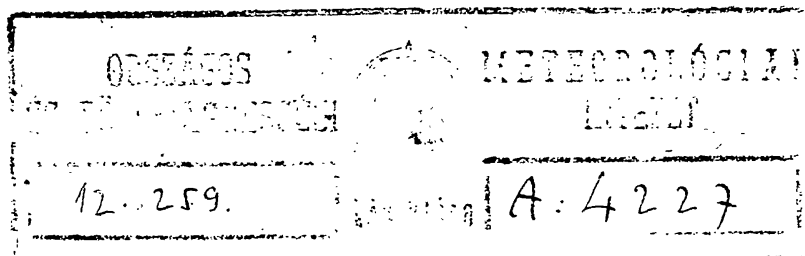
ИЗВЕСТИЯ  
АСТРОНОМИЧЕСКОЙ  
ОБСЕРВАТОРИИ  
АКАДЕМИИ НАУК  
ВЕНГРИИ

BUDAPEST—SZABADSÁGHEGY

Nr. 37.

I. K. CSADA

ON THE THEORY OF  
ROTATING MAGNETIC STARS. II.



BUDAPEST, 1955

## ON THE THEORY OF ROTATING MAGNETIC STARS. PART II.

The basic equations of a rotating magnetic star are given in the preceding paper. In the present one the approximate solutions of these equations are sought for under very general conditions. No idealized structure is assumed for producing either the velocity field or the magnetic field. So, besides axial rotation, meridional motions too are examined, and the vector of the magnetic field strength is supposed not only as locating itself in the plane of the meridian, but also as having a component perpendicular to it. This component forms the so-called toroidal magnetic field, whose mathematical investigation explained in the present paper finds itself among the first articles on such a subject.

Whereas the first four parts of this paper contain the pure mathematical discussion of the problem, from the fifth part on the results of the theory are compared with the different solar and astrophysical observations. The theory gives the laws of the distribution of the angular velocity on the solar surface and those of meridional motion correctly. It follows from the theory that the viscosity of the solar matter must be very great, the electric conductivity very small. These results are in harmony with the proprieties guessed till now of hydromagnetical turbulence.

On the ground of the theory an external magnetic dipole field cannot be deduced for the Sun. In accordance with the theory the external field has an octopole structure. From the results it may be concluded that the velocity distribution of the typical magnetic stars cannot be such as that of the Sun, because it is very improbable that the powerful magnetic fields of the stars would arise from a field having a pole of higher order.

A relation between the radius of the star and its viscosity coefficient can be established. The correctness of this relation is examined by the aid of data of pertinent literature.

### 1. Introduction

In the preceding paper we have demonstrated that in a magnetic star, besides axial rotation, meridional motions, and the meridional magnetic field, there appears also a field perpendicular to the plane of the meridian. Thus if spatial polar coordinates are introduced, the following components of velocity and magnetic field must be considered:

$v_r, v_\theta, v_\varphi$  — components of  $\mathbf{v}$ ,

$\mathfrak{H}_r, \mathfrak{H}_\theta, \mathfrak{H}_\varphi$  — components of  $\mathfrak{H}$ .

If the system is independent of the coordinate  $\varphi$ , the meridional components of both vectors ( $r$ - and  $\theta$ -components) may be expressed by the  $\varphi$ -component of their vector potential:

$$v_m = \text{rot } \mathfrak{B}_\varphi,$$

$$\mathfrak{H}_m = \text{rot } \mathfrak{A}_\varphi.$$

Hence the determination of these four functions:  $\mathfrak{B}_\varphi, v_\varphi, \mathfrak{A}_\varphi, \mathfrak{H}_\varphi$  will be sufficient for the discussion.

The boundary conditions of the velocity field are well-known:  $\mathfrak{B}_\varphi$  is zero on the boundary of the meridional quadrant;  $v_\varphi$  is zero only along the axis of rotation, in the other points of the space it differs from zero and is symmetric to the plane of the equator.

The initial conditions and distribution of the vector potential  $\mathfrak{A}_\varphi$ , are similar to those of  $v_\varphi$ . The component  $\mathfrak{S}_\varphi$  originates from the electric currents passing on in the meridional plane. These currents start in consequence of the spontaneously arising electric field and the motion (axial rotation) of the conducting gas in the magnetic field. Meridional electric currents, however, form an entirely closed system, for this reason all magnetic lines of force are included in the stellar interior. Hence the boundary conditions of  $\mathfrak{S}_\varphi$  are as follows:  $\mathfrak{S}_\varphi$  can be continuous in the neighbourhood of the surface only if it is zero on the whole surface of the star; from the circumstance that electric currents are symmetric to the plane of the equator, it follows that  $\mathfrak{S}_\varphi$  must be zero also along the axis of rotation and the plane of the equator. Accordingly,  $\mathfrak{S}_\varphi$  is zero on the boundary of the meridian quadrant, i. e. its boundary conditions are identical with those of  $\mathfrak{B}_\varphi$ .

## 2. Basic Equations

In the previous paper the simplification  $\mathfrak{S}_\varphi = 0$  was introduced; for this reason only these three functions:  $\mathfrak{B}_\varphi$ ,  $v_\varphi$ ,  $\mathfrak{A}_\varphi$  had to be determined. For their discussion three differential equations were deduced. In order to solve also the present problem we start on these three differential equations, which in the more general case ( $\mathfrak{S} \neq 0$ ) are as follows:

a. The first equation is

$$\text{rot} [\text{rot } \mathfrak{B}_\varphi, \mathfrak{S}_\varphi] = \kappa \Delta \mathfrak{S}, \quad (1)$$

the  $\varphi$ -component of which is

$$\begin{aligned} & -r \sin \vartheta \left\{ \frac{1}{r \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} (\sin \vartheta \mathfrak{S}_\varphi) \frac{\partial}{\partial r} \frac{\mathfrak{S}_\varphi}{r \sin \vartheta} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \mathfrak{B}_\varphi) \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \frac{\mathfrak{S}_\varphi}{r \sin \vartheta} \right\} + \\ & + r \sin \vartheta \left\{ \frac{1}{r \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} (\sin \vartheta \mathfrak{A}_\varphi) \frac{\partial}{\partial r} \frac{v_\varphi}{r \sin \vartheta} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \mathfrak{A}_\varphi) \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \frac{v_\varphi}{r \sin \vartheta} \right\} = \\ & = \kappa \left( \Delta \mathfrak{S}_\varphi - \frac{\mathfrak{S}_\varphi}{r^2 \sin^2 \vartheta} \right). \end{aligned} \quad (2)$$

In the previous paper this equation was essentially simpler by reason of the supposition  $\mathfrak{S}_\varphi = 0$ . There a relation between  $\mathfrak{A}_\varphi$  and  $v_\varphi$  was given by (2), which expressed the coincidence of the magnetic lines of force and the surfaces of constant angular velocity. In the present case (2) serves for the determination of the omitted  $\mathfrak{S}_\varphi$ .

b. The second equation has been derived from the  $r$ - and  $\vartheta$ -components of (1). By means of a simple calculation it can be retransformed into the first Maxwellian equation, from which it was deduced originally. Let us introduce the substitution  $\mathfrak{S} = \text{rot } \mathfrak{A}$  into the first Maxwellian equation:

$$-\frac{c}{\mu} \mathfrak{C} - [\text{rot } \mathfrak{B}, \text{rot } \mathfrak{A}] = \kappa \Delta \mathfrak{A}, \quad (3)$$

the  $\varphi$ -component of which gives our second equation .

$$\begin{aligned} \frac{1}{r \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} (\sin \vartheta \mathfrak{B}_\varphi) \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \mathfrak{A}_\varphi) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \mathfrak{B}_\varphi) \frac{1}{r \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} (\sin \vartheta \mathfrak{A}_\varphi) = \\ = \kappa \left( \Delta \mathfrak{A}_\varphi - \frac{\mathfrak{A}_\varphi}{r^2 \sin^2 \vartheta} \right), \end{aligned} \quad (4)$$

supposing  $\mathfrak{E}_\varphi = 0$ , which is valid if the system be independent of the coordinate  $\varphi$ . From equation (4)  $\mathfrak{A}_\varphi$  may be determined.

From the  $r$ -and  $\vartheta$ -components of (3) we may express electric field strength and charge density. Let us form the divergence of the first Maxwellian equation :

$$\operatorname{div} \mathfrak{E} = - \frac{1}{c} \operatorname{div} [\mathfrak{v}, \mathfrak{H}],$$

whence; by means of the substitution  $\mathfrak{E} = \operatorname{grad} \Phi$ , the following differential equation will be deduced for the potential  $\Phi$  :

$$c \Delta \Phi = (\operatorname{rot} \mathfrak{H}, \mathfrak{v}) - (\mathfrak{H}, \operatorname{rot} \mathfrak{v}),$$

from which, if  $\mathfrak{H}$  and  $\mathfrak{v}$  are known, the electric potential may be calculated. In the present paper we do not occupy ourselves with the solution of the above equation, since observation of the local electric fields around the Sun as well as around the stars is very uncertain and offers no data by which the correctness of the theory could be controlled.

c. The third equation is nothing but the  $\varphi$ -component of the hydrodynamical equation of motion ; from it  $\mathfrak{v}_\varphi$  may be determined :

$$\begin{aligned} \frac{1}{r \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} (\sin \vartheta \mathfrak{B}_\varphi) \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \mathfrak{v}_\varphi) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \mathfrak{B}_\varphi) \frac{1}{r \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} (\sin \vartheta \mathfrak{v}_\varphi) - \\ - \frac{1}{\varrho} \frac{1}{r \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} (\sin \vartheta \mathfrak{A}_\varphi) \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \mathfrak{H}_\varphi) + \frac{1}{\varrho} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \mathfrak{A}_\varphi) \frac{1}{r \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} (\sin \vartheta \mathfrak{H}_\varphi) = \\ = \nu \left( \Delta \mathfrak{v}_\varphi - \frac{\mathfrak{v}_\varphi}{r^2 \sin^2 \vartheta} \right). \end{aligned} \quad (5)$$

d. We have to deduce another equation for  $\mathfrak{B}_\varphi$ , vector potential of the meridional currents. If  $\varrho = \text{constant}$  :

$$\mathfrak{v} = \operatorname{rot} \mathfrak{B};$$

this offers a relation among  $\mathfrak{v}_r$ ,  $\mathfrak{v}_\vartheta$  and  $\mathfrak{B}_\varphi$ , if the system is independent of the coordinate  $\varphi$ . Let us take its rotation :

$$\Delta \mathfrak{B} = - \operatorname{rot} \mathfrak{v} = - \mathfrak{c},$$

the  $\varphi$ -component of which is :

$$\Delta \mathfrak{B}_\varphi - \frac{\mathfrak{B}_\varphi}{r^2 \sin^2 \vartheta} = - \mathfrak{c}_\varphi. \quad (6a)$$



For  $c_\varphi$  as a newly introduced unknown function we deduce a differential equation from the equation of motion. Let us take the rotation of the equation of motion :

$$\text{rot} [\text{rot } \mathfrak{B}, c] - \text{rot} [\text{rot } \mathfrak{A}, \text{rot } \mathfrak{S}] = \nu \Delta c,$$

the  $\varphi$ -component of this is :

$$\begin{aligned} & r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{v_\varphi}{r \sin \vartheta} \right)^2 \sin \vartheta \cos \vartheta - \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left( \frac{v_\varphi}{r \sin \vartheta} \right)^2 \sin^2 \vartheta - \\ & - r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\mathfrak{S}_\varphi}{r \sin \vartheta} \right)^2 \sin \vartheta \cos \vartheta - \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left( \frac{\mathfrak{S}_\varphi}{r \sin \vartheta} \right)^2 \sin^2 \vartheta = \\ & = \nu \left( \Delta c_\varphi - \frac{c_\varphi}{r^2 \sin^2 \vartheta} \right). \end{aligned} \quad (6b)$$

The equations (6a) and (6b) may be contracted into an only biharmonic equation, but as we shall see later, such transformations do not promote the solution of the equations.

For an entire discussion of the problem, besides the above equations, we need the equation of the potential of the gravitation, which we obtain by taking the divergence of the equation of motion :

$$\text{div} (v, \text{grad}) v - \text{div} (\mathfrak{S}, \text{grad}) \mathfrak{S} = -4\pi G \varrho - \frac{1}{\varrho} \Delta P. \quad (7)$$

In what follows we assume that the star is spherical, the density constant ; therefore the solution of the above differential equation has no importance.

### 3. Solution of the Basic Equations

We solve the basic equations with the method of successive approximation. In assuming starting-values for  $\mathfrak{B}_\varphi$  and  $\mathfrak{S}_\varphi$  and in writing the same values into the differential equation which govern  $v_\varphi$  and  $\mathfrak{A}_\varphi$ , we solve them and obtain an approximative expression for  $v_\varphi$  and  $\mathfrak{A}_\varphi$ . In the second step we write these approximative expressions into the differential equations governing  $\mathfrak{B}_\varphi$  and  $\mathfrak{S}_\varphi$ , obtaining approximative values for these functions. By means of conveniently chosen starting-values good approximation may be obtained even after an only step (if the starting-values for  $\mathfrak{B}_\varphi$  and  $\mathfrak{S}_\varphi$  have been so chosen that they may be also approximate values).

#### 3.1. Development of $\mathfrak{A}_\varphi$ .

Let us assume as starting-value for  $\mathfrak{B}_\varphi$  that

$$\mathfrak{B}_\varphi = \beta \psi_2 P_2^{(1)}. \quad (8)$$

It is easily comprehended that this function may fulfil the boundary conditions. For  $\psi_2$ , or in general form  $\psi_l$ , the solution of the following differential equation is :

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d\psi_l}{dr} \right) + \left( \lambda^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} \right) \psi_l = 0. \quad (9)$$

If  $\lambda$  has been chosen so that the first zero of  $\psi_2$  may be on the surface of the star, (8) will fulfil the boundary conditions of  $\mathfrak{B}_\varphi$ .

From the theory of the Bessel functions it is known that<sup>1</sup>

$$\psi_l = (\lambda r)^{-1/2} J_{l+1/2}(\lambda r),$$

where  $J_{l+1/2}$  is a cylinder function of the order  $l + 1/2$ . Furthermore it is known that  $J_{l+1/2}$ , if  $l$  is an integer, may be expressed by a polynome, thus e. g. in the cases  $l = 1$  and  $l = 2$ :

$$\begin{aligned}\psi_1 &= \frac{\sin \lambda r}{\lambda^2 r^2} - \frac{\cos \lambda r}{\lambda r}, \\ \psi_2 &= \left( \frac{3}{\lambda^3 r^3} - \frac{1}{\lambda r} \right) \sin \lambda r - \frac{3}{\lambda^2 r^2} \cos \lambda r,\end{aligned}$$

and the first zero of these functions are:

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{4,4934}{r_1}, \quad \text{if } l = 1, \\ \lambda &= \frac{5,7608}{r_1}, \quad \text{if } l = 2,\end{aligned}$$

where  $r_1$  is the stellar radius.

If we incidentally denote the left-hand side of (4) with  $Q(\mathfrak{A}_\varphi)$ , we may write:

$$\Delta \mathfrak{A}_\varphi - \frac{\mathfrak{A}_\varphi}{r^2 \sin^2 \vartheta} = \frac{1}{\kappa} Q(\mathfrak{A}_\varphi). \quad (10)$$

According to our theory, published in a preceding paper<sup>2</sup>,  $\kappa$  is, in order of magnitude, equal to  $\nu$ , consequently it is a great number. Hence the convergence of the subsequent series is assured:

$$\mathfrak{A}_\varphi = \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{1}{\kappa} \right)^n A_n. \quad (11)$$

As  $Q$ , in its quality of operator, linearly contains  $\mathfrak{A}_\varphi$ , we may write:

$$Q(\mathfrak{A}_\varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{1}{\kappa} \right)^n Q(A_n). \quad (12)$$

If we write (11) and (12) into (10), we shall obtain the following recurrence formula:

$$\Delta A_n - \frac{A_n}{r^2 \sin^2 \vartheta} = Q(A_{n-1}), \quad (13)$$

<sup>1</sup> Jahnke—Emde: Funktionentafeln, 1928, p. 91.

<sup>2</sup> Mitt. der Sternwarte Budapest, No. 26., p. 9.

where the right-hand side means the following expression :

$$Q(A_{n-1}) = \frac{1}{r \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} (\sin \vartheta \mathfrak{B}_\varphi) \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_{n-1}) - \\ - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \mathfrak{B}_\varphi) \frac{1}{r \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} (\sin \vartheta A_{n-1}).$$

$A_0$  results from the following differential equation :

$$\Delta A_0 - \frac{A_0}{r^2 \sin^2 \vartheta} = 0,$$

which in the interior of the star gives a value free of singularity only if

$$A_0 = H_0 r \sin \vartheta = H_0 r P_1^{(1)}, \quad (14)$$

more generally :

$$A_0 = \sum_{n=1}^{\infty} H_{n-1} r P_n^{(1)},$$

where  $H_0, H_1, \dots, H_n$  are arbitrary constants ; in the centre of the star, however, the magnetic field must needs be homogeneous, therefore the condition  $H_0 \neq 0$  has to exist.

In what follows the computations will be performed by means of the vector potential afforded by formula (14), for it gives sufficient precision, as it will be seen later. Therefore  $A_0$  is nothing but the internal magnetic vector potential of a sphere of homogeneous magnetization. The lines of force run parallel to the axis of rotation. The value of field intensity equals  $H_0$  in every point of the space.

By means of a simple computation we obtain that the differential equation for  $A_1$ , in virtue of (13), is :

$$\Delta A_1 - \frac{A_1}{r^2 \sin^2 \vartheta} = - \frac{6\lambda\beta H_0}{5} \psi_1 P_1^{(1)} + \frac{4\lambda\beta H_0}{5} \psi_3 P_3^{(1)}.$$

In computing the right-hand side we have availed ourselves of the recurrence formulae relative to the functions  $\psi_l$ .<sup>1</sup> We seek for a solution in the following form :

$$A_1 = a_1 P_1^{(1)} + a_3 P_3^{(1)},$$

for  $a_1$  and  $a_3$  these differential equations may be deduced :

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{da_1}{dr} \right) - \frac{2a_1}{r^2} = - \frac{6\lambda\beta H_0}{5} \psi_1, \\ \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{da_3}{dr} \right) - \frac{12a_3}{r^2} = \frac{4\lambda\beta H_0}{5} \psi_3.$$

<sup>1</sup> Vid. Appendix 1.

The solution are obtained by the variations of the parameters :

$$a_1 = \frac{2aH_0}{5} r(\psi_0 + \psi_2) = \frac{6\beta H_0}{5\lambda} \psi_1,$$

$$a_3 = \frac{4aH_0}{35} r(\psi_2 + \psi_4) = \frac{4\beta H_0}{5\lambda} \psi_3,$$

where the recurrence formulae relative to  $\psi_l$  have been used repeatedly.

If we write the above expression and (14) into (11), we obtain  $\mathfrak{A}_\varphi$  expanded in a series of the powers of  $1/\kappa$ , stopping at the linear terms :

$$\mathfrak{A}_\varphi = H_0 r P_1^{(1)} + \frac{2H_0\beta}{5\kappa\lambda} (3\psi_1 P_1^{(1)} - 2\psi_3 P_3^{(1)}). \quad (15)$$

At this passage we remark that this expression produces only the curls of the internal magnetic field, not fulfilling other conditions of the field ; it is later that we shall be engaged in evaluating these.

### 3.2. Development of $v_\varphi$ .

The differential equation affording  $v_\varphi$  is analogous to that of  $\mathfrak{A}_\varphi$ . In the case  $\mathfrak{S}_\varphi = 0$  these two equations will have entirely identical forms. But as we saw in our previous paper,<sup>1</sup> such a simplification of the problem does not lead to any physically interpretable result.

$\mathfrak{S}_\varphi$  cannot be identically zero in the interior of the star. For this reason  $v_\varphi$  and  $\mathfrak{A}_\varphi$  can never be of identical distribution. Let us assume for  $\mathfrak{S}_\varphi$ , similarly to what was done for  $\mathfrak{B}_\varphi$ , the following starting-value :

$$\mathfrak{S}_\varphi = a\psi_2 P_2^{(1)}, \quad (16)$$

which, apart from the coefficient, is identical with the initial value of  $\mathfrak{B}_\varphi$ . This circumstance is motivated by the fact that the boundary conditions in relation to both functions are identical.

Let us write (16) into the left-hand side of (5) and substitute for  $v_\varphi$  the following series :

$$v_\varphi = \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{1}{\nu} \right)^n V_n, \quad (17)$$

which is convergent, since  $\nu$ , coefficient of the turbulent viscosity, is a very large number.

For  $V_0$  and  $V_1$  we obtain this differential equation :

$$\Delta V_0 - \frac{V_0}{r^2 \sin^2 \vartheta} = 0,$$

whence

$$V_0 = \omega_0 r \sin \vartheta$$

and

$$\Delta V_1 - \frac{V_1}{r^2 \sin^2 \vartheta} = \frac{6}{5} \left( \omega_0 \beta + \frac{aH_0}{\varrho} \right) \lambda \psi_1 P_1^{(1)} - \frac{4}{5} \left( \omega_0 \beta + \frac{aH_0}{\varrho} \right) \lambda \psi_3 P_3^{(1)},$$

<sup>1</sup> Mitt. der Sternwarte Budapest, No. 32.

the solution of this is entirely similar to that of  $A_1$  :

$$V_1 = \frac{2}{5\lambda} \left( \omega_0 \beta + \frac{\alpha H_0}{\varrho} \right) (3\psi_1 P_1^{(1)} - 2\psi_3 P_3^{(1)}) ;$$

hence

$$\mathfrak{v}_\varphi = \omega_0 r P_1^{(1)} + \frac{2}{5\lambda} \frac{1}{r} \left( \omega_0 \beta + \frac{\alpha H_0}{\varrho} \right) (3\psi_1 P_1^{(1)} - 2\psi_3 P_3^{(1)}) . \quad (18)$$

In the case  $\mathfrak{S}_\varphi = 0$ , i. e.  $\alpha = 0$ , this value will be completely analogous to that of  $\mathfrak{A}_\varphi$ . Consequently our result is in correspondence with the case  $\mathfrak{A}_\varphi = \mathfrak{v}_\varphi$ , obtained in the previous paper.

### 3.3. Development of $\mathfrak{S}_\varphi$

In the above remarks we have determined the functions  $\mathfrak{A}_\varphi$  and  $\mathfrak{v}_\varphi$ , developing them into the series of the powers of  $1/\kappa$  and  $1/\nu$ . Equations (15) and (18) give the expression of them up to linear terms. For the calculations we have assumed the subsequent starting-values in reference to  $\mathfrak{B}_\varphi$  and  $\mathfrak{S}_\varphi$  :

$$\mathfrak{B}_\varphi = \beta \psi_2 P_2^{(1)} \quad \text{and} \quad \mathfrak{S}_\varphi = \alpha \psi_2 P_2^{(1)} .$$

In the present chapter we are seeking the solution for  $\mathfrak{S}_\varphi$ , in the subsequent one for  $\mathfrak{B}_\varphi$ , by availing ourselves of (15) and (18). In this way we obtain  $\mathfrak{S}_\varphi$  in first approximation.

The two first members on the left-hand side of (2) contain the second order products of  $\mathfrak{B}_\varphi$  and  $\mathfrak{S}_\varphi$ ; consequently, being quantities of second order, they may be neglected in first approximation. Now let us substitute into the third and fourth members the functions  $\mathfrak{A}_\varphi$  and  $\mathfrak{v}_\varphi$ , obtained just now by means of a development in the terms of the powers of  $1/\kappa$  and  $1/\nu$  up to the linear terms :

$$\begin{aligned} \Delta \mathfrak{S}_\varphi - \frac{\mathfrak{S}_\varphi}{r^2 \sin^2 \vartheta} = \\ = \frac{H_0 \omega_1 \lambda}{\kappa} \left[ 6r \frac{d}{dr} \left( \frac{\psi_1}{r} \right) P_1 P_1^{(1)} - 4r \frac{d}{dr} \left( \frac{\psi_3}{r} \right) P_1 P_3^{(1)} + 4 \frac{\psi_3}{r} \sin \vartheta \frac{d}{d\vartheta} \left( \frac{P_3^{(1)}}{\sin \vartheta} \right) P_1^{(1)} \right], \end{aligned}$$

where

$$\omega_1 = \frac{2}{5} \frac{\omega_0 \beta \varrho + H_0 \alpha}{\nu \varrho} .$$

Furthermore the following relations exist<sup>1</sup> :

$$\begin{aligned} r \frac{d}{dr} \left( \frac{\psi_1}{r} \right) &= -\lambda \psi_2, \\ r \frac{d}{dr} \left( \frac{\psi_3}{r} \right) &= \frac{2\lambda}{7} \psi_2 - \frac{5\lambda}{7} \psi_4, \end{aligned}$$

<sup>1</sup> Vid. Appendix 1.

$$P_1 P_1^{(1)} = \sin \vartheta \cos \vartheta = \frac{1}{3} P_2^{(1)},$$

$$P_1 P_3^{(1)} = \frac{4}{7} P_2^{(1)} + \frac{3}{7} P_4^{(1)},$$

$$\sin \vartheta \frac{d}{d\vartheta} \left( \frac{P_3^{(1)}}{\sin \vartheta} \right) = -\sin^2 \vartheta \frac{d^2 P_3}{d(\cos \vartheta)^2} = -P_3^{(2)}$$

and

$$P_1^{(1)} P_3^{(2)} = \frac{20}{7} P_2^{(1)} - \frac{6}{7} P_4^{(1)};$$

by way of substitutions executed with these values we obtain :

$$\Delta \mathfrak{S}_\varphi - \frac{\mathfrak{S}_\varphi}{r^2 \sin^2 \vartheta} = -\frac{12 H_0 \omega_1}{35 \kappa} (5 \psi_2 P_2^{(1)} - 2 \psi_4 P_4^{(1)}), \quad (19)$$

hence

$$\mathfrak{S}_\varphi = \frac{12 H_0}{35} \frac{\omega_0 \beta \varrho + H_0 a}{\kappa \nu \varrho} (5 \psi_2 P_2^{(1)} - 2 \psi_4 P_4^{(1)}). \quad (20)$$

### 3.4. Development of $\mathfrak{B}_\varphi$

In order to compute the vector potential of the meridional current we have, first of all, to determine the vector  $\mathfrak{c}_\varphi$  by means of the solution of equation (6b). If we write equations (18) and (16) into (6b), we obtain by neglecting the second order qualities :

$$\Delta \mathfrak{c}_\varphi - \frac{\mathfrak{c}_\varphi}{r^2 \sin^2 \vartheta} = \frac{1}{\nu} \left[ r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\mathfrak{v}_\varphi}{r \sin \vartheta} \right)^2 \sin \vartheta \cos \vartheta - \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left( \frac{\mathfrak{v}}{r \sin \vartheta} \right)^2 \sin^2 \vartheta \right]$$

and, considering only the linear terms,  $(\mathfrak{v}_\varphi/r \sin \vartheta)^2$  will be :

$$\left( \frac{\mathfrak{v}_\varphi}{r \sin \vartheta} \right)^2 = \omega_0 + \frac{2 \omega_0 \omega_1}{\lambda} \left[ \frac{3 \psi_1 - 2 \psi_3}{r} P_0 - 10 \frac{\psi_3}{r} P_3 \right],$$

by way of substitutions performed with these values, after a certain modification we obtain :

$$\Delta \mathfrak{c}_\varphi - \frac{\mathfrak{c}_\varphi}{r^2 \sin^2 \vartheta} = \frac{6 \omega_0 \omega_1}{7 \nu} (5 \psi_2 P_2^{(1)} - 2 \psi_4 P_4^{(1)}).$$

The solution of this equation is :

$$\mathfrak{c}_\varphi = \frac{6 \omega_0}{7} \frac{\omega_0 \beta \varrho + H_0 a}{\nu^2 \varrho} (5 \psi_2 P_2^{(1)} - 2 \psi_4 P_4^{(1)}). \quad (21)$$

Finally, by help of  $c_\varphi$  just determined, let us express  $\mathfrak{B}_\varphi$  from differential equation (6a). Writing (21) into (6a) we obtain

$$\Delta \mathfrak{B}_\varphi - \frac{\mathfrak{B}_\varphi}{r^2 \sin^2 \vartheta} = - \frac{6\omega_0}{7} \frac{\omega_0 \beta \varrho + H_0 \alpha}{\nu^2 \varrho} (5\psi_2 P_2^{(1)} - 2\psi_4 P_4^{(1)}),$$

the solution of which is

$$\mathfrak{B}_\varphi = \frac{6\omega_0}{7} \frac{\omega_0 \beta \varrho + H_0 \alpha}{\nu^2 \lambda^2 \varrho} (5\psi_2 P_2^{(1)} - 2\psi_4 P_4^{(1)}). \quad (22)$$

#### 4. Discussion of the Basic Equations

In the preceding chapter we have determined the four wanted functions in first approximation. The correctness of solutions is shown by the fact that, after the integration, we have reobtained the starting-values for the functions  $\mathfrak{S}_\varphi$  and  $\mathfrak{B}_\varphi$ . The functions obtained by means of integration, however, contain also terms of higher order, which may be interpreted in such a way that the functions are expressed in better approximations than the starting-values. The further proceeding would be an iterated integration of the differential equations with these new functional values. In the present paper, however, we do not perform this »second approximation«. For in the further approximations neither the uniform density nor the spherical shape of the star can be applied.

In the present chapter we are going to indicate some important properties of  $\mathfrak{U}_\varphi$ ,  $\mathfrak{v}_\varphi$ ,  $\mathfrak{S}_\varphi$  and  $\mathfrak{B}_\varphi$ .

##### 4.1. Relations between the parameters

The condition that the first order terms of the functions  $\mathfrak{S}_\varphi$  and  $\mathfrak{B}_\varphi$  should correspond to their starting-values, is the necessity of the agreement of the coefficients. The starting-values of the functions  $\mathfrak{S}_\varphi$  and  $\mathfrak{B}_\varphi$  were:

$$\mathfrak{B}_\varphi = \beta \psi_2 P_2^{(1)} \quad \text{and} \quad \mathfrak{S}_\varphi = \alpha \psi_2 P_2^{(1)},$$

whereas the terms corresponding to their integrated values are:

$$\mathfrak{B}_\varphi = \frac{30\omega_0}{7} \frac{\omega_0 \beta \varrho + H_0 \alpha}{\nu^2 \lambda^4 \varrho} \psi_2 P_2^{(1)},$$

$$\mathfrak{S}_\varphi = \frac{30H_0}{7} \frac{\omega_0 \beta \varrho + H_0 \alpha}{\kappa \nu \lambda^2 \varrho} \psi_2 P_2^{(1)},$$

i. e.

$$\beta = \frac{30\omega_0}{7} \frac{\omega_0 \beta \varrho + H_0 \alpha}{\nu^2 \lambda^4 \varrho} \quad (23)$$

and

$$\alpha = \frac{30H_0}{7} \frac{\omega_0 \beta \varrho + H_0 \alpha}{\kappa \lambda^2 \varrho} \quad (24)$$

must be doubtless.



As these two equations are linear and homogeneous in  $\alpha$  and  $\beta$ , only the ratio  $\alpha/\beta$  may be determined from them, if the determinant of the system is equal to zero. The ratio  $\alpha/\beta$  is obtained if (24) is divided by (23):

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{H_0 \nu \lambda^2}{\omega_0 \kappa} \quad (25)$$

and the vanishing of the determinant is expressed by the following equation:

$$\frac{\omega_0^2}{\nu} + \frac{H_0^2 \lambda^2}{\kappa \rho} = \frac{7 \nu \lambda^4}{30}. \quad (26)$$

According to (25) the independent parameters are  $\alpha$ ,  $\kappa$ ,  $\nu$ ,  $\omega_0$  and  $H_0$ ; according to (26) there is a relation between these, i. e. the number of the independent parameters diminishes by one: they are either  $\alpha$ ,  $\nu$ ,  $\omega_0$  and  $H_0$  or  $\kappa$ ,  $\nu$ ,  $\omega_0$  and  $H_0$ . But in the course of the further discussion it results that the number of the parameters can be still reduced. We remark, however, even at this passage that within the limits of the present theory we can expect no connection between  $\omega_0$  and  $H_0$ . These have to be considered as independent parameters.

#### 4.2. Distribution of the magnetic field

The solution of (2) was:

$$\mathfrak{A}_\varphi = H_0 r P_1^{(1)} + \frac{2\beta H_0}{5\kappa\lambda} (3\psi_1 P_1^{(1)} - 2\psi_3 P_3^{(1)}).$$

This expression produces only the curls of the magnetic field, its part free of curls is obtained by means of solving the equation

$$\Delta \mathfrak{A}_\varphi - \frac{\mathfrak{A}_\varphi}{r^2 \sin^2 \vartheta} = 0,$$

whence  $\mathfrak{A}_\varphi = r^n P_n^{(1)}$  and  $\mathfrak{A}_\varphi = P_n^{(1)}/r^{n+1}$ . So let us complete  $\mathfrak{A}_\varphi$  with terms like these, and we shall obtain:

$$\mathfrak{A}_\varphi = H_0 \left\{ \left( r + \frac{6\beta}{5\lambda\kappa} \psi_1 \right) P_1^{(1)} + \left( hr^3 - \frac{4\beta}{5\lambda\kappa} \psi_3 \right) P_3^{(1)} \right\}.$$

The external field consists only of terms free of rotation:

$$\mathfrak{A}_\varphi = H_0 \left\{ \frac{m_1}{r^2} P_1^{(1)} + \frac{m_3}{r^4} P_3^{(1)} \right\},$$

where  $m_1$  and  $m_3$  are constant.  $\mathfrak{A}_\varphi$  and  $\text{rot } \mathfrak{A}_\varphi$  have to pass continuously the stellar surface taken by us for approximately spherical. Consequently the following expressions must hold on the one hand in the internal field:

$$\begin{aligned} \mathfrak{S}_r &= H_0 \left\{ \left( 1 + \frac{6\beta}{5\lambda\kappa} \frac{\psi_1}{r} \right) 2P_1 + \left( hr^2 - \frac{4\beta}{5\lambda\kappa} \frac{\psi_3}{r} \right) 12P_3 \right\} \\ \mathfrak{S}_\vartheta &= -H_0 \left\{ \left[ 2 + \frac{6\beta}{5\kappa} \left( \frac{2}{3} \psi_0 - \frac{1}{3} \psi_2 \right) \right] P_1^{(1)} + \left[ 4hr^2 - \frac{4\beta}{5\kappa} \left( \frac{4}{7} \psi_2 - \frac{3}{7} \psi_4 \right) \right] P_3^{(1)} \right\}, \end{aligned}$$

on the other hand in the external field :

$$\begin{aligned}\mathfrak{H}_r &= H_0 \left\{ \frac{2m_1}{r} P_1 + \frac{12m_3}{r^5} P_3 \right\}, \\ \mathfrak{H}_\theta &= H_0 \left\{ \frac{m_1}{r} P_1^{(1)} + \frac{3m_3}{r^5} P_3^{(1)} \right\}.\end{aligned}$$

The conditions of mathematical continuity are :

$$\begin{aligned}1 + \frac{2}{5} \frac{\beta}{\kappa} \psi_0(\lambda r_*) &= \frac{m_1}{r_*^3}, \\ hr_*^2 - \frac{4}{35} \frac{\beta}{\kappa} \psi_4(\lambda r_*) &= \frac{m_3}{r_*^5}, \\ 1 + \frac{2}{5} \frac{\beta}{\kappa} \psi_0(\lambda r_*) &= -\frac{1}{2} \frac{m_1}{r_*^3}, \\ 4hr_*^2 + \frac{12}{35} \frac{\beta}{\kappa} \psi_4(\lambda r_*) &= -\frac{3m_3}{r_*^5}\end{aligned}$$

from which it follows that  $m_1$  is equal to zero, i. e. the external dipole field is identically zero, furthermore :

$$\frac{\beta}{\kappa} = 28,865; \quad \frac{m_3}{r_*^5} = -0,6631; \quad hr_*^2 = 0.$$

Consequently the external field is only a pole of third order i. e. an *octopole-type field*. But this cannot be looked upon by us as definitive result of the theory; from it may be solely concluded that induced electrical currents taken into consideration are not sufficient for the interpretation of the permanent stellar field. Such a field can be deduced only by the aid of a particular theory, for instance if it is supposed that also a charge-transport arises along with a mass-transport. Such a phenomenon may be theoretically derived from the electron diffusion in the non-conservative force-field (whirl-field).

By making use of the above relations we obtain as internal potential :

$$\mathfrak{U}_\varphi = H_0 r_* \left\{ \left[ \frac{r}{r_*} + 133,03 \psi_1(\lambda r) \right] P_1^{(1)} - 199,54 \psi_3(\lambda r) P_3^{(1)} \right\}; \quad (25a)$$

and as external potential :

$$\mathfrak{U}_\varphi = -33,12 H_0 \frac{r_*^5}{r^4} P_3^{(1)}. \quad (25b)$$

On principle the discussion affords some significant meanings.

1. Within its present extent the theory is not suitable to the interpretation of the permanent stellar field. For this purpose further theories are required.

2.  $\beta/\kappa$  is constant, whence it follows that in the case of infinite conductivity ( $\kappa \rightarrow 0$ ) the meridional current will vanish ( $\beta \rightarrow 0$ ).

### 4.3. Problem of the permanent magnetic field

From what has been stated it follows that the present theory is not suitable for the deduction of the permanent magnetic fields of the stars and those of the Sun. Instead of the homogeneous field  $H_0$ , introduced into (14), — a field free of divergence and curls —, we should have to assume a vortical field. Nevertheless to introduce a vortical field is impossible within the limits of the present theory. By the aid of a new hypothesis we have to deduce it from the electric currents running about the axis. According to our present conception non-conservative electron diffusion arising in a field of vorticity may originate such currents. The phenomenon resembles the change of energy, arising in consequence of internal friction. The charge of energy of the ions and that of the electrons are different from each other, therefore also their distribution of velocity will be different; consequently in the separate parts of the space the velocity of the electrons in their rotation about the stellar axis is greater than that of the ions. This phenomenon will be equivalent to an electrical current, which gives rise to a magnetic field without the formation of simultaneous charge of space.

Let us suppose that electron diffusion is not influenced by any other electromagnetic phenomena (charge of space, induction) and that charge diffusion is proportional to  $(\mathbf{v}, \text{grad}) \mathbf{v}$ . In this case the differential equation for the vector potential of the magnetic field is :

$$\Delta \mathfrak{A}_\varphi - \frac{\mathfrak{A}_\varphi}{r^2 \sin^2 \vartheta} = C \omega \psi_1 P_1^{(1)},$$

which leads to the same result as (13). Accordingly the permanent dipole field cannot be expressed even by such a modification of the theory. Therefore we have to conclude that dipole field cannot be deduced from the first approximation elaborated at present, but, in order to obtain it, we must introduce also the distribution of density and temperature.

### 4.4 Toroidal magnetic field

The component of the magnetic field, perpendicular to the meridional plane, is given by (20). It produces a toroidal field. The lines of force of this field are circles concentric with the axis of rotation and parallel to the equator.

In what follows we examine the formula of  $\mathfrak{S}_\varphi$  given by (16), in accordance with this :

$$\mathfrak{S}_\varphi = \frac{H_0 \lambda^2 \beta \nu}{\omega_0 \kappa} \psi_2 P_2^{(1)},$$

or after making use of the relations

$$\frac{\beta}{\kappa} = 28,865 \quad \text{and} \quad \lambda r_* = 5,7608$$

we obtain :

$$\mathfrak{S}_\varphi = 957,9 \frac{H_0 \nu}{\omega_0 r_*^2} \psi_2 P_2^{(1)}. \quad (29)$$

By virtue of (2), the subsequent differential equation refers to the external field :

$$4\mathfrak{H}_\varphi - \frac{\mathfrak{H}_\varphi}{r^2 \sin^2 \vartheta} = 0.$$

We have to seek those solutions of the above equation which are zero on the stellar surface. It is easily intelligible that this condition can be satisfied in the whole external field only by the trivial solution  $\mathfrak{H}_\varphi = 0$ , i. e. the external field of  $\mathfrak{H}_\varphi$  is identically zero, hence the internal field must form an utterly closed system in the interior of the star. And this is also clear, for the lines of force, being concentric circles, are closed in the stellar interior. The toroidal field intensity  $\mathfrak{H}_\varphi$  cannot be observed; its existence, however, as shown in the preceding paper, is necessary, if the star rotates and has a magnetic field.

A toroidal magnetic field takes rise from meridional electric currents, for according to the Maxwellian equations :

$$\frac{i}{c} = \text{rot } \mathfrak{H}_\varphi.$$

From the fact that the expression of  $\mathfrak{H}_\varphi$  is analogous to that of  $\mathfrak{B}_\varphi$ , it follows that the family of trajectories of the electric streamlines is identical to that of meridional mass-currents.

#### 4.5. Distribution of the velocity field

Introducing relations (25), (26) and (28) into (18), we obtain

$$v_\varphi = \omega_0 r P_1^{(1)} + \frac{7\lambda^2 \beta \nu}{75 \omega_0} (3\psi_1 P_1^{(1)} - 2\psi_3 P_3^{(1)}).$$

If we introduce trigonometric functions instead of spherical ones, we get by a simple computation the expression of the distribution of angular velocity :

$$\omega = \omega_0 + \frac{7\lambda^2 \beta \nu}{5 \omega_0} \frac{\psi_2}{r^2} - \frac{7\lambda^3 \beta \nu}{5 \omega_0} \frac{\psi_3}{r} \cos^2 \vartheta. \quad (30a)$$

On the stellar surface, approximately taken for spherical,  $\psi_2 = 0$  and  $\psi_3 = 0,166$ ; which values, if written in, give the surface angular velocity distribution :

$$\omega = \omega_0 - \frac{1282,5 \beta \nu}{\omega_0 r_*^4} \cos^2 \vartheta. \quad (30b)$$

Substituting  $\vartheta = 90^\circ$  we get :  $\omega_0$  means the angular velocity along the equator (on the surface), whereas the angular velocity at the poles is :

$$\omega_p = \omega_0 - \frac{1282,5 \nu}{\omega_0 r_*^4},$$

i. e. the polar angular velocity is less than the equatorial one. As the polar angular velocity cannot be zero or a negative value, the subsequent inequality must hold :

$$\omega_0^2 > 1282,5 \frac{\kappa \nu}{r_*^4},$$

which, in the case of given parameters  $\kappa$  and  $\nu$ , affords the inferior limit or  $\omega_0$ . The value of the angular velocity is highest in the centre of the star :

$$\omega_c = \omega_0 + \frac{89,41 \kappa \nu}{\omega_0 r_*^4}.$$

Expressions of velocity distribution may be essentially simplified, if the magnetic field strength is not excessively great. For in accordance with (26)

$$\nu = \frac{15}{7 \cdot (5,7608)^2} \left( \frac{H_0^2}{\kappa \varrho} + \sqrt{\frac{H_0^4}{\kappa^2 \varrho^2} + \frac{14}{15} \omega_0^2} \right). \quad (31)$$

If the magnetic field is very weak,  $H_0^2/\kappa \varrho$  may be negligible beside  $\omega_0$ , and then

$$\nu = \sqrt{\frac{30}{7} \frac{\omega_0 r_*^2}{(5,7608)^2}} = 0,06238 \omega_0 r_*^2, \quad (31a)$$

or let us indicate the equatorial angular velocity by means of  $v_0 = \omega_0 r_*$ , and then we may write

$$\nu = 0,06238 v_0 r_*. \quad (31b)$$

This formula affords us a further relation between the parameters. It renders possible, that the order of magnitude of  $\nu$  may be determined by the aid of  $v_0$  and  $r_*$ ; by dint of this order determined, the question whether the internal friction has molecular or turbulent origin, will be settled. We are able to determine the coefficient of molecular viscosity from the state of the gas by the aid of molecular theory. According to this theory the kinematical viscosity is about  $10^7$ , for instance on the surface of the Sun. As to the coefficient of turbulent viscosity, there is no acceptable theory at present. If we are capable of estimating the average size of eddies and the mean value of the velocity fluctuation, we obtain, by virtue of the formula  $\nu \sim \overline{[v'] \cdot [l']}$  an approximative value for the coefficient of viscosity. According to computations of the kind the coefficient of viscosity on the surface of the Sun is of the order of magnitude of  $10^{13}$ . Equation (31b) expresses an important connexion between turbulent viscosity and impulse momentum. In order to verify this significant result of the present theory, we shall still return to this question in what follows.

## 5. Comparison with Solar Observations

### 5.1. Distribution of the angular velocity of the Sun

Having computed the distribution of angular velocity on the surface, expressed by (30b) in relation to some star, let us substitute the solar radius ( $r_\odot$ ) for  $r_*$ ; thus

$$\omega = \omega_0 - \frac{1282,5}{\omega_0 r_\odot^4} \kappa \nu \cos^2 \vartheta,$$

which has identical form with that of the well-known empirical formula of interpolation :

$$\omega = \frac{2 \cdot 10^5}{r_{\odot}} - \frac{0,4 \cdot 10^5}{r_{\odot}} \cos^2 \vartheta.$$

By the comparison of the two formulae we obtain

$$\omega_0 = \frac{2,0 \cdot 10^5}{r_{\odot}}$$

and

$$\kappa \nu \frac{1282,5}{\omega_0 r_{\odot}^3} = 0,4 \cdot 10^5;$$

whence

$$\frac{\kappa \nu}{r_{\odot}} = \frac{0,8}{1282,5} 10^{10} r_{\odot} = 4,366 \cdot 10^{17}. \quad (32)$$

$\kappa$  and  $\nu$  may be determined from the connexions between the parameters as well as from the streamings on the solar surface. Such computations can be made by the aid of an adequate discussion of the meridional motions.

### 5.2. Meridional motions

The velocity of the meridional currents on the solar surface can be determined from the vector potential  $\mathfrak{B}_{\varphi}$ . According to (8) :

$$\mathfrak{B}_{\varphi} = \beta \psi_2 P_2^{(1)}$$

or if (28) is improved, then :

$$\mathfrak{B}_{\varphi} = 28,865 \kappa \psi_2 P_2^{(1)}; \quad (33)$$

from these the meridional components of the velocity are :

$$v_r = \frac{57,73}{r} \psi_2 P_2,$$

$$v_{\vartheta} = \frac{28,87 \lambda \kappa}{5} (2 \psi_3 - 3 \psi_1) P_2^{(1)}.$$

If we suppose that the meridional drift of the sunspots gives the meridional motion of the photosphere,  $v_{\vartheta}$  may be directly calculated from the meridional drift of the sunspots, viz.

$$v_{\vartheta} = r_{\odot} \dot{\vartheta},$$

where  $\dot{\vartheta}$  is the angular velocity of the meridional drift :

$$\dot{\vartheta} = 2 \cdot 10^{-9} \text{ radian per second,}$$

whence

$$v_{\vartheta} = 1,4 \cdot 10^2 \text{ cm/sec.}$$



The distribution of the velocity on the surface in accordance with the theory is :

$$v_{\theta} = 27,60 \frac{\kappa}{r_{\odot}} P_2^{(1)},$$

from this, if  $P_2^{(1)} = 1$  ( $\theta = 45^\circ$ ),

$$v_{\theta} = 27,60 \frac{\kappa}{r_{\odot}} = 3,94 \cdot 10^{-10} \kappa,$$

after comparing this value with the empirical one, gained before, we obtain :

$$\kappa = 3,75 \cdot 10^{13}, \quad (34)$$

the conductivity will be  $\sigma \sim 10^7$ . The molecular conductivity may be determined from the degree of ionization, according to which  $\sigma = 10^{12}$ . Consequently the coefficient of conductivity, deduced theoretically, cannot be interpreted by the aid of the molecular theory, because the coefficient in question is five orders of magnitude larger than that obtainable from the molecular theory. A medium of such an exiguous conductivity has to be considered as an isolator. Certain suppositions of the theory of hydromagnetic turbulence indicate that in turbulence the mean charge transport of very large space elements is very small; therefore turbulent electric conductivity may be introduced, which is several orders of magnitude smaller than molecular conductivity. From our discussion we may conclude that there must be hydromagnetic turbulence in the Sun and that the coefficient, obtained by means of (34), is one of the characteristics for such a turbulent state, viz. it is electric resistance in E. S. U.

From (32) and (34) also  $\nu$  may be determined :

$$\nu = \frac{4,366}{3,57} r_{\odot} 10^4 = 1,556 \cdot 10^{15}. \quad (35)$$

This coefficient is two orders of magnitude larger than that deduced in another way from the turbulence of the solar surface. For the determination of  $\nu$  we have taken into consideration also the turbulence in the interior of the Sun. Consequently we have to think this deviation arises from the circumstance that turbulence in the Sun's interior is more vigorous than that observable on this surface.

The coefficient of viscosity, however, may be determined, on the ground of (31b), also from the equatorial velocity and the radius :

$$\nu = 0,06238 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 10^{10} \cdot 10^5 \sim 10^{15}. \quad (36)$$

This value shows a sufficiently good conformity with the above coefficient, determining empirically, from which circumstance we are permitted to conclude the correctness of the theory.

### 5.3. Distribution of the magnetic field

From our theory it has followed that the dipole momentum of the external magnetic field is zero in first approximation. According to the observations the Sun has a dipole field, which is, however, so weak that the determination of its structure is very uncertain. Exact measurements cannot



be made but almost exclusively at polar areas, because under lower heliographic latitudes the determination of the mean magnetic field is practically impossible on account of the magnetic fluctuations of the sunspot zone. The theoretically obtained external magnetic field shows a certain deceptive similarity to the dipole field. For the magnetic polarity at the North pole is contrary to that at the South pole in the case of an octopole field as well as in that of a dipole one. The lines of force emerging from the polar areas are considerably curved, and if  $\vartheta \sim 60^\circ$ , they return into the Sun's interior. Therefore the polarity will be contrary here. From the environment of this place also another family of lines of force arises with identical polarity and having passed the plane of the equator, enters the surface in the area of  $\vartheta = 120^\circ$ .

According to the recent magnetographic measurements<sup>1</sup> the Sun's polar field can be observed only from the pole to  $\vartheta = 35^\circ$  and from  $\vartheta = 145^\circ$  to  $\vartheta = 180^\circ$ . In accordance with our theory the polarity of the field has to change both at about  $\vartheta = 40^\circ$  and  $\vartheta = 140^\circ$ .

In what follows we may suppose that the magnetic field, observed in the polar area, derives from the theoretically deduced octopole field. If we assume that the field intensity at the poles be 1 gauss, we obtain:

$$\mathfrak{H}_r = -33,12 \cdot 12 \cdot H_0 = 1,$$

whence

$$H_0 = -0,002516. \quad (37)$$

According to (29) the horizontal component of the magnetic field is:

$$\mathfrak{H}_\varphi = 957,9 \frac{H_0 r}{\omega_0 r^2} \psi_2 P_2^{(1)},$$

which we may simplify making use of (31a):

$$\mathfrak{H}_\varphi = 59,74 H_0 \psi_2 P_2^{(1)},$$

or by the aid of the above value of  $H_0$ :

$$\mathfrak{H}_\varphi = 1,50 \psi_2 P_2^{(1)}. \quad (38)$$

The maximum of the magnetic field in the Sun's interior, at the point given by the coordinates  $r = 3,8$  and  $\vartheta = 45^\circ$ , is:

$$H_{\varphi \max} = 0,4$$

consequently it is in order of magnitude equal to the polar field strength. So from the point of view of hydromagnetic turbulence coming to pass in the solar interior, it must have nearly as great an importance as that of the meridional field.

## 6. Comparison with Stellar Observations

By means of spectroscopic observations of the stars only  $\omega_0$  and  $H_0$  can be determined. Therefore, making use of the observations, we may calculate only those parameters of our theory which depend on these two quantities.

<sup>1</sup> Ap. J. **121**, 348 (1955).

If we assume, however, that  $\kappa$  be a very great number also in the stars, in like manner as in the Sun, i. e. hydromagnetic turbulences exist, then (31b) will hold here too :

$$\nu = 0,06258 \, v_{\text{equ}} r_*, \quad (39)$$

of the correctness of which we have convinced ourselves.

The correctness of (39), however, may be concluded from the comparison of the turbulence and rotational velocity of some stars type B, A, and F, on the ground of observations, or more properly, discussions of O. Struve, C. T. Elvey, K. O. Wright, Su Shu Huang and others. For provided that turbulent velocity is proportional to  $\nu$  (or is a function of it), furthermore the observed velocity is equal to the equatorial one, and finally the radii of the stars in question may be considered as equal (in reality they are between 1–5 $\odot$ ), we are permitted to compare relation (39) with the observational results.

In the table below we have collected, using the literature at our disposal, the turbulent velocity and the rotational one of the stars type B, A, and F, and also those of the Sun :

Star	Type	$v_{\text{turb}}$	Litt.	$v_{\text{rot}}$	Litt.
$\rho$ Leo .....	BO	18	St, H	61,8	H
$\alpha$ CMa .....	AO	2,0	St	15,6	H
$\alpha$ Lyr! .....	AO	2,0	St	15,6	H
17 Lep .....	AO	67,0	St		
$\alpha$ Cyg .....	A2p	2,0	St	25,0	H
$\alpha$ Car .....	F0	3,5	H	15,6	H
$\epsilon$ Aur .....	F2	24,0	H	30,6	H
$\alpha$ Per .....	F5	7,5	H	15,6	H
$\alpha$ CMi .....	F5	4,0	H	15,6	H
$\alpha$ Cyg .....	F8	7,8	H		
$\delta$ CMa .....	F8	9,0	H		
Sun .....	G0	1,9		2,0	

(St = Struve, Ap. J. **79**,409 (1939) ; H = Su Shu Huang Ap. J. **118**,285 (1953).

By the aid this table fig. 1 has been drawn. As we may see, in it a certain relation between the two quantities appears decidedly, but because of the exiguous material of observation we get no satisfactory answer to its reality. It would be very necessary to complete the material with further data of those stars of fast rotation, the turbulent velocity of which is also known to us.

### 7. Trajectories of the Velocity and Magnetic Field

It is not unknown that the trajectories of a vector field,  $\mathfrak{A} = \text{rot } \mathfrak{a}$ , are given by the following differential equation :

$$\left[ \text{rot } \mathfrak{a}, \frac{d\mathfrak{r}}{ds} \right] = 0.$$

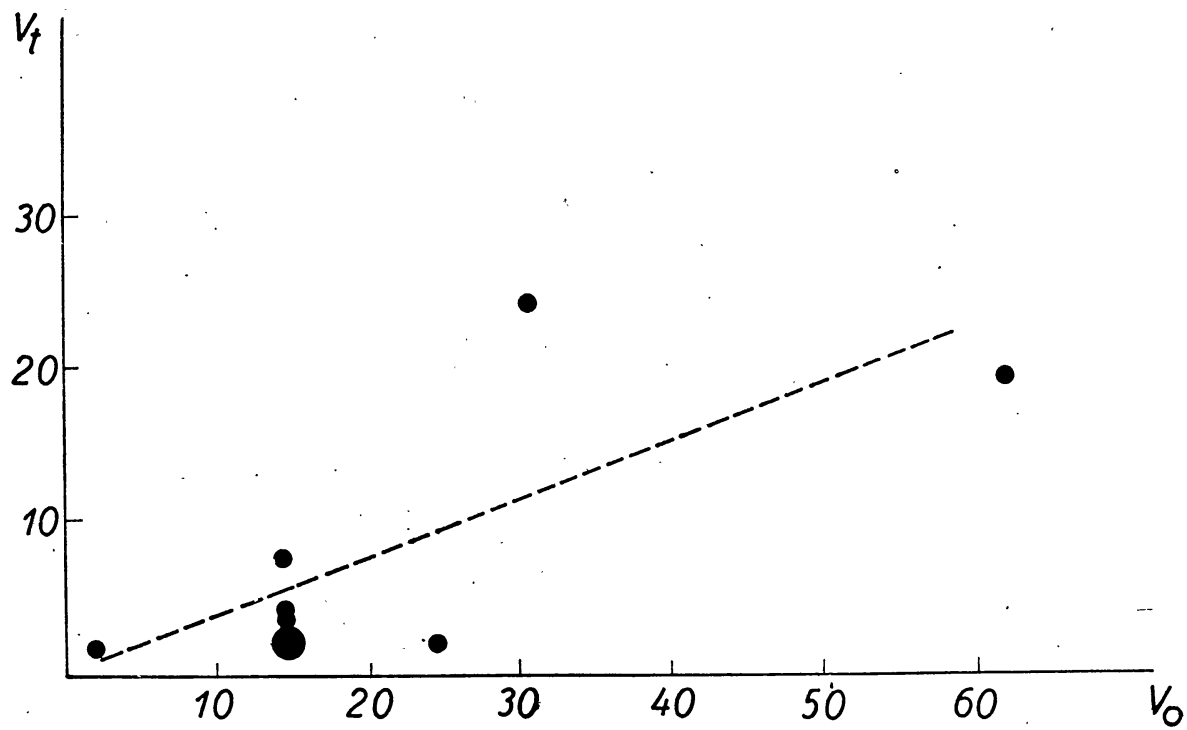


Fig. 1.

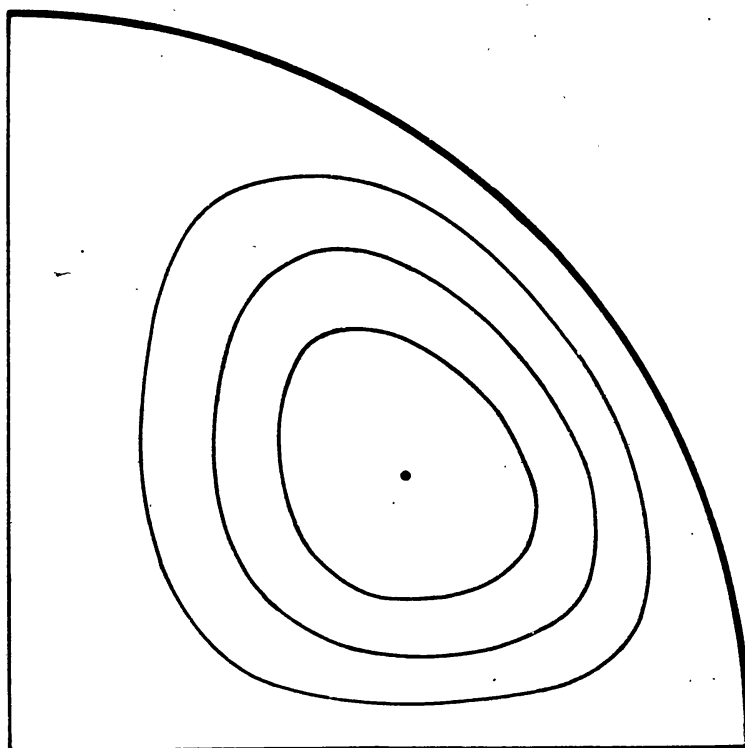


Fig. 2

If only the  $\varphi$ -component of the vector potential is different from zero, the above equation written in polar coordinates will be :

$$\frac{1}{r \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} (\sin \vartheta \alpha_{\varphi}) r \frac{d\vartheta}{ds} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \alpha_{\varphi}) \frac{dr}{ds} = 0,$$

which may be transformed into

$$\frac{\partial}{\partial r} (r \sin \vartheta \alpha_{\varphi}) \frac{dr}{ds} + \frac{\partial}{\partial \vartheta} (r \sin \vartheta \alpha_{\varphi}) \frac{d\vartheta}{ds} = 0;$$

after integrating

$$\alpha_{\varphi} r \sin \vartheta = \text{const.}$$

According to (8) the vector potential of the meridional currents is

$$\mathfrak{B}_{\varphi} = \beta \psi_2 P_2^{(1)},$$

which, written into the above equation and somewhat transformed, is

$$r \psi_2 (P_1 - P_3) = C.$$

The family of the curves appertaining to the different values of  $C$  is shown by fig. 2. We remark here that the selfsame family of curves produces also the trajectories of the meridional electric currents, mentioned in Chapter 4.3. These currents originate  $\mathfrak{S}_{\varphi}$ , the trajectories of which are the concentric circles running around the axis of rotation; the equation of the circles in question is :

$$\left( \mathfrak{S}_{\varphi}, \frac{d\mathfrak{S}_{\varphi}}{ds} \right) = 0,$$

after integrating :

$$(\mathfrak{S}_{\varphi}, \mathfrak{S}_{\varphi}) = 0;$$

let us write it into polar coordinates :

The value of  $C$  varies from point to point in the meridional plane; the curve joining the constant values of  $C$  represents the meridional sections of the force surfaces. This family of curves, as one may see it from the formula, agrees as to the form with the trajectories of the meridional currents.

Instead of the trajectories of the velocity field let us examine the family of surfaces of constant angular velocity. The equation of these may be easily obtained on the ground of (30a) :

$$\left( \frac{r_*}{r} \right)^2 \frac{\psi_2}{5,7608} - \frac{r^*}{r} \psi_3 \cos^2 \vartheta = C.$$

The family of curves is shown by fig. 3.

The equation of the lines of force of the magnetic field is obtained in a similar way as that of the meridional currents.

The equation of the lines of force of the internal magnetic field is :

$$(r^2 + 133,03 \psi_1 r) P_1^{(1)} P_1^{(1)} - 199,54 \psi_3 r P_1^{(1)} P_3^{(1)} = C,$$

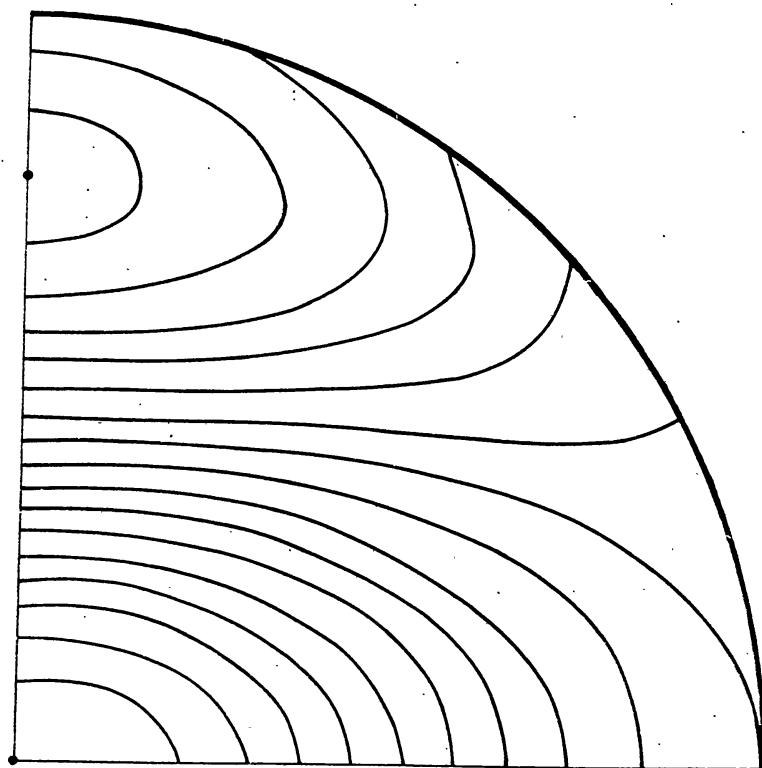


Fig. 3.

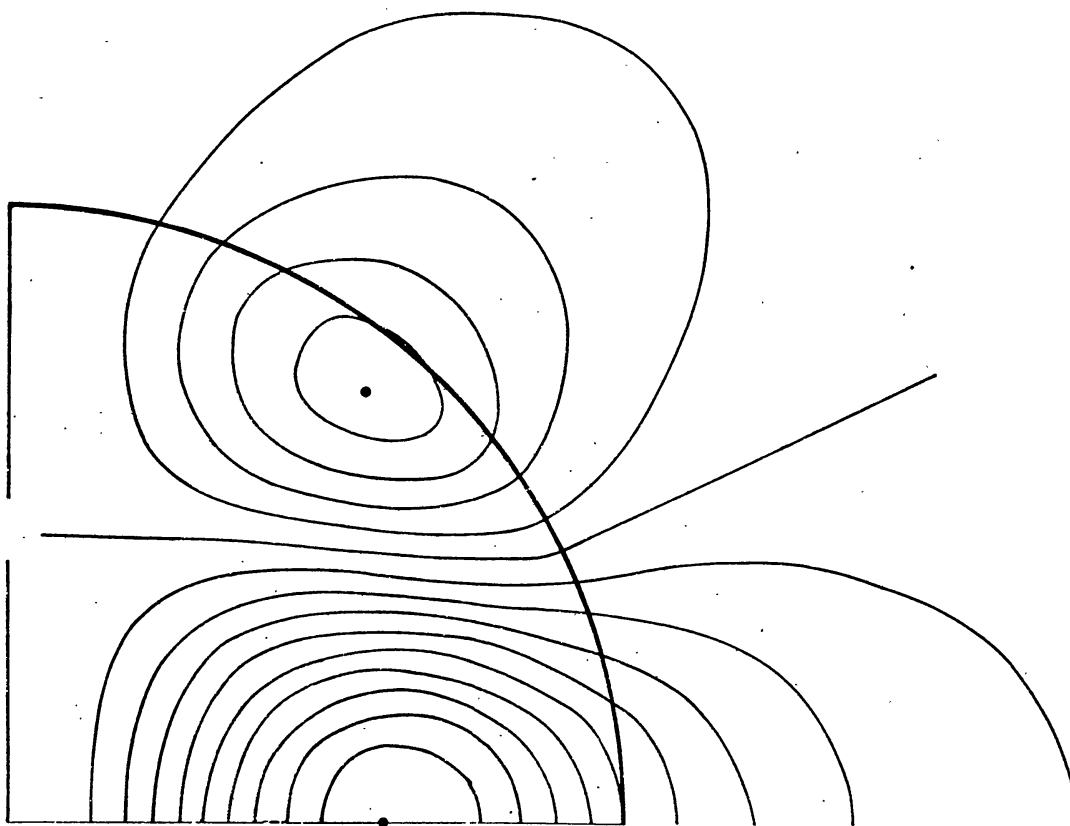


Fig. 4.

that of the external field (octopole-type field) :

$$33,12 \frac{1}{r} P_1^{(1)} P_3^{(1)} = C.$$

the lines of force of the internal and external magnetic fields are shown by fig. 4.

### Summary

We have determined the velocity distribution of a star and its magnetic field in first approximation. Our results are as follows.

Velocity distribution :

$$v_\varphi = \omega_0 r P_1^{(1)} + 0,968 \kappa r_* (3\psi_1 P_1^{(1)} - 2\psi_3 P_3^{(1)}).$$

Distribution of the angular velocity :

$$\omega = \omega_0 + 83,66 \kappa \frac{\psi_2}{r_2} - \frac{581,9 \kappa}{r_*} \frac{\psi_3}{r} \cos^2 \vartheta.$$

Vector potential of meridional currents :

$$\mathfrak{B}_\varphi = 28,865 \kappa \psi_2 P_2^{(1)}.$$

Vector potential of the internal magnetic field :

$$\mathfrak{A}_\varphi = H_0 r_* \left\{ \left[ \frac{r}{r_*} + 133,03 \psi_1 \right] P_1^{(1)} - 119,54 \psi_3 P_3^{(1)} \right\}.$$

Vector potential of the external (octopole-type) field :

$$\mathfrak{A}_\varphi = -0,6631 H_0 \frac{r_*^5}{r^4} P_3^{(1)}.$$

Toroidal magnetic field strength :

$$\mathfrak{S}_\varphi = 59,74 H_0 \psi_2 P_2^{(1)}.$$

### Appendix

1. The function  $\psi_l$ , used to solve the basic equations, is derivable from the Bessel functions :

$$\psi_l = r^{-1/2} J_{l+1/2}(\lambda r)$$

and therefore recurrence formulae, rules of differentiation and those of integration, relative to the Bessel functions, may be transformed also into  $\psi_l$ .

The important recurrence formula is

$$\psi_{l-1} + \psi_{l+1} = \frac{2l+1}{\lambda r} \psi_l.$$

Rules of differentiation :

$$\frac{d\psi_l}{dr} = \frac{\lambda l}{2l+1} \psi_{l-1} - \frac{\lambda(l+1)}{2l+1} \psi_{l+1},$$

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r\psi_l) = \frac{\lambda(l+1)}{2l+1} \psi_{l-1} - \frac{\lambda l}{2l+1} \psi_{l+1}.$$

Integral formulae :

$$\int r^{l+2} \psi_l(\lambda r) dr = \frac{1}{2} r^{l+2} \psi_{l+1},$$

$$\int \frac{\psi_l dr}{r^{l-1}} = -\frac{\psi_{l-1}}{r^{l-1}}.$$

2. Tables for the functions  $\psi_l$  ( $l = 0, 1, 2, 3, 4$ ). The functions  $\psi_l$  may be expressed by power functions and trigonometric ones :

$$\psi_0 = \frac{\sin x}{x},$$

$$\psi_1 = \frac{\sin x}{x^2} - \frac{\cos x}{x},$$

$$\psi_2 = \left( \frac{3}{x^3} - \frac{1}{x} \right) \sin x - \frac{3}{x^3} \cos x,$$

$$\psi_3 = \left( \frac{15}{x^4} - \frac{6}{x^2} \right) \sin x - \left( \frac{15}{x^3} - \frac{1}{x} \right) \cos x,$$

$$\psi_4 = \left( \frac{105}{x^5} - \frac{45}{x^3} + \frac{1}{x} \right) \sin x - \left( \frac{105}{x^4} - \frac{10}{x^2} \right) \cos x.$$

In the neighbourhood of  $x = 0$  we obtain the functional values by the aid of the subsequent series :

$$\psi_1 = \frac{x}{3} \left( 1 - \frac{x^2}{10} \left( 1 + \frac{x^2}{28} \left( 1 - \frac{x^2}{54} \left( 1 + \dots \right) \right) \right) \right),$$

$$\psi_2 = \frac{x^2}{15} \left( 1 - \frac{x^2}{14} \left( 1 + \frac{x^2}{36} \left( 1 - \frac{x^2}{66} \left( 1 + \dots \right) \right) \right) \right),$$

$$\psi_3 = \frac{x^3}{105} \left( 1 - \frac{x^2}{18} \left( 1 + \frac{x^2}{44} \left( 1 - \dots \right) \right) \right),$$

$$\psi_4 = \frac{x^4}{945} \left( 1 - \frac{x^2}{22} \left( 1 + \frac{x^2}{52} \left( 1 - \dots \right) \right) \right).$$

If  $x > 2l + 1$ , then for calculating  $\psi_l$  the following recurrence formula is expedient :

$$\psi_{l+1} = \frac{2l+1}{x} \psi_l - \psi_{l+1}.$$



In what follows we give the numerical values of  $\psi_0$ ,  $\psi_1$ ,  $\psi_2$ ,  $\psi_3$  and  $\psi_4$ , of which we have availed ourselves in the calculation.

$x$	$\psi_0$	$\psi_1$	$\psi_2$	$\psi_3$	$\psi_4$
0,0	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,2	0,933	0,066	0,003	0,000	0,000
0,4	0,974	0,131	0,011	0,001	0,000
0,6	0,941	0,193	0,023	0,002	0,000
0,8	0,897	0,250	0,041	0,005	0,000
1,0	0,841	0,301	0,062	0,009	0,001
1,2	0,777	0,345	0,087	0,015	0,002
1,4	0,704	0,381	0,113	0,023	0,004
1,6	0,625	0,409	0,142	0,034	0,006
1,8	0,541	0,427	0,170	0,064	0,009
2,0	0,455	0,435	0,198	0,061	0,014
2,2	0,366	0,435	0,225	0,080	0,020
2,4	0,282	0,425	0,249	0,095	0,027
2,6	0,198	0,406	0,270	0,113	0,035
2,8	0,120	0,379	0,287	0,133	0,045
3,0	0,047	0,346	0,299	0,152	0,056
3,2	— 0,018	0,306	0,306	0,171	0,069
3,4	— 0,075	0,262	0,307	0,188	0,081
3,6	— 0,123	0,215	0,302	0,205	0,096
3,8	— 0,161	0,166	0,292	0,218	0,110
4,0	— 0,189	0,116	0,276	0,229	0,125
4,2	— 0,208	0,067	0,256	0,237	0,139
4,4	— 0,216	0,021	0,230	0,241	0,153
4,6	— 0,216	— 0,023	0,201	0,241	0,166
4,8	— 0,208	— 0,062	0,169	0,238	0,177
5,0	— 0,192	— 0,095	0,135	0,230	0,187
5,2	— 0,170	— 0,123	0,099	0,218	0,194
5,4	— 0,143	— 0,144	0,063	0,202	0,199
5,6	— 0,113	— 0,159	0,028	0,183	0,201
5,8	— 0,080	— 0,167	— 0,006	0,161	0,201

Particular functional values :

the first zero of  $\psi_1$  :  $x_1 = 4,4936$

the first zero of  $\psi_2$  :  $x_2 = 5,7608$

corresponding values at the first zero of  $\psi_2$  :

$$\psi_0(x_2) = -0,0866 \quad \psi_1(x_2) = -0,166$$

$$\psi_3(x_2) = 0,166 \quad \psi_4(x_2) = 0,201.$$

Budapest-Szabadsághegy, 15th June, 1955.

MITTEILUNGEN  
DER  
STERNWARTE  
DER UNGARISCHEN AKADEMIE  
DER WISSENSCHAFTEN

BUDAPEST—SZABADSÁGHEGY

ИЗВЕСТИЯ  
АСТРОНОМИЧЕСКОЙ  
ОБСЕРВАТОРИИ  
АКАДЕМИИ НАУК  
ВЕНГРИИ

Nr. 38.

A. D. BONOV (Sofia)

# SUR LA VARIATION DE LA PÉRIODE DE SW BOOTIS

BUDAPEST, 1955

## SUR LA VARIATION DE LA PÉRIODE DE SW BOOTIS

SW Bootis est une des étoiles du type RR Lyrae qui sont rarement observées, quoique elle soit intéressante à plusieurs points de vue. Il y a déjà 20 ans, que M. *Tzessevitch* a constaté [6], que même les rares observations faites jusqu'alors ne peuvent pas être représentées par une période constante. Et depuis ce temps, personne n'a examiné la variation indubitable de la période de cette étoile. SW Bootis est encore intéressante au point de vue

Tableau I. Éclat des étoiles de comparaison

Étoile	$m_{Bp}$	$m_{Harvard}$
<i>a</i>	11.35	11.51
<i>b</i>	11.72	11.18
<i>c</i>	11.96	—
<i>d</i>	12.56	—
<i>e</i>	12.67	—
<i>f</i>	12.81	—
<i>g</i>	12.94	12.76
<i>h</i>	13.26	—
<i>i</i>	13.29	—

de son mouvement. M. *Parenago* a remarqué que malgré la grande distance de l'étoile du plan galactique, la composante perpendiculaire au plan galactique de sa vitesse spatiale est très grande [7].

Pendant mon court séjour à Budapest en 1955, j'ai eu l'occasion de prendre des photographies de l'étoile avec l'astrographe de 16 cm d'ouverture de l'Observatoire Konkoly. En dehors de cela on a mis à ma disposition les plaques de M. *Geffert*. J'ai eu, au total, 191 photographies à étudier, dont 19 n'étaient pas utilisables. Les 172 photographies qui restaient ont été mesurées par moi sur l'électromicrophotomètre du type Rosenberg de l'Observatoire.

Les photographies ont été prises sur des plaques «Guilleminot Superfulgur», avec 6—8 minutes de pose. J'ai choisi pour des étoiles de comparaison les étoiles indiquées sur la figure 1. Les magnitudes ont été obtenues par deux rattachements à la Séquence Polaire Nord. Les magnitudes obtenues pour les étoiles de comparaison sont données dans le tableau I. Le tableau IV rassemble les valeurs des magnitudes pour la variable.

Il y a trois dates de maximum qui sont définissables d'après les observations de Budapest. Ce sont: J. D. 2435227,3730; 2435249,4518 et 2435265,3714. Pour étudier le changement de la période j'ai fait usage de 13 maxima individuels, publiés d'après les observations visuelles de M. *Hoffmeister* [3] c'est à dire les 3 maxima normaux formés à partir de ceux-ci, et 1 maximum normal pris des observations photographiques de M. *Parenago* [4]. J'ai eu

encore 1 maximum normal pris des observations visuelles de M. *Kukarkin* [5], ainsi que 3 maxima publiés par M. *Tzessevitch* [6]. Le premier et le deuxième de ces derniers sont les maxima individuels tirés des observations visuelles de M. *Tzessevitch* et M. *Lange*, le troisième est le maximum normal déduit des observations visuelles faites par M. *Pukhov*. La remarque faite dans

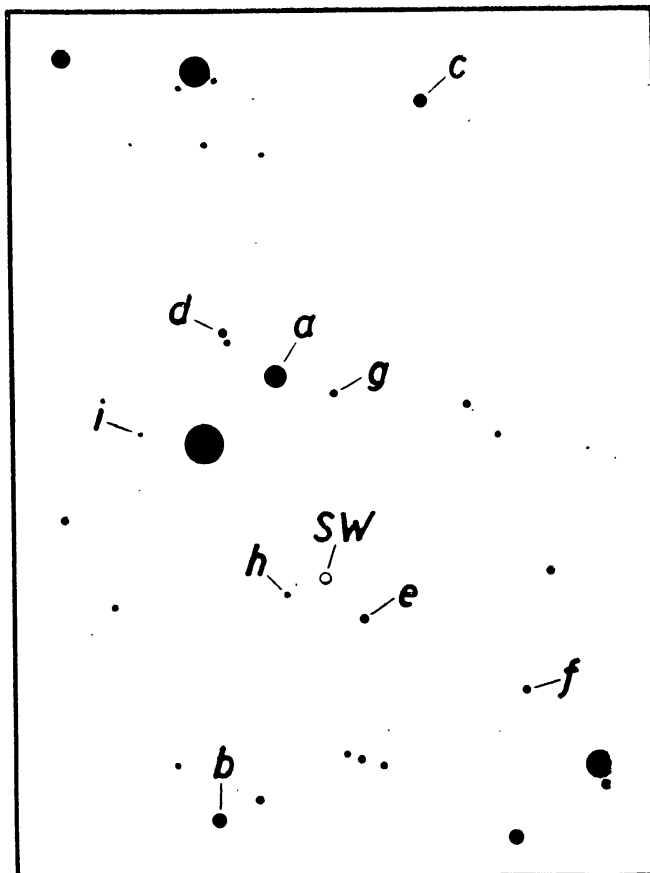


Figure 1. Carte des champs de SW Bootis.

l'article de *Beljavsky* [1] à l'occasion de la découverte de cette étoile variable rend aussi possible la détermination approximative d'un maximum.

Nous publions tous les maxima individuels qui sont à notre disposition et les maxima normaux déduits de ceux-ci, dans les colonnes 1 et 2 du tableau II. Les valeurs de  $p$  dans la colonne 3 signifient les poids des maxima normaux. Les valeurs  $E$  dans la colonne 4 et les valeurs  $O - C$  dans la colonne 5 se rapportent aux éléments suivants :

$$C = \text{J. D. } 2427550,3768 + 0,51350250 \cdot E \quad (1)$$

Ces valeurs de  $O - C$  (1) sont aussi présentées sur la figure 2. On voit clairement sur la figure, que la période est variable et que les valeurs de  $O - C$  (1) sont sur une parabole. La compensation des maxima normaux faite par la méthode des moindres carrés nous a conduit aux éléments définitifs suivants :

$$\text{Max. hél.} = \text{J. D. } 2427550,3768 + 0,51350250 \cdot E + 58,24 \times 10^{-11} \cdot E^2 \quad (2)$$

La parabole de la figure correspond au membre quadratique de cette formule.

La colonne désignée par  $O - C$  (2) de la table II donne la différence des temps des maxima normaux calculée d'après les valeurs de la formule (2).

La formule (2) représente parfaitement les maxima observés. On voit donc que depuis la découverte de la variabilité de SW Bootis, c'est à dire pendant 41 ans, la période a augmenté de 2,9 secondes.

Tableau II. Maxima observés

Maxima hélIOC.	Maxima normaux	$p$	$E$	$O - C$ (1)	$O - C$ (2)	Observateur
242... 0242.333 :	242... 0242.333	1	—14232	+ <sup>d</sup> .124	+ <sup>d</sup> .006	Beljavski
1840.290 1841.320 1842.349 1858.274	1845.4301	10	—11110	+ .0661	— .0058	Hoffmeister
2906.306 2907.342 2908.365 2909.393 2910.414 2911.439 2912.468	2910.4156	30	— 9036	+ .0474	— .0001	Hoffmeister
3195.403 3196.434	3195.4047	10	— 8481	+ .0426	+ .0007	Hoffmeister
—	4639.353	20	— 5669	+ .0219	+ .0032	Parenago
—	6847.387	10	— 1369	— .0049	— .0060	Kukarkin
7459.486	7459.486	5	— 177	— .0009	— .0009	Tzessevitch
7512.384	7512.384	5	— 74	+ .0064	+ .0064	Lange
—	7635.109	10	+ 165	+ .0043	+ .0043	Poukhov
243... 5227.3730 5249.4518 5265.3714	243... 5265.3714	30	+ 15024	+ .1330	+ .0016	Bonov

M. Tzessevitch a supposé un changement brusque de la période autour de  $E = -1400$ , de sorte que d'après lui pour  $E < -1400$  c'est la formule

$$\text{Max.} = 2421840,2954 + 0^d5134948 (E + 11120)$$

et pour  $E > -1600$  c'est la formule :

$$\text{Max.} = 2426847,387 + 0^d5135089 (E + 1369)$$

qui est valable.\*

La différence entre le maximum normal obtenu à Budapest et cette dernière formule, est :  $O - C = 0^d0330$ . Les observations de Budapest peuvent être naturellement très bien représentées par l'allongement cor-

\* Les formules données dans [6] sont ici transformées d'après notre calcul des époques.

respondant à la période dans la deuxième formule, de sorte que les deux formules suivantes :

$$\text{Max.} = 2421840,2954 + 0^d,5134948 (E + 11120) \quad (E < -1400) \quad (3)$$

$$\text{Max.} = 2426847,3840 + 0^d,51351108 (E + 1369) \quad (E > -1400)$$

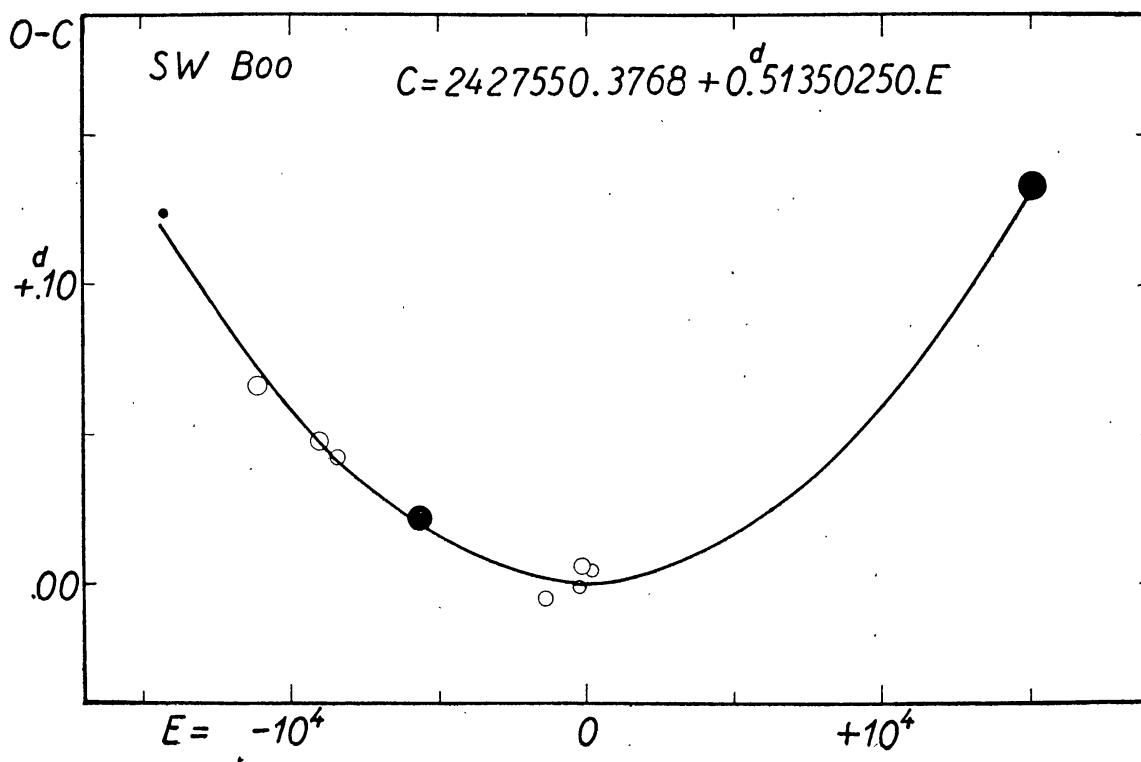


Figure 2: Diagramme de  $O-C$  de SW Bootis. La parabole de la figure est calculée d'après la formule (2). Les cercles blancs représentent les observations visuelles, les cercles pleins les observations photographiques.

représentent avec la même exactitude les maxima comme la formule quadratique, excepté le premier maximum, qui, en tous cas, est imprécis.

La formule quadratique représente tous les maxima, même le premier, entre les limites de l'inexactitude des observations. Ainsi avec cette formule on obtient une meilleure représentation, et avec un paramètre de moins, qu'avec le système des formules linéaires (3). En tout cas, il faut donner l'avantage à la formule (2). C'est pour cette raison que les phases indiquées dans le tableau IV sont calculées d'après la formule (2). Les phases sont données dans les fractions de la période.

Les points normaux d'éclat, obtenus en prenant la moyenne par groupes de cinq, se trouvent dans le tableau III, et sur la figure 3. L'erreur moyenne d'un point normal est dans le maximum  $\pm 0^m,02$  ; dans le minimum elle est  $\pm 0^m,04$ .

D'après la courbe d'éclat on a :

$$m^{\max} = 11,70 ; m^{\min} = 13,13 ; A_{\text{phg}} = 1,43 ; M - m = 0^{\text{p}}126$$

La courbe montre dans le minimum une onde d'une amplitude de  $0^{\text{m}}11$ . L'amplitude correspond exactement à la relation de l'amplitude-période obtenue des observations photographiques de Budapest, concernant les étoiles du type RR Lyrae.

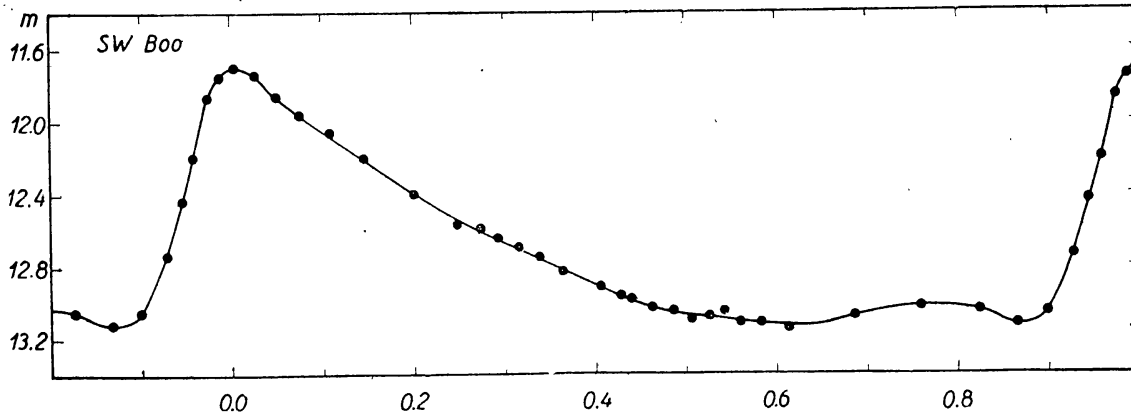


Figure 3. Courbe de lumière photographique de SW Bootis d'après les observations faites à Budapest. Un point normal est la moyenne de 5 observations.

Tableau III. Points normaux

Phase	<i>m</i>	Phase	<i>m</i>
.0097	11.70	.5051	13.10
.0264	11.74	.5247	13.08
.0498	11.86	.5413	13.05
.0749	11.96	.5588	13.12
.1081	12.06	.5820	13.12
.1449	12.20	.6132	13.15
.1990	12.40	.6374	13.12
.2467	12.57	.6848	13.08
.2719	12.59	.7595	13.03
.2922	12.65	.8245	13.05
.3142	12.69	.8666	13.12
.3375	12.75	.8982	13.05
.3631	12.84	.9276	12.74
.4058	12.92	.9444	12.43
.4273	12.96	.9592	12.20
.4392	12.97	.9737	11.86
.4609	13.03	.9883	11.76
.4855	13.05		

Je n'ai pas de preuves certaines que la courbe d'éclat soit changée.

C'est un devoir agréable d'exprimer ici à M. L. *Detre* et à Mme *Balázs* mes remerciements profonds de tous les conseils qu'ils m'ont donnés au cours de l'exécution de ce travail lequel, d'ailleurs, a été fait sous leur direction.

Budapest, le juin 1955.



Tableau IV. Liste des observations

J. D. 2435...	Phase (0°0001)	m	J. D. 2435...	Phase (0°0001)	m
131.5600	4263	12.74	5454	3439	12.75
5642	4345	12.92	5503	3534	12.76
5684	4426	12.87	5545	3616	12.75
5917	4880	13.30	5802	4117	12.96
5958	4960	13.14	5843	4197	12.83
			5885	4278	13.12
160.5677	9145	12.87	5927	4360	12.86
5718	9221	12.83			
5760	9307	12.60	193.5346	1124	11.05
5802	9388	12.45	5402	1233	12.10
5843	9468	12.40	5457	1340	12.22
5885	9550	12.35	5513	1449	12.25
5927	9632	12.11	5569	1558	10.96
			5624	1665	12.30
182.5506	7227	13.05	5680	1774	12.27
5563	7338	12.96	5735	1881	13.30
5617	7443	13.15	5791	1990	12.45
5673	7552	13.08	5846	2097	12.40
5784	7768	12.90	5902	2206	12.58
5839	7875	13.05	5957	2313	12.41
5895	7984	13.00	6012	2421	12.60
5950	8091	13.00	6069	2532	12.64
6006	8200	12.90	6124	2639	12.54
6117	8417	13.15	6180	2748	12.58
6180	8539	13.20	6235	2855	12.61
6235	8646	13.06	6291	2964	12.67
6291	8756	13.10			
6346	8863	13.08	220.3294	2911	12.70
			3405	3127	12.62
186.5084	4298	12.95	3460	3235	12.71
5140	4407	13.04	3516	3344	12.70
5195	4514	13.09	3571	3451	12.75
5251	4623	13.14	3627	3560	12.87
5307	4732	13.02			
5362	4839	12.96	220.3683	3669	12.88
5418	4948	12.91	3738	3776	12.93
5473	5055	13.05	3794	3885	12.98
5529	5164	13.03	3849	3992	12.82
5584	5272	13.01	3905	4101	12.93
5640	5381	13.00	3960	4208	13.05
5695	5488	13.00	4016	4317	12.96
6043	6165	13.07	4071	4424	13.14
6091	6259	13.26	4127	4534	12.95
6154	6382	13.26	4183	4643	12.96
			4238	4750	13.00
189.4968	2493	12.60	4294	4859	13.04
5010	2574	12.60	4356	4979	13.20
5052	2656	12.57	4416	5096	13.09
5093	2736	12.56	4467	5196	13.10
5135	2818	12.70	4523	5305	13.06
5177	2900	12.65	4578	5412	13.05
5218	2979	12.60	4634	5521	13.19
5246	3034	12.65	4690	5630	13.00
5288	3116	12.71	4745	5737	13.17
5329	3196	12.79	4801	5846	13.10
5371	3277	12.70			
5413	3365	12.85	227.3373	9397	12.74

J. D. 2435 ...	Phase (0 <sup>P</sup> 0001)	m	J. D. 2435 ...	Phase (0 <sup>P</sup> 0001)	m
3415	9460	12.45	258.4471	5190	13.18
3456	9540	12.27	4513	5272	13.05
3498	9622	12.22	4555	5353	13.20
3540	9704	11.93	4596	5433	13.00
3581	9784	11.87	4638	5515	13.07
3623	9866	11.76	4680	5597	13.10
3679	9975	11.82	4721	5677	13.15
3720	0054	11.75	4763	5758	13.09
3762	0136	11.67	4805	5840	12.97
3804	0218	11.72	4846	5920	13.25
3852	0312	11.81	4888	6002	13.13
3894	0393	11.85	4930	6084	13.10
3936	0475	11.84	4971	6161	13.21
3977	0555	11.87	5013	6245	13.24
4054	0705	11.90	5055	6327	13.04
4095	0785	11.88	5096	6407	13.03
4137	0867	12.10	5138	6489	13.03
4179	0948	11.98	5180	6571	13.05
4220	1028	12.13	5263	6732	12.90
4262	1110	12.15	5305	6814	13.20
4304	1192	12.08	5346	6894	13.19
249.3753	8533	13.18	265.3543	9696	11.97
3809	8641	13.10	3584	9776	11.70
3864	8750	13.05	3626	9858	11.78
3920	8859	13.07	3663	9930	11.65
3975	8966	13.10	3751	0101	11.62
4031	9075	13.15	3793	0183	11.73
4086	9182	12.83	3834	0263	11.70
4142	9291	12.82	3876	0345	11.78
4197	9398	12.50	3952	0493	11.90
4253	9507	12.32	3994	0574	11.84
4309	9616	12.03	4036	0656	11.92
4364	9723	11.85	4077	0736	12.00

### L i t t é r a t u r e

- [1] S. Beljavski : A N 198. 371. 1914  
 [2] C. Hoffmeister : A N 208. 239. 1919  
 [3] C. Hoffmeister : A N 218. 321. 1923  
 [4] P. P. Parenago : пз 3. 7 : A N 240. 321. 1930  
 [5] B. W. Kukarkin : пз 4. 135.  
 [6] W. Tzessevitch : Len. Bul. 4. p. 28. ; Cat. and Eph. of Short Period Cepheids for 1935—6 Tadjik Astr. Obs. p. 36  
 [7] P. P. Parenago : пз 6. 79  
 Autre littérature : Harv. Bull. 874. Sp : A ; Harv. Bull. 893. Mouvement propre  
 Len. Bul. 3 ; Tadjik Circ. 5., 77—78. ; PASP 50.303. Vitesse radiale : +10 km/sec ;  
 Harv. Bull. 885 p. 21. Carte des champs ; Harv. Bull. 883. p. 7. Étoiles de comparaison ;

# ZUR REGULARISIERUNG DES EINZENTRUMPROBLEMS

Von

I. IZSÁK

Unter den verschiedenen Methoden, die zur Integration des Einzentrumproblems (Zweikörperproblem der Himmelsmechanik) verwendet worden sind, verdient die Methode von *K. Bohlín* [1] besonderes Interesse (s. noch *A. Wintner* [2], S. 193—194), in der als unabhängige Veränderliche die exzentrische Anomalie benutzt wird, während die rechtwinkligen Koordinaten durch parabolische ersetzt sind. Mit Hilfe dieser beiden Transformationen reduzieren sich die Bewegungsgleichungen auf die Differentialgleichungen eines harmonischen Oszillators, die im Gegensatz zu den ursprünglichen Gleichungen bei  $r = 0$  keine Singularität enthalten. Als das Wesentliche der Bohlín'schen Methode kann daher die explizite Regularisierung des Einzentrumproblems betrachtet werden.

Allgemein verbreitet ist die Anschauung, daß bei Ausführung einer solchen Regularisierung die Transformation der unabhängigen Veränderlichen die Hauptrolle spielt, während die Transformation der Koordinaten mehr aus formalen Gründen notwendig ist. In der Regularisierung der Zweierstöße des räumlichen Dreikörperproblems von *T. Levi-Civita* wird z. B. eine berühmte kanonische Transformation u. a. zwecks der Erhaltung der kanonischen Gestalt der Bewegungsgleichungen verwendet.

Es dürfte daher von Interesse sein, daß die Regularisierung des Einzentrumproblems mit Hilfe des Laplace'schen Integrals auch ohne Heranziehung einer Koordinatentransformation durchgeführt werden kann. Nebenbei lassen dann die gleich für die räumliche Bewegung aufgestellten Differentialgleichungen an Einfachheit nichts zu wünschen übrig. In der Bohlín'schen Methode ist es sowieso nicht ganz klar, was die parabolischen Koordinaten mit dem Einzentrumproblem zu tun haben.

Wir fassen die Bewegungsgleichungen des Einzentrumproblems in der üblichen vektoriellen Gestalt

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{\mu}{r^3} \mathbf{r} \quad (1)$$

zusammen. Das Energieintegral und das Integral des Moments der Bewegungsgröße (Flächensatz) lauten

$$\frac{1}{2} \dot{\mathbf{r}}^2 - \frac{\mu}{r} = h \quad \mathbf{r} \times \dot{\mathbf{r}} = \mathbf{c}.$$

Wir benötigen aber in erster Reihe das Laplace'sche Integral

$$\left( \dot{\mathbf{r}}^2 - \frac{\mu}{r} \right) \mathbf{r} - (\mathbf{r} \dot{\mathbf{r}}) \dot{\mathbf{r}} = \mathbf{d}, \quad (2)$$

das auch in der Form

$$\left(\frac{\mu}{r} + 2h\right) \mathbf{r} - (\mathbf{r} \dot{\mathbf{r}}) \dot{\mathbf{r}} = \mathbf{d}, \quad (2a)$$

oder als

$$(\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{c}) - \frac{\mu}{r} \mathbf{r} = \mathbf{d} \quad (2b)$$

geschrieben werden kann. Die oben angeführten Integrale hängen durch die Relationen  $\mathbf{c} \mathbf{d} = 0$  und  $\mathbf{d}^2 = 2h\mathbf{c}^2 + \mu^2$  miteinander zusammen (*F. Tisserand* [3], S. 95—97, wo  $\mathbf{d}$  mit umgekehrtem Vorzeichen definiert ist). Man sieht leicht ein, daß die mit den Koeffizienten von (2) gebildeten Gleichungen

$\mathbf{r} \dot{\mathbf{r}} = 0$ ,  $\dot{\mathbf{r}}^2 - \frac{\mu}{r} = 0$  ein invariantes System der Bewegungsgleichungen

(1) bilden, im Sinne der analytischen Dynamik. Sie charakterisieren offenbar die möglichen Kreisbewegungen. Für  $c = 0$  ist die Bewegung bekanntlich geradlinig und führt zu einer reellen Singularität bei  $\mathbf{r} = 0$ . Ist  $c \neq 0$ , so verläuft die Bewegung in der auf den Vektor  $\mathbf{c}$  senkrechten Ebene, und die Bahnkurve ist vermöge

$$\mathbf{c}^2 = (\mathbf{r} \times \dot{\mathbf{r}}) \mathbf{c} = (\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{c}) \mathbf{r} = \mu r + d\mathbf{r}$$

ein Kegelschnitt mit der Exzentrizität  $d/\mu$ , dessen Perihelrichtung mit der Richtung des Vektors  $\mathbf{d}$  übereinstimmt.

Zur Behandlung des zeitlichen Ablaufs der Bewegung führen wir nun eine neue unabhängige Veränderliche ein mittels der Definition

$$\frac{dt}{du} = r.$$

Man weiß, daß die so definierte Veränderliche  $u$  zu der exzentrischen Anomalie proportional ist. Bezeichnen wir die Differentiation nach  $u$  mit  $'$ , so wird

$$\mathbf{r} = \frac{1}{r} \mathbf{r}' \quad \text{und} \quad \ddot{\mathbf{r}} = \frac{1}{r^2} \left( \mathbf{r}'' - \frac{\mathbf{r} \mathbf{r}'}{r^2} \right).$$

Die Bewegungsgleichungen (1) sind daher (falls  $r \neq 0$ ) mit

$$\mathbf{r}'' - \frac{\mathbf{r} \mathbf{r}'}{r^2} \mathbf{r} = \frac{\mu}{r} \mathbf{r}$$

äquivalent. Da aber nach (2a)

$$-\frac{\mu}{r} \mathbf{r} + \frac{\mathbf{r} \mathbf{r}'}{r^2} \mathbf{r}' = 2h \mathbf{r} - \mathbf{d}$$

gilt, erhalten wir die Differentialgleichungen des Einzentrumproblems bei beliebigem, jedoch festgehaltenem  $h$  und  $\mathbf{d}$  in der Gestalt

$$\mathbf{r}'' = 2h \mathbf{r} - \mathbf{d}. \quad (3)$$

Der Kürze halber beschränken wir uns auf den elliptischen Fall, es soll daher  $h < 0$  und  $0 < e < 1$  sein. Um die Lösung in der üblichen vektoriellen Gestalt zu gewinnen, führe man die Konstante  $a = -\mu/2h$  (große Halbachse), die unabhängige Veränderliche  $E = \sqrt{-2h} u = \sqrt{\mu/a} u$  (exzentrische Anomalie), weiterhin den Einheitsvektor  $\mathbf{j}$  in der Richtung von  $\mathbf{d}$  und den Einheitsvektor  $\mathbf{k}$  in der Richtung von  $\mathbf{c} \times \mathbf{d}$  ein. Es wird dann  $\mathbf{d} = \mu \mathbf{e} \mathbf{j}$  und die Bewegungsgleichungen (3) lauten

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{dE^2} + \mathbf{r} = -ae \mathbf{j}.$$

Bei der Integration dieser Differentialgleichungen beachten wir, daß die Bewegung in der auf den Vektor  $\mathbf{c}$  senkrechten Ebene verläuft. Ferner können wir als Anfangsbedingung voraussetzen, daß der Planet bei  $E = 0$  sich im Perihel befindet; seine Geschwindigkeit steht dann senkrecht auf den Radiusvektor. Aus diesen Bedingungen folgt

$$\mathbf{r} = a (\cos E - e) \mathbf{j} + a \sqrt{1 - e^2} \sin E \mathbf{k}.$$

Für den Radiusvektor erhält man den bekannten Ausdruck

$$r = a (1 - e \cos E),$$

und aus

$$\frac{dt}{dE} = \sqrt{\frac{a}{\mu}} r = \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} (1 - e \cos E)$$

folgt durch Integration die Kepler'sche Gleichung

$$nt = E - e \sin E$$

mit der mittleren Bewegung

$$n = \sqrt{\mu/a^3}.$$

Ist aber  $\mathbf{c} = 0$ , so fällt der Vektor  $\mathbf{k}$  weg; sonst bleiben die Formeln auch für  $h < 0$ ,  $e < 1$  gültig.

Budapest, Februar 1956.

#### Literatur

- [1] K. Bohlin: Note sur le problème des deux corps et sur une intégration nouvelle dans le problème des trois corps. Bulletin Astronomique, XXVIII. 113–119.
- [2] A. Wintner: The Analytical Foundations of Celestial Mechanics.
- [3] F. Tisserand: Traité de Mécanique céleste, t. I.

# ÜBER DIE SEKUNDÄREN PERIODEN VON Y LEONIS MINORIS

Von  
JULIA BALÁZS

Es gibt eine Anzahl von RR Lyrae-Sternen mit Perioden zwischen  $0^{\text{d}}47$  und  $0^{\text{d}}57$ , in deren Lichtwechsel sich mehrere Blažko-Effekte zeigen. *Walraven* bemerkte zuerst für RR Lyrae auf Grund photoelektrischer Beobachtungen, daß die Amplitude der 41tägigen sekundären Schwankungen sich mit einer Periode von  $122^{\text{d}}$  ändert [1]. Aus Budapester photographischen Beobachtungen wurde für RW Cancrī neben einer sekundären Periode von  $29^{\text{d}}6$  noch eine andere von  $91^{\text{d}}4$  gefunden [2]. *Guman* hat ähnliche Resultate bei der Bearbeitung der Aufnahmen von RZ Lyrae erzielt [3]. Endlich hat *Muller* zwei sekundäre Perioden für XZ Cygni gefunden [4]. Merkwürdigerweise stehen die Perioden der beiden Blažko-Effekte bei allen diesen Sternen nahe in demselben Verhältnis 1 : 3 zueinander.

Ich möchte hier kurz darauf hinweisen, daß aus den Beobachtungen von *Martynov* [5] auch für Y Leonis Minoris ähnliche Resultate zu erzielen sind. Nach *Martynov* zeigt die maximale Helligkeit des Hauptlichtwechsels ( $P_0 = 0^{\text{d}}522$ ) sehr starke Änderungen mit einer Periode von  $P_1 = 33^{\text{d}}4$ , während die Zeitpunkte der Maxima nicht den bei dem gewöhnlichen Blažko-Effekt üblichen Oszillationen unterliegen.

Ich habe nun in Tab. 1. aus *Martynov's* Beobachtungen nicht nur die Zeitpunkte und Helligkeiten der Maxima zusammengestellt, sondern auch die Zeitpunkte  $t^{12,5}$  angegeben, zu denen der Veränderliche bei steigender Helligkeit die Größe 12,5 passierte. Diese Zeitangaben erweisen sich wesentlich genauer als die  $t^{\text{max}}$ . Berechnet man nach Formel

$$R = J \cdot D \cdot 2428636,348 + 0^{\text{d}}5244564. E$$

die Werte  $(t^{12,5} - R)$  (vierte Spalte in Tab. 1.) und trägt man diese und die  $m^{\text{max}}$  gegen  $E$  auf (Abb. 1 und 2) so sieht man, dass nicht nur die  $m^{\text{max}}$ , sondern auch die  $(t^{12,5} - R)$  mit der Periode von  $33^{\text{d}}4$  stark oszillieren. Man sieht aber noch mehr: die verschiedenen Zyklen der 33tägigen Periode sind nicht einander gleich, sondern ändern sich, wie die eingezeichneten Enveloppen zeigen, mit einer längeren Periode  $P_2$ . Diese Erscheinung tritt ebenso klar im Verlauf der  $(t^{12,5} - R)$ -Werte, wie im Verlauf der  $m^{\text{max}}$ -Werte zutage.

Die überaus kleine Amplitude der Oszillation der maximalen Helligkeit zwischen den Epochen  $E = -80$  und  $E = +38$  ist nach *Martynov* subjektiven Fehlerquellen zuzuschreiben. Übrigens beträgt die doppelte Amplitude der 33tägigen Ungleichheit von  $m^{\text{max}}$  im Mittel  $0^{\text{m}}77$ , diejenige von  $(t^{12,5} - R)$  ungefähr  $0^{\text{d}}020$ . Die entsprechenden Daten für die Periode  $P_2$  sind  $0^{\text{m}}25$  und  $0^{\text{d}}016$ .

Tab. 1.

$t^{\max}$ J. D.	$B - R$	$t^{12,5}$	$t^{12,5} - R$	$m^{\max}$	$E$
242 5223,425 :	+ <sup>d</sup> 068	,387 :	+ <sup>d</sup> 030 :	11,85 :	—6317
5326, —	—	,499	+ <sup>d</sup> 005	—	6311
7477,257	—,042	—	—	12,09	2210
7898,364	—,047	,333	—,105	11,51	1407
7900,458	—,078	,418	—,118	11,69	1403
7901,500 ::	—,085 ::	,468	—,117	11,50 :	1401
8273,425	,000	,357 ::	—,067 ::	11,97	692
8282,337	—,003	,290	—,050	12,15	675
8553,490 :	+ <sup>d</sup> 006 :	,454	—,030	11,69 :	158
8594,390	—,002	,347	—,045	11,53	80
8606,443	—,011	,420	—,034	11,60	57
8623,245	+ <sup>d</sup> 008	,205	—,032	11,48	25
8628,474	—,007	,433	—,048	11,55 :	15
8634,252	+ <sup>d</sup> 002	—	—	11,68	4
8635,295	—,004	,257	—,042	11,64	2
8636,349	+ <sup>d</sup> 001	,311	—,037	11,67	0
8637,399	+ <sup>d</sup> 002	,360	—,037	11,68	+ 2
8647,354	—,008	—	—	11,63 :	21
8656,287	+ <sup>d</sup> 010	,262 ::	—,015 ::	11,58 :	38
8933,208	+ <sup>d</sup> 018	,164	—,026	11,60	566
8979,348	+ <sup>d</sup> 005	,317	—,023	12,12	654
8992,450	—,004	,425	—,029	11,62	679
9010,304	+ <sup>d</sup> 019	,273	—,012	12,34	713
9011,330 :	—,004 :	,322 :	—,012 :	12,40 :	715
9012,390	+ <sup>d</sup> 007	,369	—,014	12,33	717
9022,336	—,012	,318	—,030	12,31	736
9287,214	+ <sup>d</sup> 016	,183	—,015	12,02	1241
9288,255	+ <sup>d</sup> 008	,236	—,011	11,78	1243
9321,284	—,004	,250	—,038	11,93	1306
9323,385	—,001	,345	—,041	11,73	1310
9332,298	—,004	,275	—,027	11,57	1327
9342,262	—,004	,239	—,027	12,20	1346
9346,463	+ <sup>d</sup> 001	,445	—,017	12,32	1354
9367,444	+ <sup>d</sup> 004	,426	—,014	11,91	1394
9377,410	+ <sup>d</sup> 005	,397	—,008	12,43	1413

Die Phasenbeziehung zwischen der Oszillation der  $m^{\max}$ - und  $(t^{12,5} - R)$ -Werte ist für beide Perioden dieselbe. Das Maximum von  $m^{\max}$  fällt nahe mit dem Minimum von  $(t^{12,5} - R)$  zusammen. Genau dieselbe Phasenbeziehung wurde früher für RW Cancri gefunden (loc. cit. Abb. 5—7).

Der Zahlenwert von  $P_2$  läßt sich für Y Leonis Minoris nur ziemlich ungenau bestimmen. Wie besonders aus Abb. 2 zu ersehen ist, beträgt  $P_2$  auch hier ungefähr das dreifache von  $P_1$ . Da die Enveloppen für  $(t^{12,5} - R)$  nach Abb. 1 (links) und Abb. 2 zu den Epochen  $E = -40$  und  $E = +1320$  das Minimum passieren, muss  $1360 \times P_0$  ein Mehrfaches von  $P_2$  sein. Mit  $P_2 = 170 \times P_0$  erhält man eine leidliche Übereinstimmung auch mit Abb. 1 rechts. Danach ist

$$P_2 = 2,67 \times P_1 = 89^d 2$$



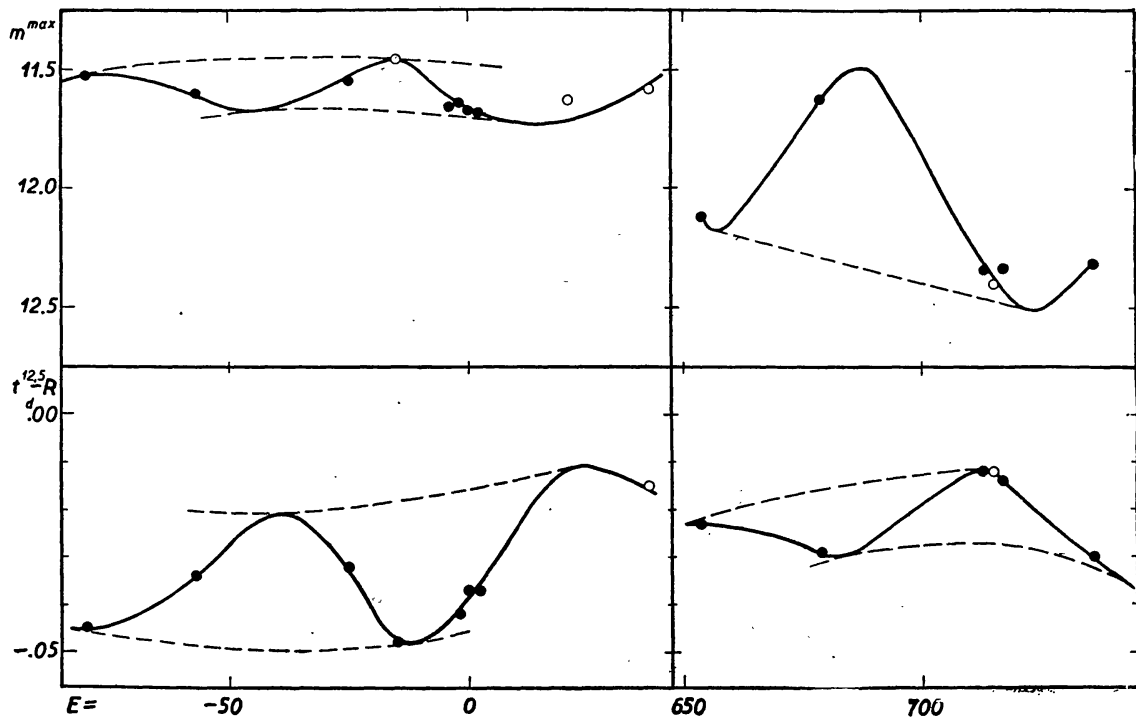


Abb. 1. Oben: Oszillation der maximalen Helligkeit. Unten: Oszillation des Zeitpunktes, zu dem Y Leonis Minoris bei steigender Helligkeit die Größe 12,5 erreicht, gegenüber den Elementen  $R = J. D. 2428636,348 + 0,5244564 \cdot E$

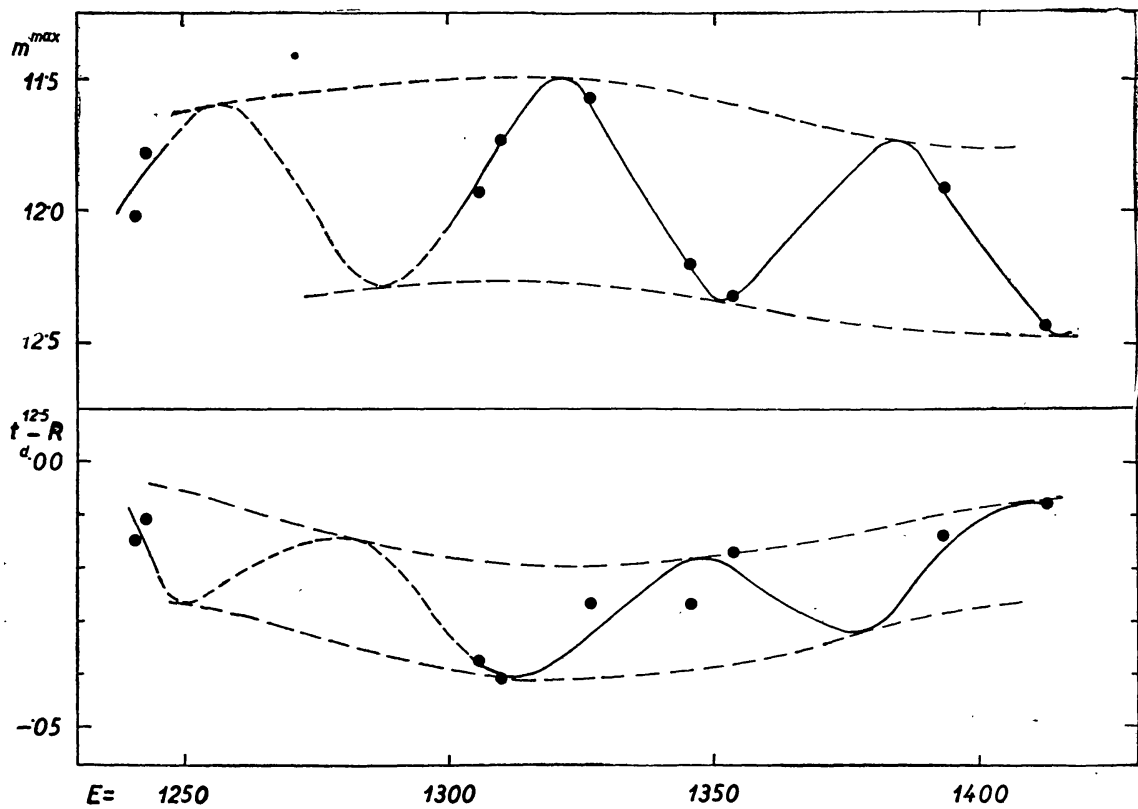


Abb. 2. Fortsetzung zur Abb. 1

Von einer rechnerischen Darstellung der Beobachtungen mit den beiden Perioden  $P_1$  und  $P_2$  sehe ich vorläufig ab, bis ein ausreichendes photographisches oder photoelektrisches Material vom Stern nicht vorliegt. Bis jetzt konnte ich nur wenige Maxima photographisch beobachten. Diese Beobachtungen bestätigen die starke Veränderlichkeit der maximalen Helligkeit, liefern aber keine neuen Daten für die Perioden  $P_1$  und  $P_2$ . Dagegen lassen sie gemeinsam mit den von *Parenago* [6], *Blažko* [7] und *Martynov* beobachteten Maxima eine starke Veränderlichkeit der Hauptperiode erkennen. Augenscheinlich ist auf eine sekuläre Zunahme von  $P_0$  noch eine periodische Ungleichheit superponiert. Die Periode dieser Änderung von  $P_0$  beträgt ungefähr das 5400fache der Hauptperiode, d. h. 7,7 Jahre. Jedoch sind zur Sicherung dieser Resultate weitere Beobachtungen nötig.

Budapest-Szabadsághegy, 2. November 1955.

Literatur: [1] BAN XI. 17.; [2] Budapest Mitt. 23.; [3] unveröffentlichte Beobachtungen; [4] BAN XII. 11.; [5] Engelhardt Obs. Bull. 18.; [6] ПЗ 4. 152; [7] AN 229. 177.

## BEOBACHTUNGEN VON AI UND BE ANDROMEDAE

Von

I. GUMAN

Nachfolgend sind die Ergebnisse der Beobachtungen von zwei Sternen mitgeteilt, die sich in der Nähe von AC Andromedae befinden und auf den von diesem Stern aufgenommenen Platten geschätzt werden konnten.

*AI Andromedae.* Über diesen Stern habe ich bereits früher berichtet,<sup>1</sup> so daß ich jetzt als Fortsetzung die seit 1951 erhaltenen Ergebnisse mitteile. Seit 1952 wurden die Aufnahmen statt auf den früher benutzten Kodak 40 Platten, auf Guillemot Superfulgur Platten gemacht. Da die Superfulgur Platten etwas empfindlicher sind als Kodak 40, konnte ich auf diesen auch schwächere Sterne schätzen. Es wurden dieselben Vergleichsterne benutzt, wie in der vorigen Arbeit, ergänzt mit dem in *Tschernowa's*<sup>2</sup> Zusammenstellung als *d* bezeichneten, für dessen Helligkeit ich aus meinen früheren Polübertragungen den Wert 13,<sup>m</sup>1 abgeleitet habe.

Tabelle I. Beobachtungen von AI Andromedae

J. D.	$m_{ph}$	$n$	J. D.	$m_{ph}$	$n$
2434192—282	[13,1	35	2434652	11,90	2
2434284	13,20	6	2434654	11,90	2
2434295	12,30	1	2434656	12,00	2
2434304	11,90	5	2434661	12,05	2
2434305	11,80	3	2434662	12,05	3
2434600—602	[13,00	8	2434664	12,00	2
2434620	12,95	2	2434920	13,00	1
2434622	12,90	2	2434924	13,10 :	1
2434624	12,65	3	2434987	11,50	1
2434629	12,40	4	2434989	11,55	3
2434630	12,35	2	2434990	11,70	2
2434649	11,90	2	2435009	[12,00	1

Die Resultate sind in Tabelle I zusammengestellt, wo  $n$  die Anzahl der durchmusterten Platten bedeutet. Wie ersichtlich, enthalten meine neueren Beobachtungen zwei durchbeobachtete Maxima und einen aufsteigenden Ast der Lichtkurve.

Die in meiner früheren Arbeit mitgeteilten Maxima, ergänzt mit den neuen Beobachtungen, sind in Tabelle II zusammengestellt.

<sup>1</sup> Budapest Mitt. No 31. 1952.

<sup>2</sup> ПЗ. 8. 21. 1951.

Tabelle II. Die Maxima von AI Andromedae

Max. J. D.	<i>E</i>	<i>B — R</i>	Quelle
2416388	—38	(+122)	Cat. ph.
2416715	—37	(+120)	<i>Tschernova</i>
2424475 :	—13	+1 :	<i>Ross</i>
2427436	—4	+7	<i>Brun</i>
2427754	—3	—3	»
2428087	—2	+2	<i>Beljawsky, Brun</i>
2428410	—1	—4	<i>Tschernova</i>
2428735	0	—7	»
2429390 :	2	—9 :	»
2431703	9	+6	<i>Guman</i>
2433982 :	16	—13 :	»
2434320 :	17	—3 :	»
2434650	18	—1	»
2434985	19	+5	»

Die alte Formel gibt für die neuen Maxima zu grosse (*B — R*)-Werte, so dass es sich notwendig erwies, neue Elemente abzuleiten. Es zeigte sich, dass die ziemlich grossen Differenzen zwischen Beobachtung und Rechnung weder durch ein parabolisches, noch durch ein Sinusglied befriedigend dargestellt werden können. Dagegen kommt man mit der Annahme, daß zwischen den Epochenzahlen —37 und —13 eine Periodenänderung stattgefunden sei, zu zwei Systemen von instantanen Elementen, welche die Beobachtungen viel besser darstellen. Für das erste System der instantanen Elemente läßt sich keine Formel ableiten, da es nur zwei benachbarte Maxima enthält. Die übrigen 12 Maxima sind dagegen mit den Elementen :

$$\text{Max.} = \text{J. D. } 2428742 + 328,^d 3 \cdot E$$

gut darstellbar. In Tabelle II sind die nach dieser Formel gerechneten (*B — R*)-Werte angeführt. Während der Mittelwert von (*B — R*) nach der älteren Formel gerechnet (die unsicheren, mit einem : bezeichneten Werte nicht mitgezählt) 20,<sup>d</sup>8 beträgt, vermindert sich derselbe mit der neuen Formel gerechnet (die unsicheren und die zwei ersten Maxima nicht mitgezählt) auf 4,<sup>d</sup>4.

*BE Andromedae*. Die Veränderlichkeit dieses Sternes (BD +47° 4115 = HD 219961, Sp = M6) wurde im Jahre 1943 von *C. Hoffmeister*<sup>3</sup> erkannt und der Lichtwechsel mit der Bemerkung »langsam veränderlich« bezeichnet. *J. J. Efremov* glaubt aus 11 Maxima, die er aus 450 Platten aus den Jahren 1899—1908 und 1935—1942 ableiten konnte, auf einen halbregelmäßigen Lichtwechsel schliessen zu dürfen. Er leitete für die Zeitpunkte der Maxima folgende Formel ab :

$$\text{Max.} = \text{J. D. } 2428776 + 137,4 \cdot E$$

<sup>3</sup> AN. 274, 36, 1943.

<sup>4</sup> ПЭ. 6, 91, 1947. In dieser Arbeit ist auch eine Umgebungskarte zu finden.

welche die 11 Maxima mit einem mittleren  $(B - R)$ -Wert von  $11^d4$  darstellen.

Die in Tabelle III mitgeteilten Beobachtungen erhielt ich auf Grund von Schätzungen auf 310 Platten aus der Zeit 1935—1955. Als Vergleichsterne

Tabelle III. Die Beobachtungen

J. D.	$m_{ph}$	$n$	J. D.	$m_{ph}$	$n$
242...			243...		
8009	11,20	1	3183	10,60	1
8047	11,00	3	3184	10,80	3
8048	11,00	3	3189	11,05	4
8053	11,30	2	3201	11,20	2
8790	11,10	1	3211	11,25	3
			3213	11,30	2
243...			3248	11,25	2
0258	10,40	3	3452	10,40	2
0259	10,40	6	3482	10,80	1
0260	10,45	4	3484	11,10	3
0261	10,50	4	3485	11,10	3
0262	10,40	4	3504	11,40	1
0266	10,45	3	3505	11,50	3
0267	10,40	2	3506	11,35	2
0285	10,50	1	3507	11,40	3
0289	10,50 :	1	3510	11,40	1
1684	11,30 :	1	3511	11,50	2
1695	10,90	2	3514	11,65	2
1703	10,70	2	3516	11,45	2
1704	10,50	2	3536	11,50	4
1707	10,70	2	3537	11,40	4
2053	10,20	1	3538	11,40	3
2092	10,70	1	3545	11,20	1
2094	10,75	2	3562	11,10	1
2095	10,80	1	3563	11,10	5
2097	11,00	1	3564	11,05	4
2469	11,20	1	3566	11,00	3
2473	11,20	1	3567	10,95	4
2474	11,10	2	3568	11,00	5
2479	10,95	2	3569	11,00	4
2482	10,95	2	3583	10,90	2
2761	11,40	1	3613	10,80	1
2764	11,60	1	3826	11,10 :	1
2772	11,35	1	3838	11,40	1
2823	10,30	1	3887	10,90	1
2824	10,20	2	3888	10,65	2
2826	10,30	2	3889	10,75	2
2829	10,40	3	3890	10,60	1
3075	11,10	3	3891	10,50	4
3085	11,10	2	3898	10,40	3
3094	11,10	1	3900	10,60	2
3095	11,10	2	3920	10,40	1
3097	11,00	2	3924	10,55	3
3112	10,60	3	3950	10,70	2
3124	10,40	3	3970	11,00	1
3126	10,50	2	3980	11,20	1
3134	10,40	6	3982	11,10	2
3149	10,45	3	4192	10,25	2
3161	10,35	2	4214	10,35	2
3169	10,40	1	4215	10,30	2

Tabelle III. Fortsetzung

J. D.	$m_{ph}$	$n$	J. D.	$m_{ph}$	$n$
243...			243...		
4233	10,85	2	4622	11,50	2
4236	10,65	6	4624	11,45	3
4237	10,80	2	4629	11,55	4
4240	10,90	5	4630	11,45	2
4243	11,00	2	4649	11,55	2
4253	11,20	2	4652	11,40	2
4254	11,15	3	4654	11,35	2
4255	11,20	1	4656	11,40	2
4277	11,30	2	4661	11,30	2
4282	11,30	3	4662	11,35	3
4284	11,30	6	4664	11,20	2
4295	11,40	1	4920	11,60	1
4304	11,40	5	4924	11,50	1
4305	11,50	3	4945	11,40:	1
4600	11,65	2	4987	11,00	4
4601	11,60	4	4989	11,05	3
4602	11,60	2	4990	11,00	2
4620	11,45	2	5009	10,80	1

benutzte ich dieselben, wie *Efremov* und für diese leitete ich aus zwei Pol-übertragungen die folgenden neuen Helligkeitswerte ab:

$$\begin{array}{ll}
 a = 9^m80 & d = 11^m00 \\
 b = 10,12 & e = 11,42 \\
 c = 10,73 & f = 12,04
 \end{array}$$

Meine Beobachtungen enthalten vier teilweise und zwei vollständig durchbeobachtete Maxima, von denen aber nur zwei *Efremov's* Formel genügen. Die Helligkeitsänderungen vollziehen sich in ziemlich ungleichartig geformten Wellen mit Amplituden von  $0^m8$  bis  $1^m6$ , die manchmal von langgestreckten Minima wie z. B. bei J. D. 2429100 (*Efremov's* Beobachtungen) und bei 2433520 unterbrochen sind. Manchmal sind die Maxima langgestreckt und flach, so dass die Epochen der größten Helligkeit nur unsicher festzulegen sind. (Z. B. die konstante Maximalhelligkeit von J. D. 2433120 — 90.) Um diese Unsicherheit zu vermindern, benutzte ich zur Ableitung der Periode den aufsteigenden Ast der Lichtkurve.

Tabelle IV. Die  $(B - R)$ -Werte für den  $11^m0$  Punkt des aufsteigenden Astes

$t$ J. D.	$E$	$B - R$
243...		
1692	0	$+2^d$
2478	5	$+4$
2784	7	$-4$
3100	9	$-1$
3566	12	$-6$
3885	14	0
4987	21	$+4$

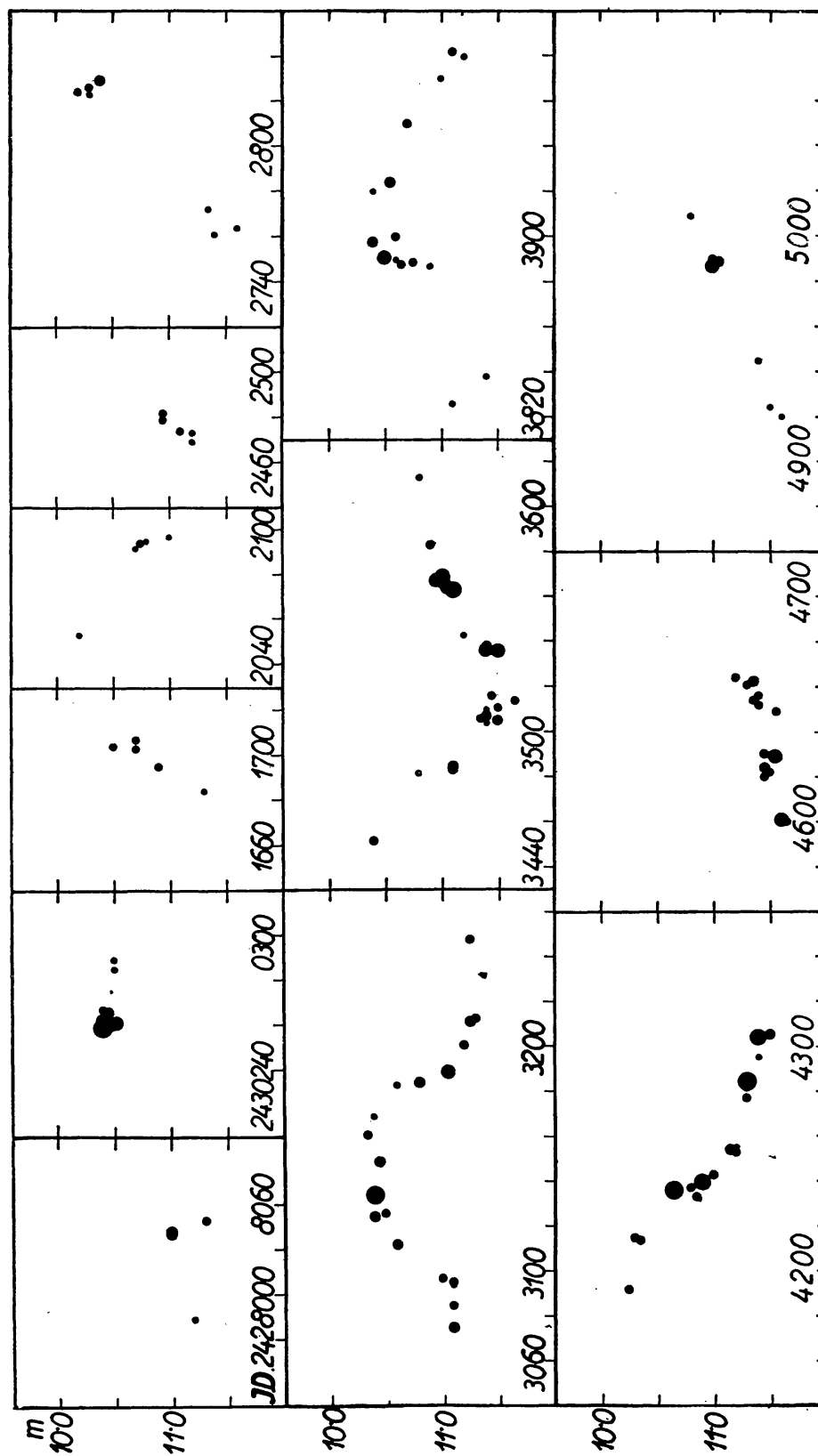


Abbildung 1. Der Lichtwechsel von BE Andromedae. Der Flächeninhalt der einzelnen Kreise ist der Anzahl der Beobachtungen proportional



Aus meinen Beobachtungen sind 7 Epochen für die Helligkeit  $11^m0$  im aufsteigenden Aste ableitbar, die in Tabelle IV angeführt sind. Diese Zeitpunkte lassen sich durch die Formel

$$t_{11,0} = \text{J. D. } 2431690 + 156,8 \cdot E$$

gut darstellen. Wie aus den in Tabelle IV angeführten Abweichungen zwischen Beobachtung und Rechnung ersichtlich ist, beträgt der Mittelwert von  $(B - R)$   $3^d$ , also nur 2 Prozent der Periode.

Ein Vergleich mit *Efremow's* Resultaten zeigt jedoch, daß eine durchlaufende Periodizität nicht vorhanden ist, da meine Formel mit den älteren Beobachtungen nicht im Einklang steht. Auch die hiesigen Beobachtungen deuten auf eine Störung der Periodizität, indem fällige Maxima ganz ausfallen oder stark verschoben sind, wie z. B. dasjenige bei J. D. 2434199, wo statt dem aufsteigenden Ast ein Maximum zu finden ist. Die beobachteten Grenzen des photographischen Lichtwechsels sind  $10^m20$  und  $11^m65$ .

Budapest-Szabadsághegy, 1955. Dezember 16.

A MAGYAR  
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
CSILLAGVIZSGÁLÓ  
INTÉZETÉNEK  
KÖZLEMÉNYEI

MITTEILUNGEN  
DER  
STERNWARTE  
DER UNGARISCHEN AKADEMIE  
DER WISSENSCHAFTEN

BUDAPEST—SZABADSÁGHEGY

Nr. 40

## DIE SEKUNDÄRE PERIODE VON RV ARIETIS

Von  
L. DETRE

From *Broglia's* and *Pestarinio's* photoelectric and *Balázs's* photographic observations the star is found to have a beat period of  $0^d316330$ , or in units of the primary period 3,397. This is the same value as that for AI Velorum obtained by *Walraven*.

In den Jahren 1935—36 habe ich von RV Arietis am hiesigen 16 cm Astrographen 317 Aufnahmen erhalten und deren Bearbeitung in AN 262. S. 81. veröffentlicht. Obgleich die Streuung der Beobachtungen ungewöhnlich groß war, betrachtete ich den Stern als einen normalen RR Lyrae-Veränderlichen, zumal die von mir beobachteten Maxima befriedigend mit einer Periode von  $P = 0^d08517439$  dargestellt werden konnten. Ich dachte die große Streuung der Beobachtungen der Schwäche des Veränderlichen zuschreiben zu dürfen. In der Tat sind die Bilder von RV Arietis im Helligkeitsminimum auf den damals benutzten unempfindlichen Eastman 50 Platten bei der anfänglich angewandten kurzen Expositionszeit von 3 Minuten, besonders wenn die Aufnahmen in grösseren Stundenwinkeln ausgeführt wurden, an der Grenze der Sichtbarkeit und mit Ausnahme der besten Platten selbst im Maximum noch recht schwach. Doch zeigte die spätere Erfahrung (RV Arietis war der erste hier bearbeitete Veränderliche), daß Unterschiede von  $0^m2$  zwischen den einzelnen Maxima selbst auf unterbelichteten Platten nicht durch Messungsfehler zu erklären sind.

Um die Frage eventueller Lichtkurvenänderungen zu klären, hat meine Frau im Jahre 1951 den Veränderlichen wieder aufs Programm gesetzt (s. nachfolgenden Artikel), und zwar erfolgten die Aufnahmen diesmal auf den wesentlich empfindlicheren Guillemot Superfulgur Platten. Die neuen Aufnahmen zeigten unbestreitbar die großen Unterschiede zwischen den einzelnen Maxima von RV Arietis und bewiesen die Zugehörigkeit des Sternes zu der kleinen Gruppe von ultrakurzperiodischen Veränderlichen mit stark veränderlicher Lichtkurve, wie SX Phoenicis, AI Velorum und VZ Cancr. Das bis jetzt erhaltene Beobachtungsmaterial reichte aber zur Bestimmung der sekundären Periode nicht aus.

Während der Bearbeitung dieser Aufnahmen veröffentlichten *P. Broglia* und *E. Pestarino* in Mem. Soc. Astr. Ital. Vol. XXVI. p. 429, Contr. Milano—Merate Nuova Serie N. 71. 1955. eine sehr schöne Serie von photoelektrischen Beobachtungen in zwei Farbbereichen (283 Beobachtungen in  $\lambda_e = 4260 \text{ \AA}$  und 276 Beobachtungen in  $\lambda_e = 5260 \text{ \AA}$ , Beobachtungsinstrument 102 cm Spiegel). Neben der starken Veränderlichkeit der Lichtkurve konnten sie zeigen, daß die von mir angegebene Hauptperiode  $P = 0^d08517439$  falsch ist, indem die richtige Hauptperiode  $P_0 = 0^d09312819$  beträgt. Es ist sehr nahe

$$11 P_0 = 12 P = 1^d \quad \text{und} \quad 1/P_0 - 1/P = 1$$

Für die Periode der Lichtkurvenänderungen haben die italienischen Autoren nur einen provisorischen Wert von  $P_b = 0^d6322$  angegeben. Mit dieser Periode können die Maximalhelligkeiten noch leidlich dargestellt werden, doch hat die resultierende Kurve eine ungewöhnliche Gestalt: der absteigende Ast ist sehr steil, das Minimum sehr flach, während die entsprechenden Kurven für SX Phe, AI Vel und VZ Cnc sinusförmig verlaufen. Vollständig versagt aber die obige Periode bei der Darstellung der  $(B - R)$  Werte, die in der letzten Spalte von Tab. III. in der zitierten Arbeit von *Broglia* und *Pestarino* angeführt sind.

Es soll hier gezeigt werden, daß aus dem vorzüglichen italienischen photoelektrischen Material  $P_b$  (sog. beat-period) bestimmt werden kann. Die dabei benutzten Daten sind die Maximalhelligkeiten im blauen Spektralbereich ( $m_b^{\max}$  in Tab. 1.), weiter die Zeitpunkte der Helligkeitsmaxima,  $t^{\max}$ , gemittelt für die gelben und blauen Helligkeiten, bzw. die Abweichungen  $t^{\max} - R(1)$  gegen die von *Broglia* und *Pestarino* abgeleiteten Elemente:

$$\text{Hel. Max.} = \text{J. D. } 2435017,5154 + 0^d09312819 E \quad (1)$$

Aus den Zahlenangaben  $m_b^{\max}$  sieht man, daß die blaue Maximalhelligkeit zwischen  $-1,05$  und  $-0,55$  schwankt. Nimmt man für die Änderungen von  $m_b^{\max}$  eine reine Sinuskurve mit diesen Extremwerten an, so erhält man Näherungswerte für  $P_b$  aus zwei nacheinander folgenden Maxima, indem man an der Sinuskurve die den Werten  $m^{\max}$  entsprechenden Abszissen in Einheiten von  $P_b$  abliest und deren Differenz der Differenz der beobachteten  $t^{\max}$  gleichsetzt. So wird folgende Tabelle erhalten:

J. D. 2435017	$\Delta t^{\max} = 0,24$	$P_b = 0^d0963$	$P_b = 0^d401$
5066	0,30	$P_b = 0,0922$	0,307
5094	0,27	$P_b = 0,0908$	0,336
5106	0,48	$P_b = 0,1927$	0,401

$$\text{Mittelwert: } 0^d361$$

Die erhaltenen Einzelwerte zeigen, daß  $P_b$  zwischen  $0^d3$  und  $0^d4$  liegt. Die sekundäre Periode muss also wesentlich kürzer sein, als von *Broglia* und *Pestarino* provisorisch angenommen wurde.

Tabelle 1.

$t^{\max}$ 2435...	$t^{\max} - R(1)$ (0 <sup>d</sup> 0001)	$m_b^{\max}$	$m_y^{\max}$	$\psi_{\max}$ (0,001)	$t_b^{-0,4}$	$t_b^{-0,4} - R(1)$ (0 <sup>d</sup> 0001)	$\psi_{-0,4}$ (0,001)
016,5900	+59	—0,610	—0,470	538	,5740	—101	487
017,5197	+43	—0,545	—0,385	477	,5058	—096	433
,6160	+75	—0,780	—0,580	781	,6063	—022	750
066,4078	+01	—1,050	—0,780	025	,3973	—104	991
,5000	—08	—0,740	—0,550	316	,4863	—145	273
093,4169	+20	—0,632	—0,475	407	,4036	—113	365
094,2534	+04	—1,020	—0,770	052	—	—	—
,3442	—20	—0,675	—0,495	339	,3316	—146	299
096,3057	+39	—0,615	—0,435	540	,2936	—082	501
106,2682	+16	—0,950	—0,705	034	,2572	—094	909
,3600	+03	—0,720	—0,550	324	,3458	—139	279
,4609	+81	—0,620	—0,475	643	,4458	—070	595
125,2658	+11	—0,975	—0,710	090	,2521	—126	046
126,2870	—21	—0,750	—0,575	318	,2728	—163	273
132,3471	+46	—0,555	—0,410	476	,3324	—101	429
153,—	—	—	—	—	,2912	—051	685

An den Tagen J. D. 2435066, 2435094 und 2435106 liegen die beobachteten  $m_b^{\max}$  — Paare auf dem absteigenden Aste der Sinuskurve. Man erhält aus diesen Daten folgende Vielfacher von  $P_b$ :

$$n P_b = 27^d 814 \quad \text{und} \quad k P_b = 12^d 022$$

Nach  $(n - 2k) P_b = 3^d 770$  erhält man folgende Möglichkeiten für  $P_b$ :

$$\begin{aligned} n - 2k = 12 & \quad P_b = 0^d 314 \\ n - 2k = 11 & \quad P_b = 0, 343 \\ n - 2k = 10 & \quad P_b = 0, 377 \end{aligned}$$

Aus  $kP_b = 12^d 022$  bekommt man dann die verbesserten Werte 0<sup>d</sup>3164 ( $k = 38$ ), 0<sup>d</sup>3435 ( $k = 35$ ) und 0<sup>d</sup>3757 ( $k = 32$ ). Mit  $P_b = 0^d 3164$  erhielt ich schon eine ziemlich gute Darstellung für die  $m_b^{\max}$  und auch für die  $t^{\max} - R(1)$ , während die beiden längeren Perioden sich als falsch herausstellten. Nach den von *Balázs* im Winter 1955/56 erhaltenen photographischen Beobachtungen kann  $P_b$  auf 0<sup>d</sup>316330 verbessert werden.

Für die verschiedenen Maxima sind die Phasen  $\psi_{\max}$  in der sekundären Periode nach der Formel

$$\psi = (\text{J. D.} - 2435066,4000) \times 3,161256 \quad (2)$$

gerechnet worden und in der fünften Spalte der Tab. 1. angeführt. Die drei letzten Spalten derselben Tabelle geben die Zeitpunkte  $t_b^{-0,4}$ , entsprechend der Blauhelligkeit  $-0^m 40$  im aufsteigenden Aste, deren Abweichungen von der Formel (1) und die dazu gehörigen Phasen  $\psi_{-0,4}$ .

Tabelle 2 gibt die entsprechenden Daten für die Helligkeitsminima an. In der beigegebenen Figur sind untereinander  $m_b^{\max}$ ,  $m_y^{\max}$ ,  $m_b^{\min}$ ,  $m_y^{\min}$ ,  $t^{\max} - R(1)$ ,  $t_b^{-0,4} - R(1)$  als Funktionen von  $\psi$  dargestellt. Die Phasenrelation zwischen diesen Kurven ist somit für RV Arietis dieselbe wie z. B. für SX Phoenicis (s. *Walraven*, BAN XII. 57. 1953.)

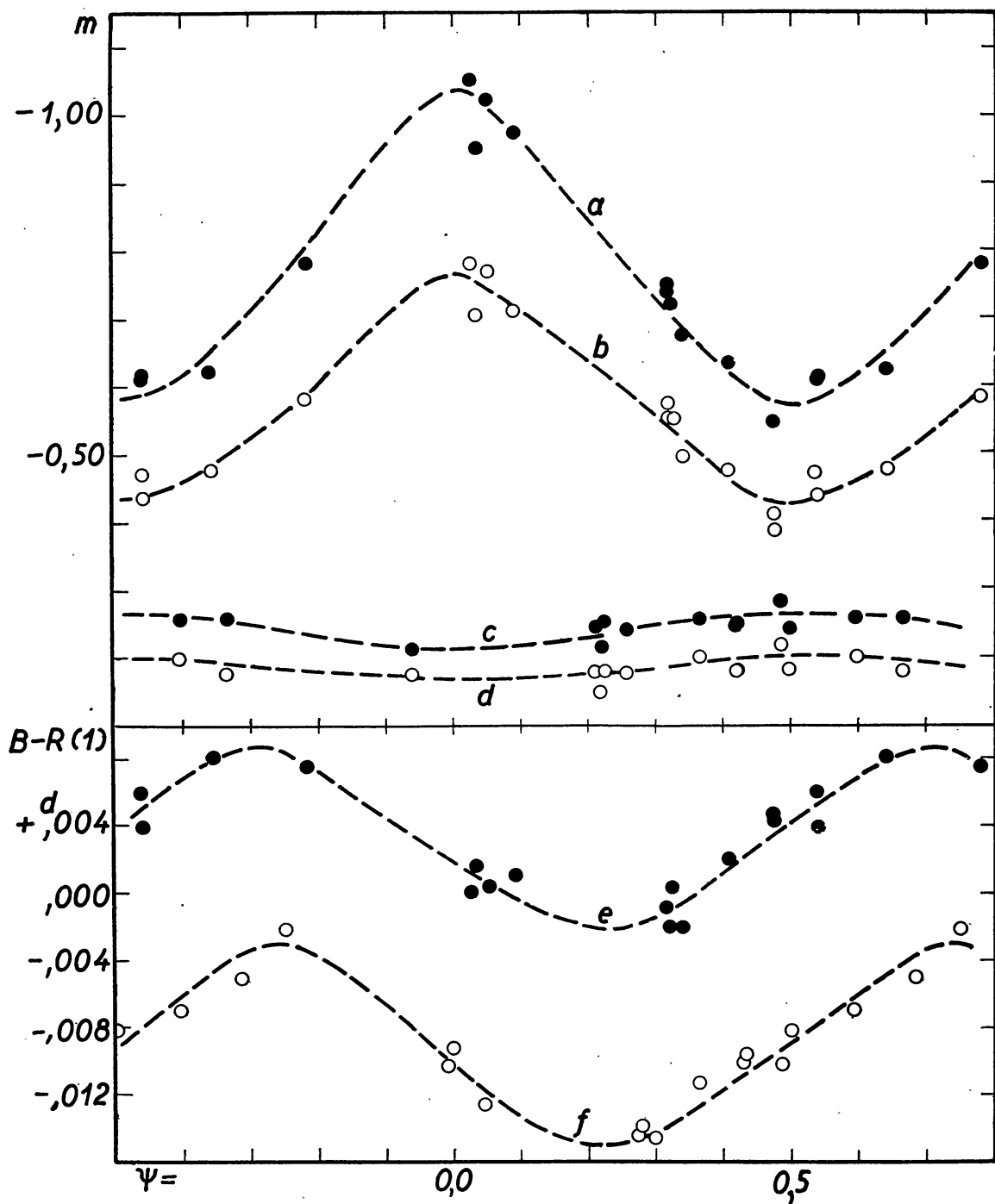


Abb. 1. *a)* Änderung der Maximalhelligkeit (blauer Spektralbereich), *b)* Änderung der Maximalhelligkeit im gelben Spektralbereich, *c)* Änderung der Minimalhelligkeit im blauen Spektralbereich, *d)* Änderung der Minimalhelligkeit im gelben Spektralbereich, *e)* Phasenverschiebung des Maximums relativ zu den Elementen (1), *f)* Phasenverschiebung des der Blauhelligkeit  $-0,4$  entsprechenden Punktes des aufsteigenden Astes.

Tabelle 2.

$t^{\min}$ 2435...	$t^{\min} - R(1)$ (0 <sup>d</sup> 001)	$m_b^{\min}$ (0 <sup>m</sup> 001)	$m_y^{\min}$ (0 <sup>m</sup> 001)	$\psi^{\min}$ (0,001)
016,552	+132	-145	-080	417
017,484	115	159	099	364
,579	210	157	078	664
066,381	297	112	076	939
,466	066	145	078	209
,554	154	183	119	487
093,477	189	156	100	597
094,318	081	144	076	256
096,267	132	150	082	417
106,327	069	115	050	218
,416	158	142	080	499
126,257	071	155	081	224

Da nach einer brieflichen Mitteilung von Herrn *Broglia* vom Stern noch unpublizierte photoelektrische Beobachtungen aus 1955/56 vorliegen, soll hier von einer weiteren Diskussion abgesehen werden. Ich gebe noch in Tab. 3. eine Zusammenstellung für die ultrakurzperiodischen RR Lyrae-Veränderliche mit bekannter  $P_b$ . Die sekundäre Periode  $P_1$  ist nach der Formel

$$1/P_b = 1/P_1 - 1/P_0$$

berechnet worden.

Tab. 3. Ultrakurzperiodische RR Lyrae-Sterne mit sekundärer Periode

	$P_0$	$P_b/P_0$	$P_1/P_0$
SX Phe	0 <sup>d</sup> 0550	3,508	0,778
DQ Cep	0,0789	4,754	0,826
RV Ari	0,0931	3,397	0,773
AI Vel	0,1116	3,398	0,773
VZ Cnc	0,1784	4,016	0,801
δ Sct	0,1938	4,325	0,812

Die Werte von  $P_b/P_0$  bzw.  $P_1/P_0$  sind also für AI Vel und RV Ari identisch.

Budapest—Szabadsághegy, 28. Februar, 1956.

# DISKUSSION VON 504 PHOTOGRAPHISCHEN BEOBACHTUNGEN VON RV ARIETIS

Von  
JULIA BALÁZS

Aus 261 neuen photographischen Aufnahmen und aus *Detre's* Beobachtungen konnten die Hauptperiode und die sekundäre Periode verbessert werden. Die Amplitude der Lichtkurvenänderungen scheint veränderlich zu sein.

Zur Untersuchung eventueller Lichtkurvenänderungen habe ich RV Arietis in 1951 am hiesigen 16 cm Astrographen aufs Programm gesetzt, nachdem der Stern sich für unser lichtelektrisches Photometer als zu schwach erwies. Die Aufnahmen erfolgten auf Guilleminot Superfulgur Platten, im allgemeinen mit einer Expositionszeit von 4<sup>m</sup>. Ein größeres Material konnte erst im Winter 1955/56 erhalten werden. Die Bearbeitung der Aufnahmen zeigte, dass die Maxima starken Änderungen unterworfen sind. (S. Abb. 1.)

Nachdem es inzwischen Herrn *Detre* gelang, aus den photoelektrischen Beobachtungen von *Broglia* und *Pestarino* (Mem. Soc. Astr. Ital. XXVI. 429) einen genäherten Wert für die sekundäre Periode zu erhalten, benutzte ich das erhaltene Material zur Verbesserung der fundamentalen und der sekundären Periode. Die italienischen photoelektrischen Beobachtungen und meine Beobachtungen aus 1955/6 führten für die Schwebungsperiode zu den Elementen:

$$\text{Zeit der hellsten Maxima} = \text{J. D. } 2435066,4000 + 0^{\text{d}}316330 \cdot n \quad (1)$$

Als Ausgangswert für die Hauptperiode nahm ich die Elemente von *Broglia* und *Pestarino*:

$$\text{Hel. Max.} = \text{J. D. } 2435017,5154 + 0^{\text{d}}09312819 \cdot E \quad (2)$$

Die Beobachtungen von *Detre* aus 1935/6 (AN 262. 81) mußten neu diskutiert werden, weil RV Ari auf den damals benutzten Eastman 50 Platten ziemlich schwach ist. Je nach dem Luftzustand ist daher die Qualität der Aufnahmen recht verschieden. Auf einigen Platten liegt das photographische Bild des Veränderlichen unter dem linearen Teil der Schwärzungskurve, wodurch die Größenangaben recht unsicher sind.

Da die Verbesserung der Perioden  $P_0$  und  $P_b$  in erster Linie auf den weit zurückliegenden *Detre'schen* Beobachtungen beruhen muß, schien es ratsam, alle unsicheren Beobachtungen auszuschließen und die Diskussion auf die Beobachtungen zu beschränken, bei welchen keine Unsicherheit bei der Zeichnung der Schwärzungskurven besteht. So mußte ich alle Beobachtungen vom J. D. 2428074 wegen Schwäche des Veränderlichen ausschließen. Weiter mußten noch die Aufnahmen J. D. 2428183,205 und 2428186,255



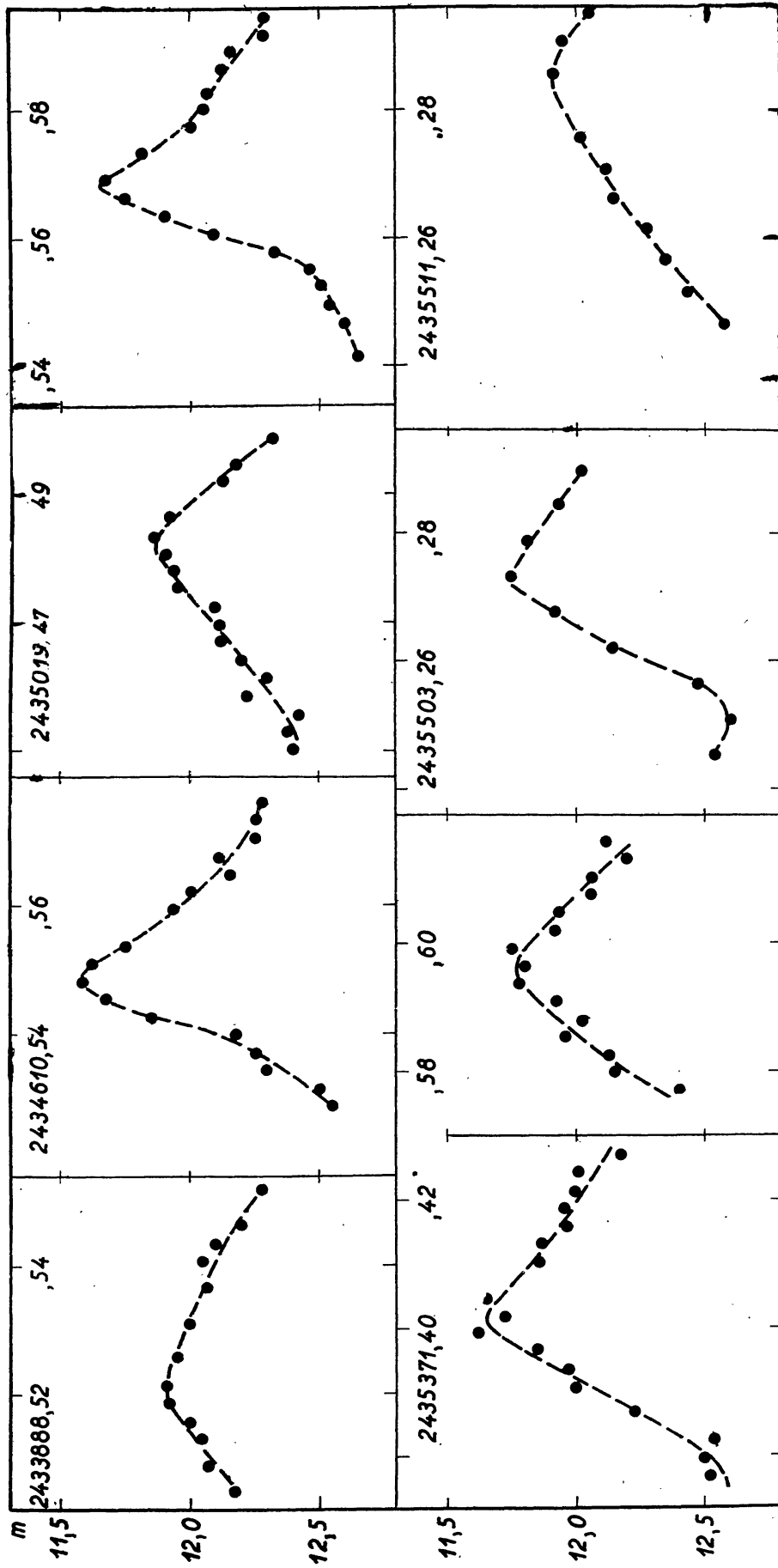


Abb. 1. Einzelne Maxima von RV Arietis nach den Budapest photographischen Beobachtungen.

wegen Plattenfehler ausgeschlossen werden. Infolge eines Versehens bei der Reduktion wurden in der Arbeit von Detre alle Größenangaben zwischen J. D. 2428183,276 und ,294 um  $0^m20$  zu hell angegeben. Weiter mußten noch einige Aufnahmen im Minimum und diejenige zu 2428407,556 verworfen

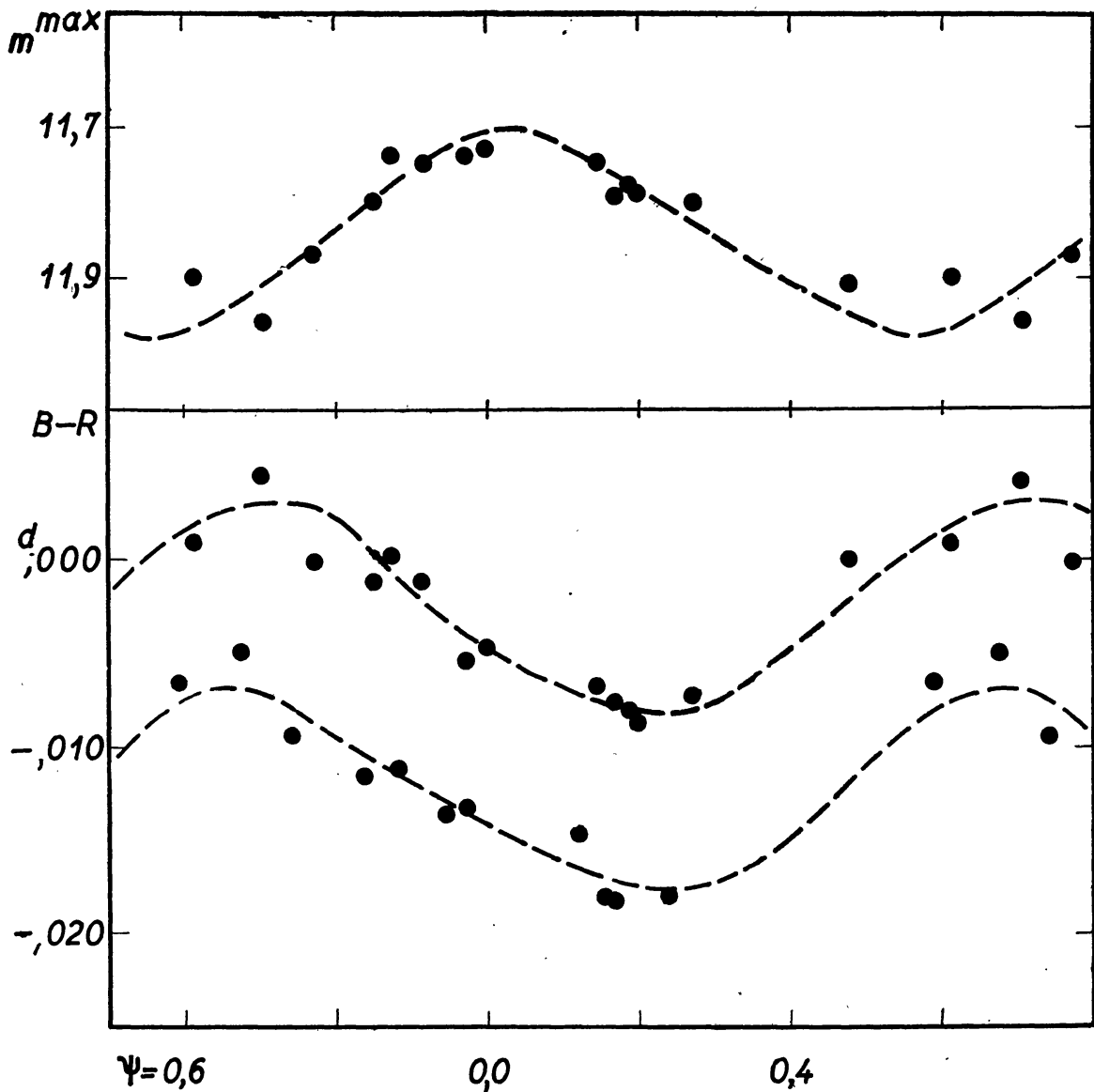


Abb. 2. Änderung der Helligkeit des Maximums (oben), Phasenverschiebung des Maximums und eines Punktes ( $m = 12,1$ ) des aufsteigenden Astes (unten) mit  $\psi$  nach den Beobachtungen von Detre aus 1935—36.

werden. Es blieben 243 Aufnahmen, die gemeinsam mit meinen 261 Aufnahmen in Tab. 3 angeführt sind.

Aus den Beobachtungen von Detre wurden für die Helligkeitsmaxima und für die aufsteigenden Äste ( $m = 12,10$ ) die in Tab. 1 zusammengestellten Daten erhalten.  $\psi$  hat dieselbe Bedeutung, wie in der vorangehenden Arbeit. In Abb. 2 sind die Daten graphisch dargestellt.

Die Amplitude der Phasenverschiebung des Maximums stimmt genau mit der aus den italienischen photoelektrischen Beobachtungen erhaltenen Amplitude überein. Gegenüber den Elementen (2) traten aber die Maxima in 1935/6 um 0<sup>d</sup>0056 früher ein, als in 1954/5. Die Hauptperiode muß also verlängert werden. Ich erhielt die verbesserten Elemente:

$$\text{Hel. Max.} = 2435017,5124 + 0^d093128264 \text{ E} \quad (3)$$

Das hellste Maximum trat in 1935/6 zur Phase  $\psi = 0,032$  ein. Für die Schwebungsperiode findet man auf diese Weise die verbesserten Elemente:

$$\text{Zeit der hellsten Maxima} = \text{J. D. } 2435066,4000 + 0^d31632996 \text{ n} \quad (4)$$

Tabelle 1.

$t^{\max}$ 2428 ...	$t^{\max} - R(2)$ (0 <sup>d</sup> 0001)	$m^{\max}$	$\psi_{\max}$ (0,001)	$t^{12,1}$	$t^{12,1} - R(2)$ (0 <sup>d</sup> 0001)	$\psi_{12,1}$ (0,001)
043,6040	—69	11,75	146	,5962	—147	122
075,4595	—12	11,80	850	,4508	—099	822
154,2460	—12	11,75	914	,2360	—112	883
,3322	—81	11,78	186	,3222	—181	155
181,2470	—73	11,80	271	,2364	—180	238
183,2100	00	11,91	477	—	—	—
,3030	—02	11,87	771	,2938	—094	742
186,2755	—77	11,79	168	—	—	—
400,5720	+08	11,90	613	,5646	—066	590
407,5600	+41	11,96	705	,5509	—050	676
409,5118	+02	11,74	874	,5000	—116	837
427,5730	—54	11,74	971	,5648	—136	945
428,5940	—88	11,79	198	,5846	—182	168
455,4190	—47	11,73	998	,4104	—133	971

Tabelle 2.

$t^{\max}$ 243 ...	$t^{\max} - R(3)$ (0 <sup>d</sup> 0001)	$E$	$m^{\max}$	$\psi_{\max}$ (0,001)	$t^{12,1}$	$t^{12,1} - R(3)$ (0 <sup>d</sup> 0001)	$\psi_{12,1}$ (0,001)
3888,5218	—29	—12123	11,91	421	,5084	—163	378
4610,5486	+02	—4370	11,57	935	,5405	— 79	909
5019,4806	+62	+ 21	11,89	676	,4703	— 41	643
,5684	+09	22	11,64	953	,5607	— 68	929
5367,4967	+20	3758	11,74	845	,4874	— 73	816
,5831	—48	3759	11,65	118	,5754	—125	094
5368,4279	+19	3768	11,85	789	,4220	— 40	771
,5154	—37	3769	11,68	065	,5036	—155	028
5370,5750	+70	3791	11,98	576	,5700	— 80	560
5371,4010	—51	3800	11,66	187	,3895	—166	151
,4992	00	3801	11,98	498	,4901	— 91	469
,5966	+42	3802	11,77	806	,5845	— 79	767
5503,2719	—38	5216	11,72	066	,2633	—124	039
5511,2828	—20	5302	11,90	390	,2703	—145	351

Die aus meinen Beobachtungen erhaltenen Daten für die Änderungen der maximalen Helligkeit und für die Phasenverschiebungen der Lichtkurve sind in Tab. 2 bzw. in Abbildung 3 angeführt. Die Amplitude der Hellig-

keitsänderungen des Maximums ist hier wesentlich größer als in Abb. 2, während die Amplituden der Phasenverschiebungen übereinstimmen. Wenn auch die Eastman 50-Platten ein wenig orthochromatisch sind, kann der

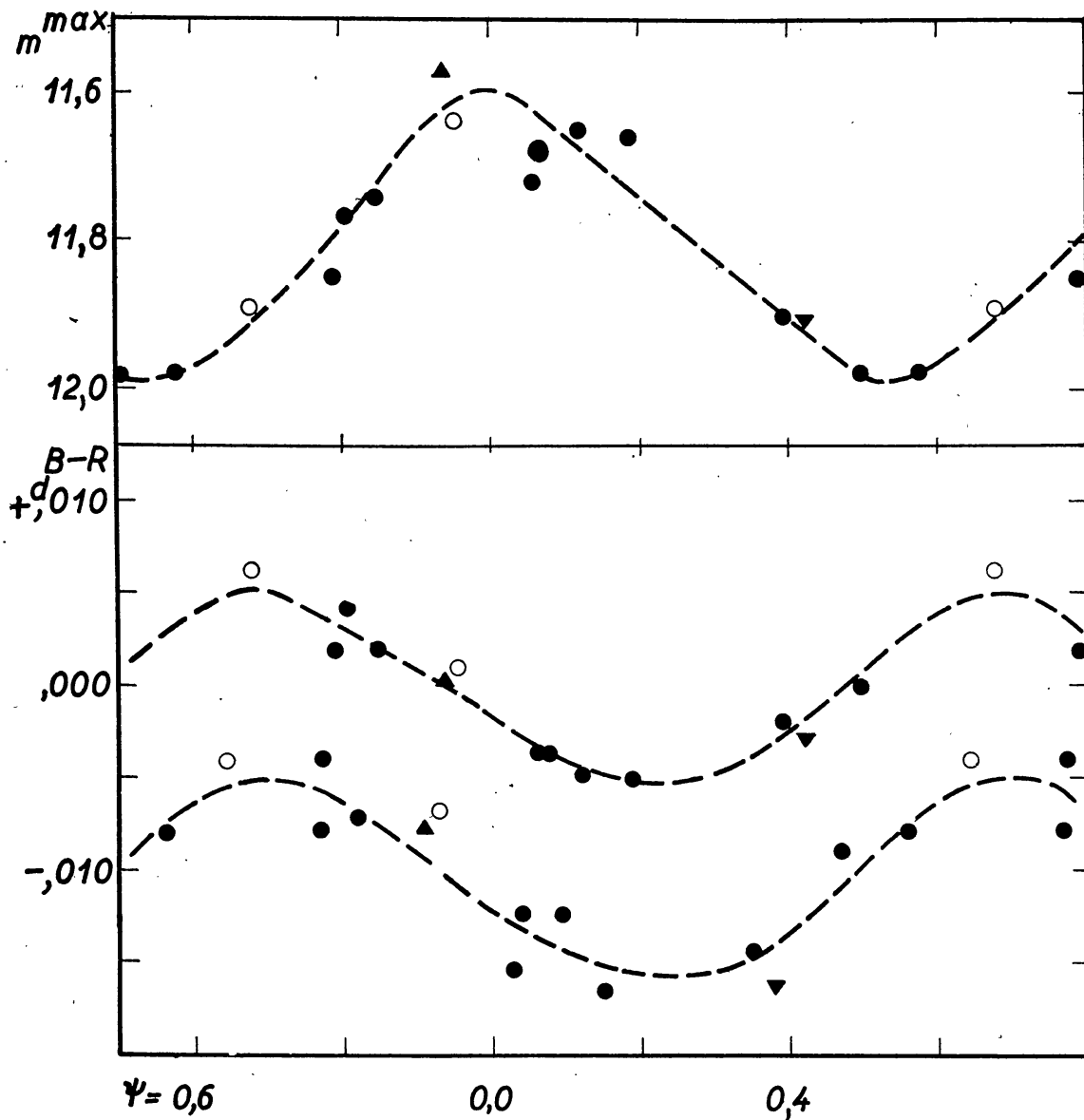


Abb. 3. oben: Änderung der Helligkeit des Maximums mit  $\psi$ . Unten: Phasenverschiebung des Maximums und eines Punktes ( $m = 12,1$ ) des aufsteigenden Astes nach den photographischen Beobachtungen der Verfasserin aus den Jahren 1951 ( $\nabla$ ), 1953 ( $\triangle$ ), 1954/5 ( $\circ$ ) und 1955/6 ( $\bullet$ ). Die  $\psi$ -Werte sind nach Formel (4) berechnet worden.

Unterschied im ersten Falle nicht einfach auf diesen Umstand zurückgeführt werden, zumal die Amplitude bei den photoelektrischen Beobachtungen selbst im gelben Spektralbereich größer ist. Es ist also wahrscheinlich, daß die Amplitude der Änderungen der maximalen Helligkeit sich mit der Zeit ändert.

Ich habe auch die aus den Beobachtungen von *Lange* und *Gurjev* (Tadjik Obs. Circ. 4. 1935 und 38. 1938.) abgeleiteten  $t^{\max} - \bar{R}(3)$  — Werte gegen  $\psi$  aufgetragen. Es zeigte sich aber, daß die Phasenverschiebungen in erster Linie durch Beobachtungsfehler bedingt sind und somit nicht zu einer weiteren Verbesserung der Perioden benutzt werden können.

Tabelle 3. Die Beobachtungen

J. D. hel. 2428...	m	J. D. hel. 2428...	m
043,5948	12,27	154,3302	11,80
,5969	12,01	,3329	11,79
,5990	11,95	,3357	11,87
,6011	11,87	,3385	11,81
,6032	11,75	,3413	11,92
,6053	11,75	,3441	12,00
,6073	11,83	,3468	12,05
,6090	11,88	181,2314	12,20
075,4505	12,15	,2333	12,06
,4525	12,02	,2354	12,16
,4545	11,98	,2375	12,06
,4565	11,86	,2396	11,97
,4585	11,82	,2417	12,00
,4605	11,81	,2438	11,85
,4625	11,88	,2458	11,82
,4645	11,84	,2479	11,80
,4667	11,92	,2500	11,84
154,2247	12,60	,2521	11,90
,2329	12,27	,2542	11,92
,2357	11,99	,2563	12,02
,2385	12,02	,2583	12,02
,2413	11,89	,2605	12,06
,2441	11,77	,2637	12,05
,2482	11,77	,2663	12,27
,2510	11,81	,2691	12,11
,2538	11,81	,2718	12,44
,2566	11,88	,2802	12,30
,2593	11,94	,2829	12,50
,2621	11,93	,2857	12,36
,2649	11,93	,2885	12,45
,2677	11,97	,2913	12,39
,2704	12,11	,2941	12,38
,2739	12,34	,2968	12,57
,2760	12,27	,2996	12,63
,2788	12,34	,3024	12,58
,2816	12,38	,3052	12,50
,2843	12,33	,3079	12,59
,2934	12,52	,3107	12,52
,2961	12,40	,3135	12,70
,2989	12,52	183,2024	11,99
,3017	12,51	,2079	11,89
,3045	12,33	,2107	11,93
,3072	12,45	,2135	11,91
,3100	12,43	,2163	11,98
,3156	12,35	,2191	12,03
,3184	12,30	,2218	12,03
,3211	12,19	,2246	12,14
,3239	11,96	,2274	12,20
,3267	11,88	,2301	12,09

J. D. hel. 2428...	m	J. D. hel. 2428...	m
183,2329	12,10	407,5256	12,55
,2371	12,20	,5284	12,56
,2399	12,35	,5312	12,50
,2427	12,26	,5338	12,68
,2454	12,31	,5367	12,38
,2483	12,31	,5394	12,39
,2511	12,50	,5423	12,45
,2539	12,38	,5449	12,52
,2594	12,44	,5477	12,28
,2622	12,46	,5505	12,12
,2650	12,52	,5534	12,04
,2678	12,59	,5588	12,00
,2705	12,68	,5616	12,00
,2733	12,68	,5645	11,95
,2761	12,65	,5673	12,04
,2789	12,55	,5700	12,04
,2817	12,51	,5728	12,00
,2845	12,47	,5756	12,04
,2873	12,32	,5784	12,05
,2915	12,17	,5811	12,26
,2942	12,08	,5839	12,20
,2969	11,98	,5866	12,45
,2998	11,90	,5894	12,30
,3062	11,88	,5922	12,50
,3089	11,99	,5950	12,42
,3117	12,02	,5977	12,50
,3145	12,08	,6006	12,36
,3173	12,11	409,5043	11,91
,3200	12,10	,5098	11,77
,3228	12,19	,5126	11,75
,3256	12,41	,5154	11,80
186,2466	12,65	,5182	11,81
,2494	12,73	,5209	11,94
,2723	11,84	,5265	12,03
,2751	11,79	,5293	12,00
,2779	11,80	427,5482	12,45
,2807	11,85	,5510	12,56
,2834	11,85	,5538	12,59
,2862	11,91	,5566	12,65
,2890	12,08	,5593	12,46
,2918	12,30	,5621	12,32
197,2826	12,10	,5649	12,07
,2873	12,10	,5677	11,91
,2910	12,20	,5704	11,75
,2931	12,12	,5732	11,74
,2966	12,30	,5761	11,76
,3029	12,30	,5788	11,79
,3064	12,26	428,5787	12,62
,3085	12,15	,5815	12,48
400,5636	12,15	,5870	11,88
,5664	12,03	,5898	11,86
,5692	11,92	,5940	11,79
,5719	11,90	,5995	11,80
,5747	11,95	431,5425	12,21
,5775	11,96	,5487	12,51
,5803	12,00	,5550	12,42
,5830	11,96	,5598	12,30
,5858	12,04	,5987	11,99
,5886	12,05	,6050	12,12
407,5228	12,43	,6098	12,25

J. D.	m	J. D.	m
2428...		2434...	
434,5903	12,16	610,5871	12,44
,5965	12,22	,5899	12,56
,6028	12,32	,5927	12,58
,6090	12,34	,5955	12,46
,6153	12,55	,5982	12,43
,6215	12,50	2435...	
454,4386	12,25	019,3995	12,20
,4441	12,52	,4051	12,36
,4497	12,48	,4079	12,34
,4553	12,59	,4107	12,34
,4668	12,59	,4135	12,29
,4664	12,70	,4197	12,39
455,3757	12,55	,4225	12,42
,3819	12,60	,4281	12,48
,3882	12,55	,4309	12,40
,3944	12,62	,4336	12,40
,4007	12,59	,4391	12,40
,4069	12,43	,4419	12,53
,4132	11,88	,4446	12,53
,4194	11,75	,4474	12,38
,4251	11,80	,4502	12,40
,4313	11,83	,4530	12,38
,4375	11,93	,4558	12,42
,4438	12,17	,4586	12,22
,4500	12,31	,4614	12,30
2433...		,4642	12,20
888,5047	12,17	,4670	12,12
,5088	12,07	,4697	12,11
,5130	12,05	,4725	12,10
,5158	12,00	,4753	11,95
,5186	11,92	,4781	11,93
,5213	11,91	,4809	11,90
,5260	11,95	,4836	11,87
,5310	12,00	,4864	11,93
,5366	12,07	,4920	12,13
,5408	12,05	,4947	12,18
,5436	12,10	,4989	12,32
,5463	12,20	,5357	12,68
,5519	12,28	,5385	12,73
2434...		,5413	12,65
610,5288	12,55	,5468	12,60
,5316	12,50	,5496	12,54
,5343	12,30	,5524	12,50
,5371	12,26	,5552	12,46
,5399	12,18	,5579	12,33
,5427	11,85	,5607	12,09
,5454	11,67	,5635	11,90
,5482	11,58	,5663	11,75
,5510	11,62	,5691	11,67
,5538	11,75	,5732	11,81
,5593	11,94	,5774	12,00
,5621	12,01	,5802	12,06
,5649	12,16	,5829	12,07
,5677	12,11	,5864	12,13
,5705	12,25	,5892	12,16
,5732	12,25	,5919	12,28
,5760	12,28	,5947	12,29
,5788	12,27	,5975	12,38
,5816	12,50	,6003	12,43
,5843	12,33	,6031	12,42



J. D.	m	J. D.	m
2435...		2435...	
367,4821	12,25	368,5069	11,95
,4848	12,20	,5097	11,84
,4880	11,95	,5125	11,77
,4908	11,99	,5153	11,68
,4936	11,74	,5181	11,75
,4963	11,80	,5208	11,85
,4991	11,75	370,5697	12,11
,5019	11,96	,5725	12,04
,5047	11,88	,5753	12,14
,5088	11,98	,5781	12,00
,5130	12,05	,5809	12,06
,5158	12,08	,5836	12,12
,5547	12,55	,5892	12,25
,5574	12,64	,5933	12,30
,5602	12,60	,5975	12,48
,5630	12,61	,6003	12,37
,5658	12,56	,6031	12,50
,5686	12,55	,6059	12,48
,5713	12,22	,6086	12,51
,5741	12,16	,6114	12,48
,5769	12,05	371,3769	12,52
,5797	11,76	,3797	12,50
,5824	11,68	,3824	12,54
,5852	11,63	,3866	12,23
,5880	11,86	,3908	12,00
,5908	11,88	,3936	11,97
,5936	11,88	,3963	11,85
,5963	11,98	,3991	11,62
,5991	12,00	,4019	11,73
,6019	12,03	,4047	11,65
,6047	12,11	,4102	11,86
,6088	12,11	,4130	11,87
368,4118	12,33	,4158	11,97
,4146	12,30	,4186	11,97
,4174	12,22	,4213	12,00
,4201	12,24	,4241	12,01
,4257	11,85	,4269	12,18
,4292	11,92	,4297	12,07
,4319	11,92	,4324	12,16
,4347	11,96	,4359	12,26
,4375	11,93	,4394	12,20
,4403	12,00	,4422	12,30
,4431	12,12	,4449	12,41
,4458	12,05	,4644	12,50
,4486	12,08	,4699	12,58
,4514	12,22	,4727	12,45
,4542	12,15	,4755	12,46
,4569	12,26	,4783	12,45
,4597	12,20	,4811	12,24
,4625	12,40	,4838	12,30
,4653	12,23	,4866	12,30
,4681	12,37	,4908	12,07
,4708	12,43	,4949	12,03
,4805	12,46	,4977	12,02
,4875	12,52	,5005	12,03
,4903	12,45	,5033	11,92
,4931	12,40	,5199	12,26
,4958	12,52	,5227	12,26
,4986	12,30	,5255	12,20
,5014	12,19	,5283	12,35

J. D.	m	J. D.	m
2435...		2435...	
371,5311	12,34	503,2287	12,40
,5338	12,40	,2342	12,51
,5366	12,31	,2398	12,38
,5394	12,36	,2453	12,54
,5422	12,44	,2509	12,60
,5449	12,40	,2565	12,48
,5477	12,38	,2620	12,14
,5533	12,40	,2676	11,92
,5561	12,51	,2731	11,75
,5769	12,40	,2787	11,82
,5797	12,15	,2842	11,94
,5824	12,13	,2898	12,02
,5852	11,96	,3009	12,26
,5880	12,02	,3065	12,23
,5908	11,92	511,2465	12,59
,5936	11,78	,2514	12,44
,5963	11,80	,2563	12,35
,5991	11,75	,2611	12,28
,6019	11,92	,2660	12,15
,6047	11,93	,2708	12,12
,6074	12,05	,2757	12,02
,6102	12,06	,2854	11,91
,6130	12,20	,2903	11,95
,6158	12,11	,2951	12,05
503,2176	12,40		

Budapest—Szabadsághegy, 24. März, 1956.

PHOTOELECTRIC OBSERVATIONS OF THE 1955—56  
ECLIPSE OF ZETA AURIGAE

by  
T. HERCZEG

Since the discovery of  $\zeta$  Aurigae as an eclipsing binary in 1932, the principal eclipse is a standard object for photoelectric photometry. Three periods being approximately equal to eight years, the eclipses regularly occur on the same season of the year, one being in December—January, one in August—September, and one in April—May, but only the winter eclipses are favourably placed in zenith distances and are completely observable. After having observed the (unfavourable) 1950 eclipse [1] I planned a thorough two colour photoelectric investigation of the winter eclipse in 1955—56. Unfortunately, atmospheric conditions were unusually bad during the whole season and I succeeded only in observing the *partial phase at egress* on Jan. 16—17.

The instrument used was the 24-inch reflecting telescope equipped with a 1P21-type R. C. A. multiplier phototube. As a rule, no amplification of the photocurrent was used. The filters were Schott BG12 (blue) and Schott GG11 (yellow). Comparison star was  $\eta$  Aurigae.

The choice of  $\eta$  Aurigae as comparison star is somewhat problematic and needs some apology. There is a great magnitude difference in blue light between  $\zeta$  and  $\eta$  Aurigae and, in addition, the star  $\eta$  is a suspected variable (See e. g. *Kron's* article [2].) Nevertheless, the question of occasional light variations of  $\eta$  Aurigae is not yet settled and the observations of *Brück* and *Green* in 1939 [3] and those of *Detre* and *Herczeg* in 1950 [1] are in good agreement with measurements based on the use of other comparison stars. On the other hand, increasing difficulties in the calculation of atmospheric extinction can be mostly avoided by the relative proximity of  $\eta$  and  $\zeta$  Aurigae.

Unfavourable weather conditions prevented observations before the eclipse and during the ingress partial phase. Further, it was not possible to get more than one single set of measures during totality. Owing to the well-known intrinsic variations of the K-type component, it seemed necessary

to determine the amplitude of the eclipse independently, by fixing the isophotic wave length of the instrument. This I made on the base of the „Göttinger Spektralphotometrie” of *Kienle, Strassl and Wempe* [4]. Using their data I got by intercomparing of  $\alpha$ ,  $\beta$  and  $\gamma$  Ursae Majoris for the isophotic wave length

in blue light : 4340 Å,  
 in yellow light : 5520 Å,  
 and without filter : 5140 Å, a surprisingly great wave length as compared with that of the older RCA931A multiplier tube used in 1950.\* The above values give for the photometric amplitude of the eclipse  
 in blue light 0,69<sup>m</sup>  
 in yellow light 0,14<sup>m</sup>, in good agreement with the amplitude actually observed.

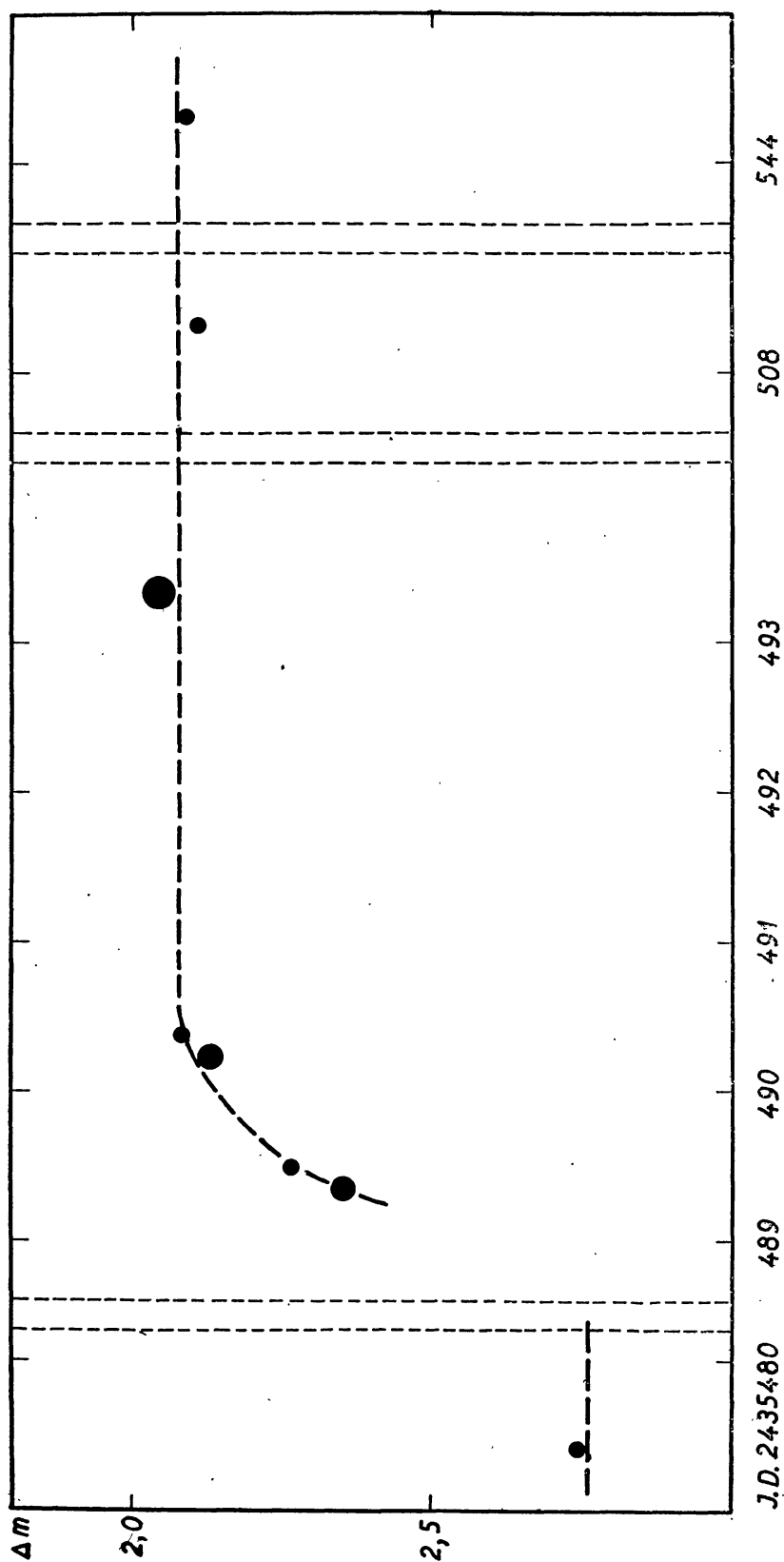
The observations are tabulated below, the columns are self-explanatory. One observation means the arithmetical mean of eight successive galvanometer readings, covering a time interval of about five minutes. Probable errors of normal points, derived from 2-4 three observations are of the order of  $\pm 0,008^m$ .

Obs. Number.	J. D (heliocentric)	Number* of Obs.	$\Delta m = m_\zeta - m_\eta$		Atmospheric condition
			blue	yellow	
1	2435479,402	1		0,744	good
2	479,410	1	2,744		„
3	489,347	2	2,355		„
4	489,359	2		0,642	„
5	489,483	1	2,267		fair
6	489,487	1		0,623	„
7	490,235	2	2,128		„
8	490,238	2		0,634	„
9	490,366	1		0,586	„
10	490,370	2	2,081		„
11	493,325	2		0,579	moderate ; Moon
12	493,336	5	2,043		„
13	508,320	1	2,106		good
14	508,323	1		0,622	„
15	2435544,314	1	2,088		poor

The approximate character of light variation in *blue* light is illustrated by the accompanying figure. The graph is simply an interpolating curve drawn through the normal points and cannot be interpreted as a light curve in the proper sense of the word. The broken line indicates the „theoretical” amplitude corresponding to the isophotic wave length.

These rather scanty observations of the 1956 eclipse hardly give us the right to discuss finer details of the light variation. It is, however, possible to compare this particular result with photometric data of the earlier eclipses. Instead of barely comparing the present observations with the various predictions I give a brief survey of all the well-observed eclipses in order to get revised photometric elements for the system.

\* We note that in our paper on the 1950 eclipse [1] the isophotic wave length is erroneously printed as 4800 Å instead of the correct value 4880 Å.



The critical point is undoubtedly the length of the partial phase, i. e. the value  $\frac{1}{2}(D-d)$ , with the familiar notation. The various solutions give values differing considerably, from about 0,8 day to about 1,5 day. This question is closely connected with the physical nature of the eclipses in this remarkable binary system and cannot be solved on the basis of photometric observations alone. Therefore in the following discussion I adopted 1,3 day for the duration of the partial phase. This means — broadly speaking — the acceptance of a concept of a gradual dimming of the light of the B-type component instead of a sharp „cut-off”.

As it is evident from even a superficial inspection of the published light curves, the exact date of contacts is highly ill-defined, due to the departure from a linear decrease (increase) of light. Moreover, the shape of the light-curve is dependent on the colour-sensitivity of the instrument used. But linear decrease (increase) holds well in the central part of descending (ascending) branch of the light-curve.

I based therefore the following discussion not on the dates of the contacts, but on the „middle” points of the descending (ascending) branch, where the fractional loss of light is 0,5 (1,0 being the total amplitude). Excluding ultraviolet observations there is no reason to suppose that this date is perceptibly dependent on the isophotic wave-length.

In the case of the well-observed eclipses in 1934, 1939 and 1947-48 the determination of these points on the light curve and independently of the epoch of mid-eclipse involves no difficulties. For the eclipses in 1937, 1950 and 1955-56 we have no complete light-curves, but only isolated points during partial phase. I used these single observations assuming a linear light-variation the rate of which is defined by the adopted duration of the partial phase and getting the above mentioned „middle” points simply by extrapolation. Departure from linear light variation just after the first contact, before second contact etc. makes it necessary to consider a somewhat steeper elevation of the light-curve; I had taken 4,17 per cent pro hour instead of the 3,21 per cent pro hour, corresponding to the duration of 1,3 day (see e. g. *Wellmann's* light-curve [5]). In most cases the difference thus involved is not significant, being of the order of one and a half hour only.

I have considered all photoelectrically observed eclipses and the „basic” eclipse in 1934. The discussion is based on the following data, „egress” and „ingress” meaning always points where the loss of light is 50 per cent.

1934 : *ingress, egress, mid-eclipse* (*Wellmann's* light-curve [5])

1937 : *ingress*, (*Schneller's* photoelectric observation on Apr. 21. secured at very great zenith-distance [6]).

1939-40 : *ingress* (*Kopal's* composite light-curve [7]), *mid-eclipse* (based essentially on *Kron's* measurements [2]).

1947-48 : *ingress, egress* from *Pettit's* observations [8], *mid-eclipse* adopted as the mean of data due to *Pettit, Wood* [9] and *Kron* [10], the latter being a little discordant.

1950 : *ingress, egress* (extrapolated from the observations of *Detre* and *Herczeg* [1] and of *Beer* and *Ovenden* [11], respectively).

1956 : *egress*, based on Budapest observations of this year.

As it turned out, all these observations can be represented with reasonable accuracy by taking a period of 972,176 days. The corresponding (O—C)-values are tabulated below (given in the decimals of a day).

	1934	1937	1939—40	1947—48	1950	1955—56
Ingress .....	0,0 <sup>1</sup>	—0,23 <sup>2</sup>	—0,12	+0,05(5)	+0,08	
Mid-eclipse .....	0,0 <sup>1</sup>		—0,01	—0,03 <sup>3</sup>		
Egress .....	0,0 <sup>1</sup>			—0,03	0,0	—0,02(5)

There are indications that the diameter of the K-type component was really overnormal at the 1939—40 eclipse, while it was perhaps slightly below the normal in 1947—48, but the difference must be on the very limit of detectability by the aid of photometric methods.

After having accepted 972,176 days for the period, it is possible to compare also different eclipses in order to derive values for  $D$  and  $d$ . Disregarding the unfavourable eclipse in 1937, giving the weight  $\frac{1}{2}$  to the data of the possibly „abnormal” eclipse in 1939—40 and giving the weight 2 to values derived from one and the same eclipse (and therefore not affected by a possible uncertainty in the period), we get finally the following set of photometric elements, very similar to those of *Christie* :

Period:  $P = 972^d,176$

Epoch of minimum light: J. D. 2432553,61 (for the 1947—48 eclipse)

Duration of eclipse:  $D = 39^d,50$

Duration of totality:  $d = 36^d,90$

$\frac{1}{2} (D-d) = 1^d,3$  (adopted!)

This system of elements is based on all the available photoelectric data since 1937 and on the very carefully observed eclipse in 1934.

I am greatly indebted to *Dr. L. Detre*, Director of the observatory, for his continuous help and taking interest in my work and also to *Mr. Zs. Bányai* and *Mr. M. Lovas* for their very effective cooperation in making the observations.

[1] L. Detre, T. Herczeg, Budapest Mitt Nr. 29. [2] G. E. Kron, P. A. S. P. 52. 124, 1940. [3] H. A. Bruck—H. E. Green, L'Astronomie 54, 38, 1940. [4] H. Kienle, H. Strassl, I. Wempe, Z. f. Ap. 16, 201, 1938. [5] P. Wellmann, Veröff. Berlin Babelsberg, Bd XII. Heft 4. [6] P. Guthnick, H. Schneller, O. Hachenberg, A. N. 262, 429, 1937. [7] Z. Kopal, Ap. J. 103, 310, 1946. [8] E. Pettit, P. A. S. P. 60, 102, 1948. [9] F. B. Wood, A. J. 56, 53, 1951. [10] See [11] data of the article in J. R. A. S. Canada, Vol. 43. [11] A. Beer, M. W. Ovenden, Ap. J. 113, 439, 1951.

<sup>1</sup> By assumption.

<sup>2</sup> Very uncertain value.

<sup>3</sup> Taking only the concordant values of *Pettit* resp. *Wood*, the (O—C) is + 0,02



# A SHORT NOTE ON 32 CYGNI

by  
T. HERCZEG

This  $\zeta$  Aurigae-type system was observed photometrically in Budapest during its eclipse in 1952—53. Instrument and photoelectric equipment were the same as in the case of the 1950 eclipse of  $\zeta$  Aurigae. Comparison star was 31 Cygni. The observations on Dec. 23. and 24. fall on the phase of totality ; at the date of the later measurements in January the eclipse was over.

The only published observations are those of Wood and Lewis (A. J. 59. 119, 1954.), indicating a decrease of light in ultraviolet corresponding to the beginning of ingress. In blue and yellow light neither the Flower Observatory measurements nor the Budapest observations show any trace of the usual light-curve for eclipsing binaries. Photometric data are indicating an irregular or semi-irregular light variation of about 0<sup>m</sup>.25 in yellow light, slightly resembling on a sinusoidal cycle of about two-month length. Beyond doubt the unusually great zenith distance seriously reduces the observational accuracy but there is no reason to attribute the uncertain character of light variation to errors of observation. Variations in blue and yellow light are running closely parallel (except the single evening on Dec. 24.).

The eclipse-amplitude in blue and yellow light is obviously very small and is completely masked by erratic fluctuations of the late giant component.

For the sake of completeness I give here the table of observational data :

Obs. Number	J. D. (heliocentric)	Number of Obs.	$\Delta m$ (blue)	$\Delta m$ (yellow)	Atm. conditions
1	2434370,23	2	—	0,300	moderate ; Moon
2	370,24	1	0,627	—	poor ; Moon
3	371,20	1	0,615	—	moderate ; Moon
4	371,21	2	—	0,179	moderate ; Moon
5	392,21	1	—	0,211	good
6	392,21	1	0,504	—	"
7	393,23	1	—	0,268	moderate
8	393,24	1	0,599	—	"
9	398,22	1	—	0,255	good
10	398,23	2	0,584	—	"

The writer is much indebted to *Mr. J. Elter*, workshop manager of the observatory for his kind help in making the observations, for over his official working-hours.

Szabadsághegy, Budapest, July 15, 1956.

A MAGYAR  
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
CSILLAGVIZSGÁLÓ  
INTÉZETÉNEK  
KÖZLEMÉNYEI

MITTEILUNGEN  
DER  
STERNWARTE  
DER UNGARISCHEN AKADEMIE  
DER WISSENSCHAFTEN

BUDAPEST—SZABADSÁGHEGY

Nr. 42.

# KONFERENZ ÜBER VERÄNDERLICHE STERNE

BUDAPEST, 23—28. AUGUST 1956

BUDAPEST, 1957

## I N H A L T

	S.
1. <i>L. Detre</i> : Vorwort .....	3
2. <i>K. Güssow (Jena)</i> : Theoretische Überlegungen zur lichtelektrischen Photometrie .....	5
3. <i>P. Ahnert (Sonneberg)</i> : The mean error of photographic plates.....	11
4. <i>C. Hoffmeister (Sonneberg)</i> : Über das photometrische Verhalten einiger RW Aurigae-Sterne .....	13
5. <i>P. Ahnert (Sonneberg)</i> : Comparison between the visual and photographic light curves of some RV Tauri stars and notes on T Tau and RW Aur stars..	21
6. <i>W. Iwanowska (Torun)</i> : The investigations on variable stars executed at the Torun Observatory .....	33
7. <i>L. Rosino (Asiago)</i> : Photographic researches on novae and dwarf variables made at the Observatories of Lojano and Asiago.....	34
8. <i>S. Piotrowski (Warsaw)</i> : Some results of studies on eclipsing variables.....	35
9. <i>T. Herczeg (Budapest)</i> : Notes on some eclipsing and visual binaries .....	39
10. <i>A. G. Mashevitch (Moskau)</i> : Aufbau und Evolution der Unterriesen .....	45
11. <i>P. P. Parenago (Moscow)</i> : On the changes of periods of long period Cepheids ..	53
12. <i>L. Rosino (Asiago)</i> : Problems of variable stars in globular clusters .....	55
13. <i>B. V. Kukarkin (Moskau)</i> : Über die Änderungen der Perioden der kurzperiodischen Cepheiden .....	61
14. <i>I. Izsák (Budapest)</i> : Untersuchungen über die Periodenänderungen der Verändlichen im Kugelsternhaufen M 15. ....	63
15. <i>I. Osváth (Budapest)</i> : Über die Periodenänderungen der Verändlichen im Kugelsternhaufen M 3 .....	81
16. <i>A. van Hoof (Louvain)</i> : The Beta Canis Majoris stars .....	85
17. <i>Julia Balázs (Budapest)</i> : Sprunghafte und langsame Änderungen im Blaschko Effekt von RW Draconis .....	99
18. <i>L. Detre (Budapest)</i> : Resultate photoelektrischer Beobachtungen von RR Lyrae-Sternen .....	103
19. <i>M. Johnson (Birmingham)</i> : Some single and binary sources of multiple periodicity in pulsating stars .....	105
20. <i>Shu-Mu-Kung (Purple Mountain Observatory)</i> : The opacity and the internal structure of the Sun .....	109

A kiadásért felelős: Detre László

Műszaki felelős: Húth István

A kézirat nyomdába érkezett, 1957. XII. 10. — Példányszám 800. Terjedelem 10,5 A/5 ív

Akadémiai Nyomda, Budapest, V., Gerlóczy utca 2. — 44241/58. — Felelős vezető: Bernát György

## VORWORT

In Veranstaltung der Mathematischen und Physikalischen Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften und des Konkoly Observatoriums fand in Budapest an den Tagen 23—28. August 1956 eine Konferenz über Veränderliche Sterne statt. Es konnte auch eine geringe Anzahl ausländischer Astronomen eingeladen werden. Die Teilnehmer waren: Prof. A. van Hoof (Belgien), Prof. Shu-Mu-Kung und Dr. Shen Liang-tsao (China), Dr. P. Ahnert, Dr. K. Güssow, Prof. C. Hoffmeister, Prof. H. Schneller (DDR), Prof. L. Rosino (Italien), Dr. Th. Walraven, Dr. L. Woltjer (Niederland), Prof. S. Piotrowski, Dr. Wosczyk (Polen), Dr. A. Gnevishev, Prof. B. V. Kukarkin, Prof. P. G. Kulikovsky, Prof. A. G. Massevitch, Prof. P. P. Parenago (Sowjetunion), Dr. Z. Svestka (Tschechoslowakei), I. Almár, Dr. Julia Balázs, Dr. I. Csada, Dr. L. Detre, Dr. L. Dezső, Dr. I. Guman, T. Herczeg, Dr. I. Izsák, I. Ozsváth (Ungarn).

In diesem Heft sind die an der Konferenz gehaltenen Vorträge aufgenommen, mit Ausnahme einiger, die inzwischen anderswo erschienen sind, oder erscheinen werden. Die letzteren sind:

C. Hoffmeister (Sonneberg): Zwei Abnorme  $\delta$  Cephei-Sterne (erschien in Ap. J.)

L. Woltjer (Leiden): On some shortperiod RR Lyrae stars (s. BAN XIII. 62.)

I. Guman (Budapest): AC Andromedae.

Am 27. August fand eine separate Vortragsreihe mit den verschiedensten Themen statt. Dr. Walraven sprach zuerst über die Leidener Arbeiten vom Crab-Nebel; dann folgten folgende Vorträge:

Dr. I. Csada: On the structure of the general magnetic field of the Sun.

Dr. I. Izsák: Über Regularisierung des Zweikörperproblems (s. Budapest Mitt. 39.)

Prof. P. G. Kulikovsky: Historisch-astronomische Arbeiten der Sovjet-astronomen. (Erscheint in ungarischer Übersetzung.)

Prof. Shu-Mu-Kung: The opacity and the internal structure of the Sun.

Dr. Z. Svestka: The physical properties of chromospheric flares and their development.

Dr. I. Gnevishev: Non eclipse-observations of the solar corona in the USSR.

Dr. L. Dezső: Statistical investigations on sunspots.

Von diesen Vorträgen erscheint nur der von Prof. Shu-Mu-Kung in dieser Sammlung.

Budapest, Konkoly-Observatorium, 15. Juli 1957.

*L. Detre*

# THEORETISCHE ÜBERLEGUNGEN ZUR LICHELEKTRISCHEN PHOTOMETRIE

von K. GÜSSOW, Jena

*Zusammenfassung:* Theoretische Formeln geben die Möglichkeit, mittels einiger, der Messung leicht zugänglicher Parameter die Leistungen eines lichtelektrischen Photometers abzuschätzen. Es wird eine untere Nachweisgrenze definiert, und der Verlauf der Meßgenauigkeit in Abhängigkeit von der Sternhelligkeit untersucht. Eine weitere Begrenzung durch die Helligkeit des Himmelsgrundes wird betrachtet. Zweckmäßig wählt man den Objektivdurchmesser des Beobachtungsinstruments so, daß beide Grenzen übereinstimmen.

Bei der Erprobung eines lichtelektrischen Photometers ist es zweifellos von Nutzen, von der theoretischen Seite her Hinweise dafür zu besitzen, ob das Instrument optimale Leistungen ergibt. Ebenso wird man sich vor dem Bau eines solchen Geräts vielfach die Frage beantworten wollen, welche Leistungen etwa an einem vorgegebenen Fernrohr erwartet werden dürfen.

Ganz allgemein wird man erwarten, daß man um so geringere Meßgenauigkeit erzielen wird, je schwächer die Sterne sind, deren Helligkeit gemessen werden soll. Wir wollen daher eine Formel ableiten, die den mittleren Fehler einer lichtelektrischen Messung als Funktion des Photostromes (und einer Anzahl notwendiger Parameter) darstellt.

Die Meßunsicherheit wird hervorgerufen durch eine Überlagerung des eigentlichen Signals durch eine Anzahl von Rauscheinflüssen, und hängt eng mit dem Verhältnis »Signal/Rauschen« zusammen. Hat man es nämlich mit einer zufälligen Verteilung der Rauschamplituden zu tun, so gilt die einfache Beziehung:

$$\mu = \pm \left( \frac{S}{N} \right)^{-1} \quad (1)$$

worin  $\mu$  den mittleren relativen Fehler,  $S$  die Signal- und  $N$  die mittlere Rauschamplitude bezeichnen.  $S$  und  $N$  können dabei in beliebigen Einheiten gemessen sein. Wir wollen sie uns als Spannungen am Arbeitswiderstand einer Photozelle vorstellen.

Für die Ableitung der gesuchten Formel ist es zweckmäßig, eine bestimmte Schaltanordnung zugrunde zu legen, ohne daß damit eine Einschränkung der Betrachtungen verursacht wird. Analoge Überlegungen wie die folgenden gelten für jede Art von Photometern. In *Abb. 1* arbeitet eine Photozelle, in der der Photostrom  $J$  bereits  $M$ -fach verstärkt wird, auf einen Widerstand  $R$ . Die an diesem abfallende Spannung  $S = R \cdot J \cdot M$  wird als Signal einem Röhrenverstärker zugeführt, an den das eigentliche Meßinstrument angeschlossen ist. Parallel zu  $R$  liegt ein Kondensator  $C$ , der mit  $R$  zusammen den Frequenzgang der Eingangsschaltung bestimmt.

Am Gitter der Röhre sind vier Rauschanteile wirksam und zwar:

1. Spannungsschwankungen infolge Szintillation
2. „ „ „ Schroteffekt der Photokatode
3. „ „ „ thermischen Widerstandsrauschens
4. „ „ „ Schroteffekt des Gitterstromes.

Es läßt sich leicht — etwa an Hand numerischer Betrachtungen — einsehen, daß für Messungen mit Multipliern ( $M \approx 10^6$ ) nur die zwei ersten Rauschanteile von Bedeutung sind. Mit dem Ansatz

für Szintillation :  $\overline{\Delta U_1^2} = \pi \alpha f_0 R^2 J^2 M^2$

für Schroteffekt der Katode :  $\overline{\Delta U_2^2} = \pi f_0 e (J + D) M^2 R^2$

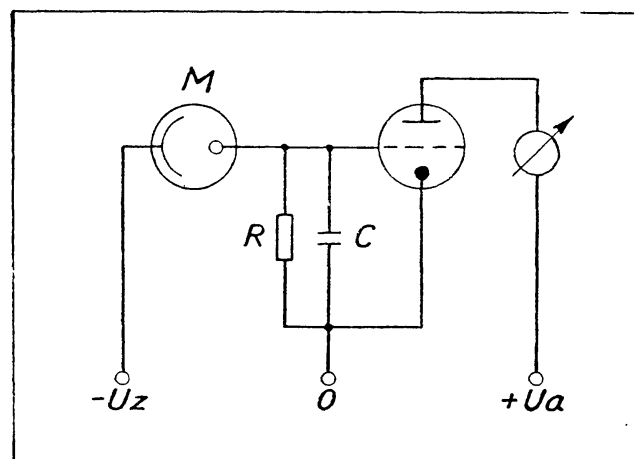


Abb. 1

erhält man nach einiger Umformung unter Beachtung von (1) :

$$\mu = \sqrt{\pi f_0} \sqrt{\alpha + e \frac{J + D}{J^2}} = \frac{1}{\sqrt{2\tau}} \sqrt{\alpha + e \frac{J + D}{J^2}} \quad (2)$$

Hierin bedeuten  $J$  = Photostrom an der Katode  
 $D$  = Dunkelstrom an der Katode  
 $e$  = Elektronenladung  
 $f_0$  = obere Grenzfrequenz der Eingangsschaltung des Verstärkers. Es gilt der Zusammenhang :

$$\pi f_0 = \frac{1}{2} RC = \frac{1}{2} \tau$$

$\alpha$  = relatives Szintillationsrauschen pro Bandbreite 1 Hz

Aus Formel (2) erkennt man leicht, dass  $\mu$  mit abnehmendem  $J$  wie  $1/J$  anwächst. Zweckmäßig definiert man eine untere Nachweisgrenze

durch denjenigen Photostrom  $J_0$  für den Szintillationsanteil und Schrotanteil in (2) gleichgroß sind. Man erhält sofort :

$$J_0 = \frac{e}{2\alpha} (1 + \sqrt{1 + 4\alpha D/e}) \quad (3)$$

und entsprechend :

$$\mu_0 = \sqrt{\alpha/\tau}$$

wo  $\mu_0$ , die Meßgenauigkeit an der unteren Nachweisgrenze, noch durch geeignete Wahl von  $\tau$  und damit  $C$  beliebig festgelegt werden kann. Allerdings

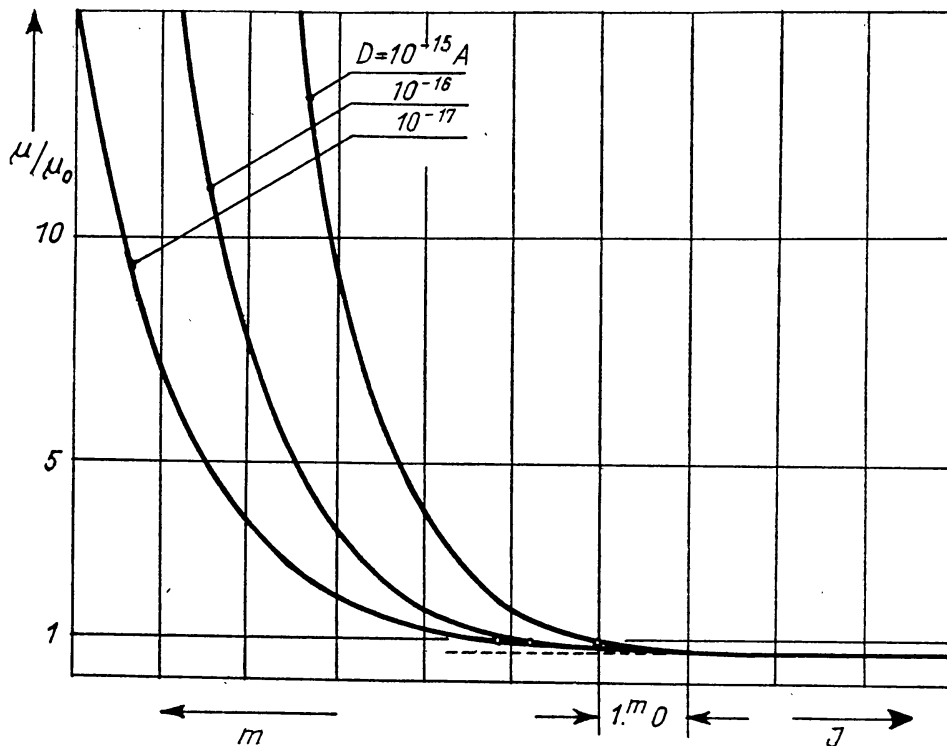


Abb. 2

ist zu beachten, daß mit wachsendem  $\tau$  die Einschwingdauer des Verstärkers zunimmt. Bis zur Erreichung von 99,8% des Endausschlages des Meßinstruments vergehen  $2\pi\tau$  sec, so daß die Dauer einer Messung  $(2\pi + 1)\tau$  sec nicht unterschreiten darf !

Betrachtet man Abb. 2, in der zu jedem Stromwert  $J$  der zugehörige Meßfehler  $\mu$  in Einheiten von  $\mu_0$  aufgetragen ist, so erkennt man, daß sich im Bereiche oberhalb  $J_0$  die Meßgenauigkeit nur unwesentlich ändert. Für sehr große  $J$  erreicht  $\mu/\mu_0$  den Wert  $1/\sqrt{2} = 0,707$ . Unterhalb von  $J_0$  wächst der Meßfehler rasch an und zwar um so schneller, je größer der Dunkelstrom des Multipliers ist. Wegen der Proportionalität zwischen Lichtstrom und Photostrom wurde letzterer in der Abbildung im astronomischen Größenklassensystem gegeben.



Gibt man sich die Katodenempfindlichkeit  $E$  und den Objektivdurchmesser  $d$  vor, so kann man aus  $J_0$  sofort die entsprechende Grenzhelligkeit  $m_0$  errechnen. Man erhält :

$$m_0 = 2,5 \log B_0 + 2,5 \log E \cdot F(T) + 2,5 \log \frac{\pi}{4} d^2 - 2,5 \log J_0 = \quad (4)$$

$$= 2,5 \log E \cdot F(T) + 5 \log d - 2,5 \log J_0 - 14^m,48$$

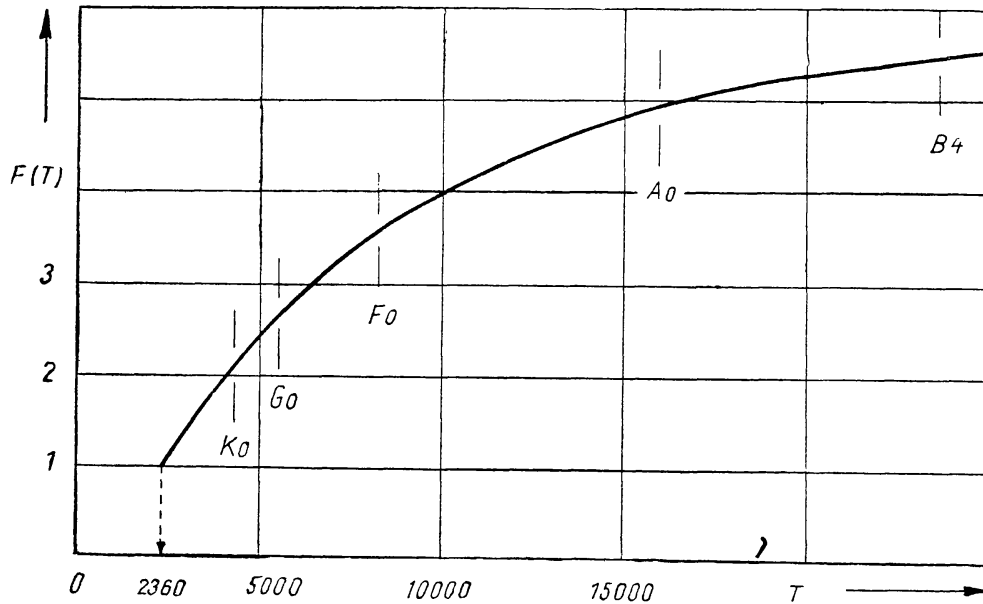


Abb. 3

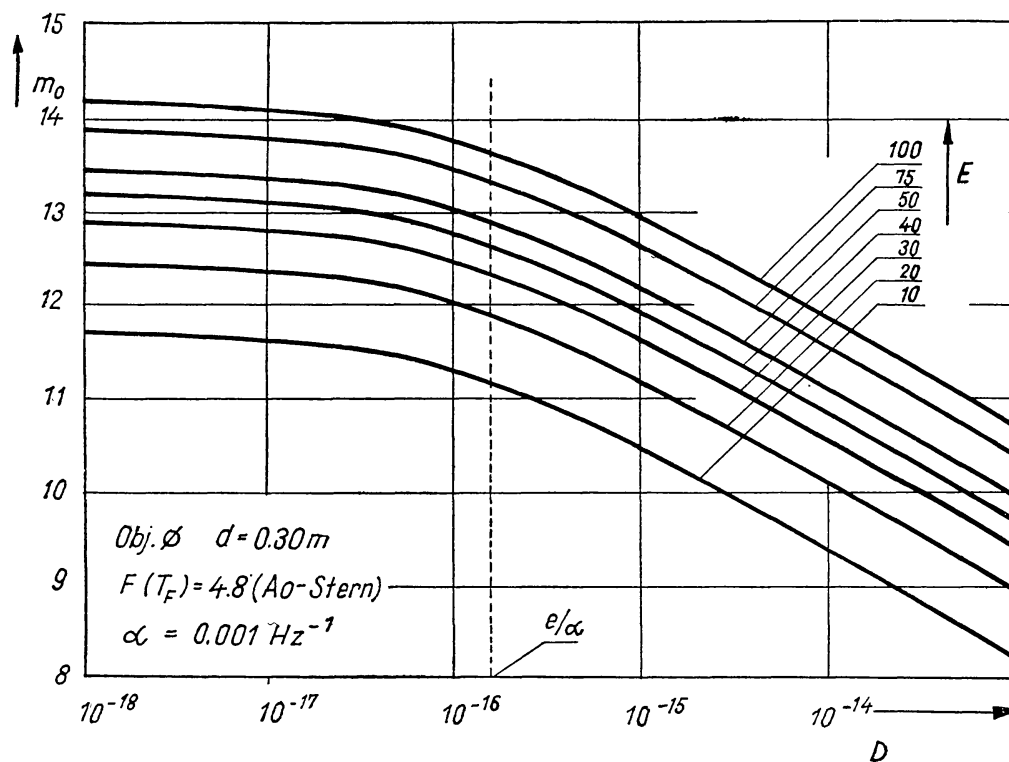


Abb. 4

$E$  ist dabei in  $A/\text{lm}$ ,  $J_0$  in  $A$  und  $d$  in  $m$  zu messen.  $B_0$  ist die Beleuchtung durch einen Stern 0<sup>m</sup>0 und beträgt  $2,04 \cdot 10^{-6} \text{ lx}$ . Der Korrektionsfaktor  $F(T)$  schließlich bewirkt die Umrechnung von der dem Lumen zugrundeliegenden Bezugstemperatur ( $2360^\circ \text{ K}$ ) und der Augenempfindlichkeitsfunktion auf die Sterntemperatur  $T$  und die spektrale Empfindlichkeit der Katodenschicht. In Abb. 3 ist der Verlauf von  $F(T)$  für eine »mittlere« CsSb-Katode angegeben.

Bedenkt man, daß gemäß (3) in  $J_0$  wiederum die Größen  $D$  und  $\alpha$  enthalten sind, so erkennt man die Berechtigung der Darstellung in Abb. 4. Hier ist  $m_0$  als Funktion von  $D$  dargestellt, wobei die Katodenempfindlichkeit als Parameter dient. Fest gewählt wurden  $d = 0,3 \text{ m}$ ,  $F(T) = 4,8$  entsprechend dem Spektraltyp  $A_0$  und  $\alpha = 10^{-3} \text{ Hz}^{-1}$ . Dieses Diagramm gibt die Möglichkeit, die Brauchbarkeit verschiedener Multiplier für astronomische Zwecke zu ermitteln. Trägt man die einzelnen Exemplare gemäß der individuellen Werte von  $D$  und  $E$  in die Abbildung ein, so erkennt man sofort, mit welchem man die größte Reichweite erzielen kann. Ferner zeigt die Abbildung, daß es im allgemeinen wenig sinnvoll ist, einen Multiplier, dessen Dunkelstrom bereits gering ist, durch Kühlung noch weiter verbessern zu wollen. Man gewinnt trotz erheblichen Aufwandes nur wenige Zehntel Größenklassen, wobei noch nicht berücksichtigt ist, daß die Empfindlichkeit vieler CsSb-Schichten mit abnehmender Temperatur rasch sinkt. Eine vernünftige Grenze, jenseits deren Kühlung nicht mehr angewandt sollte, liegt bei  $D = e/\alpha$ , bei mittleren Szintillationsverhältnissen also etwa bei  $D = 10^{-16} \text{ A}$ , einem Wert der von vielen Multipliern z. T. erheblich unterschritten wird.

Die bisher betrachtete Genauigkeit  $\mu$  bezieht sich auf die Messung von einer scharfen, nicht verrauschten Nulllinie aus. In der praktischen Anwendung ist man aber genötigt, den Himmelshintergrund als Bezugslinie zu benutzen, der ebenso wie die Sterne rauscht. Dadurch wird die Meßgenauigkeit um einen Faktor  $\eta > 1$  verschlechtert, für den man etwa ansetzen kann:

$$\eta \mu I^* = \sqrt{\mu^2 I_H^2 + \mu^2 (I^* + I_H)^2} \quad (5)$$

Darin bedeuten:

- $\mu$  = m. F. einer Messung vom Nullpunkt aus
- $\eta$  = Verschlechterungsfaktor
- $I^*$  = Intensität des Sternlichtes
- $I_H$  = Intensität des Himmelsgrundes in der Meßblende.

$\mu$  wurde hier, weil es im ganzen Meßbereich nur sehr wenig variiert als unabhängig von  $I$  angenommen. Löst man (5) nach  $I^*/I_H$  auf, so erhält man:

$$\Delta m(*, H) = -2,5 \log \left[ \frac{1}{\eta^2 - 1} (1 + \sqrt{1 + 2(\eta^2 - 1)}) \right] \quad (6)$$

Wählt man hierin für  $\eta$  einen beliebigen festen Wert, so ist der eben noch zulässige Unterschied zwischen Sternhelligkeit und Himmelshelligkeit eindeutig festgelegt.

Beträgt die mittlere Auslenkung eines Sternbildes infolge Szintillation  $\pm \sigma''$ , so muß nach den Regeln der Fehlertheorie der Meßblendenradius mindestens  $3 \sigma''$  betragen, damit der Stern praktisch immer in der Blende bleibt. Nimmt man eine Himmelshelligkeit an von  $22^m6$  pro  $\square''$ , so erhält man für  $m_H$ :

$$m_H = 18^m9 - 5 \log \sigma''$$

und damit:

$$m_* = 18^m9 - 5 \log \sigma'' - 2,5 \log \left[ \frac{1}{\eta^2 - 1} (1 + \sqrt{1 + 2(\eta^2 - 1)}) \right] \quad (7)$$

Man kann nun fordern, daß die so bestimmte Grenzhelligkeit derjenigen entspricht, die sich aus der Betrachtung der Rauschverhältnisse ergeben hat. Auf diese Weise erhält man aus der Gleichsetzung von (4) und (7) eine Bestimmungsgleichung für den optimalen Durchmesser des zu verwendenden Instruments:

$$\log d = \log \sigma'' + \frac{1}{2} [\log J_0 - \log A(\eta) - \log E \cdot F(T)] + 6,60 \quad (8)$$

Sie zeigt, daß es besonders an kleineren Instrumenten notwendig ist, ausgesucht gute Multiplier zu verwenden, während bei großen Instrumenten bei sonst gleichen Verhältnissen die untere Nachweisgrenze des Multipliers  $J_0$  höher liegen darf, ohne daß Reichweite und Meßgenauigkeit darunter leiden.

# THE MEAN ERROR OF PHOTOGRAPHIC PLATES

by P. AHNERT, Sonneberg

For a critical examination of small fluctuations of light, especially of irregular stars, it is desirable to know the uncertainties of the photographic layer.

A priori, we can suppose that these errors might be smaller at mirrors and Schmidt-cameras than at lenses because the images of the stars will be unfavourably influenced by the chromatic deviations. Some observers assume that the mean error of a plate taken with the Schmidt-camera is about  $\pm 0^m.02$  or at most  $\pm 0^m.03$ . For the plates taken with our Tessar lenses, with a diameter of 47 and 140 mm, I found a considerably higher value.

I have estimated the two Cepheids TX and VX Cygni on 45 plates of the 140 mm-Tessar seven times on different days. The magnitudes of the comparison stars have been derived from the S. A. 40 which was photographed on the same plates. Then the mean light curves were drawn by aid of the means of the seven estimations. If I suppose that the means of the estimations give the true brightness on the plate, further that the mean light curve gives the true brightness of the star at each phase, then the deviations of the single estimations from their means must give the mean error of the observations, and the deviations of the single estimations from the mean light curve must give the total mean error caused by plate and observer. The square root of the difference of squares of both mean errors will then nearly give the mean error, caused only by the condition of the plate.

The mean error of the estimations has been found to be  $\pm 0^m.068$  for TX and  $\pm 0^m.062$  for VX Cygni. The mean error of all estimations in relation to the mean light curve was  $\pm 0.094$  and  $\pm 0.107$ . The mean error of the plates alone then becomes  $\pm 0^m.065$  and  $\pm 0^m.087$  respectively.

In the same manner I investigated two series of photographic observations of R Sge, got with the 47 mm and 140 mm Tessar cameras. Only four single estimations have been made. The results were as follows :

Mean error of one estimation	little camera	big camera
in relation to the mean value.....	$\pm 0^m.074$	$\pm 0^m.037$
Mean error of all estimations in		
relation to the mean light curve .....	$\pm 0^m.101$	$\pm 0^m.075$
Mean photographic error of one plate .....	$\pm 0^m.069$	$\pm 0^m.065$

If I give half the weight to the observations of R Sge, the mean error of a photographic image on plates, taken with our Tessar cameras, becomes  $\pm 0^m.073$ .

These results have been confirmed by photoelectric measurements of TX and VX Cygni on the same plates. The mean error of one measurement in relation to the mean light curve became  $\pm 0^m.065$  and  $\pm 0^m.095$  respectively, in a near agreement with the values found above. The larger mean error of the VX Cygni observations possibly has been caused by the faintness of the images on some plates near the minimum.

---

## ÜBER DAS PHOTOMETRISCHE VERHALTEN EINIGER RW AURIGAE-STERNE

von C. HOFFMEISTER, Sonneberg

Ein typischer RW Aurigae-Stern ist ein Veränderlicher mit raschem unperiodischem Lichtwechsel im Umfang von 1 bis 4 Größenklassen. Die Lichtänderungen dauern entweder ohne längere Unterbrechungen an, oder sie werden durch längere Zeiten des Stillstands oder geringen langsamen Lichtwechsels abgelöst. Charakteristisch für die Klasse von Veränderlichen ist jedoch die große Variationsbreite ihres Verhaltens. Die typischen Fälle sind relativ selten; daneben aber gibt es eine große Anzahl von Sternen, denen ein typisches Merkmal fehlt, das heißt also solche mit relativ langsamem Lichtwechsel oder aber solche mit kleiner Amplitude bei sonst typischem Verhalten. Dadurch entsteht eine Unsicherheit der Zuordnung, die noch verstärkt wird durch die ebenso variablen spektroskopischen Befunde, einschließlich jener über die Leuchtkraftklassen, und die nicht weniger widersprechenden Beziehungen zur interstellaren Materie, insbesondere den Dunkelwolken. Auf diese Verhältnisse soll hier nicht eingegangen werden. Eine kurze Zusammenstellung der statistischen Daten habe ich auf dem Symposium über »Non-stable Stars« bei der Versammlung der Internationalen Astronomischen Union in Dublin gegeben [1]. Neben den atypischen Fällen der oben bezeichneten Art gibt es noch die Algolähnliche Variante mit rasch ablaufenden, aperiodisch auftretenden Lichtschwächungen aus einem mehr oder minder gut eingehaltenen hellen »Normallicht« und die U Geminorum ähnliche Variante, gewissermaßen eine Umkehrung der vorgenannten Untergruppe. Es sei dabei festgestellt, daß auch bei den typischen Sternen die »Ruhehelligkeit« im Maximum, im Minimum oder irgendwo dazwischen liegen kann, und daß im Einzelfall die Tendenz besteht, bestimmte Lagen der Ruhehelligkeit immer wieder einzuhalten.

Die im Vorstehenden dargelegten unklaren Verhältnisse spiegeln sich wieder in der Namensgebung. Folgende Bezeichnungen findet man in der Literatur:

RW Aurigae-Sterne	Orion-Veränderliche
RR Tauri-Sterne	Nova-ähnliche Veränderliche
T Tauri-Sterne	Hauptreihen-Veränderliche
Nebelveränderliche	

Dabei decken sich die einzelnen so bezeichneten Gruppen nicht unbedingt. Der Name T Tauri-Sterne, von *Joy* eingeführt, bezeichnet z. B. nur eine engumrissene Untergruppe von bestimmten spektralen Eigenschaften: Spektrum G mit Emissionslinien. Photometrisch ist T Tauri ein atypischer Fall und ein Schulbeispiel dafür, wie schwierig und unsicher die Zuordnung sein kann. Nach *Ludendorff* erinnert er in seinem Verhalten an R Coronae borealis, mit im allgemeinen langsamen Lichtänderungen. Auf meine Ver-

anlassung hat mein Mitarbeiter Paul *Ahnert* den Stern auf Sonneberger Platten der Photographischen Himmelsüberwachung in der Zeit von 1930 bis 1955 untersucht. Der Lichtwechsel war immer langsam mit einer einzigen Ausnahme: im September 1934 zeigte der Stern rasche Lichtänderungen im Umfang von 0,6 Größenklassen und verriet dadurch auch photometrisch seine Verwandtschaft zur RW Aurigae-Klasse. Die Frage jedoch, inwieweit Sterne, die photometrisch zum RW Aurigae-Typus gezählt werden müssen, spektral aber stark abweichen, z. B. der photometrisch sehr ähnliche Stern T Orionis mit den Spektren A0, hinsichtlich der Ursachen des Lichtwechsels gleichartig sind mit jenen typischen RW Aurigae-Sternen mit T Tauri-Charakter, ist völlig offen.

Ebenso zweifelhaft sind noch die Beziehungen der Veränderlichen in der Taurus-Dunkelwolke, meist K- und M-Sterne mit Emissionslinien, und der schwachen Veränderlichen im Großen Orion-Nebel zur RW Aurigae-Klasse. Damit ist die Problematik in großen Zügen aufgezeigt.

Zugleich wird die große Bedeutung sichtbar, die beim gegenwärtigen Stande der Erkenntnis der Sammlung weiteren Erfahrungsmaterials zukommt. Das bezieht sich keineswegs nur auf die sehr lückenhafte Bestimmung der Spektren, sondern ebenso sehr auf die Statistik der Sterne und auf die Erforschung der photometrischen Eigenschaften im Einzelfalle. Man beachte, daß der Beobachter hier in einer viel weniger günstigen Lage ist als bei den weitaus meisten Veränderlichen anderer Art. Bei den periodischen Veränderlichen lassen sich die Zyklen aufeinander reduzieren, und die mittlere Lichtkurve kennzeichnet das Objekt hinreichend. Unperiodischer Lichtwechsel aber verläuft in der Regel langsam, und eine mehrtätige Unterbrechung der Beobachtungsreihe schadet nichts. Ein unperiodisch-raschwechselnder Stern dagegen müßte eine Reihe von Tagen hindurch ohne Unterbrechung beobachtet werden, wenn man seine Eigenschaften kennenlernen will; man kann seine Lichtkurve nicht, wie bei anderen Veränderlichen, aus Bruchstücken zusammensetzen.

Ich hatte deshalb beschlossen, meinen Aufenthalt in Südwestafrika von Juli 1952 bis Juli 1953 u. a. dafür auszunutzen, möglichst vollständige Lichtkurven von einigen RW Aurigae-Sternen visuell zu beobachten, wofür das fast ideal gute Klima dieses Landes die besten Voraussetzungen bot. Zugleich aber sollte jeweils um die Neumondzeit eine Kette von Beobachtern rings um die Erde mitwirken, damit man die Lichtkurven auch für diejenigen Stunden zeichnen konnte, zu denen in Südafrika Tageslicht herrschte. Trotz einiger Ausfälle ist das Ziel erreicht worden. Besonders danke ich der Variable Star Section of the Royal New Zealand Astronomical Society.

Folgende Beobachter waren beteiligt:

<i>F. M. Bateson</i>	Aviata, Rarotonga, Cook Islands
<i>A. F. Jones</i>	Timaru, New Zealand
<i>D. A. Philpott</i>	Okuku, New Zealand
<i>S. C. Venter</i>	Pretoria, Union of South Africa.

Als besonders günstig erwies sich der Umstand, daß das Wetter auf Neuseeland viel besser war als ich erwartet hatte; so ist es möglich gewesen, für eine Reihe von Neumondperioden praktisch lückenlose Lichtkurven mehrerer Sterne über jeweils 10 bis 20 Tage hinweg zu erhalten. Insgesamt standen



6010 Helligkeitswerte für 9 Sterne zur Verfügung, wobei jedoch die interkontinentale Zusammenarbeit auf 5 ausgesuchte Fälle konzentriert war, die mit 4789 Beobachtungen beteiligt sind. Auf T Chamaeleontis, einen außerordentlich charakteristischen, an allen Stationen zirkumpolaren RW Aurigae-Stern, entfallen 1822 Beobachtungen.

Es folgt eine Übersicht der Ergebnisse. Eine ausführliche Darstellung ist inzwischen erschienen, auf die wegen aller Einzelheiten verwiesen werden muß (2).

*T Chamaeleontis*. Fast lückenlose Lichtkurven liegen für 9 Neumondperioden 1952—53 vor, mehr lückenhafte Darstellungen aus den folgenden Jahren, da die Beobachter auf Neuseeland den Stern weiterhin überwacht haben. Bei einer summarischen Betrachtung bemerkt man 3 Grundformen des Lichtwechsels :

1. Kurvenstücke, die den Eindruck völliger Regellosigkeit machen, oft mit großer Amplitude.
2. Quasiperiodische Wellen von mehrtägiger Länge.
3. Stillstände und Abschnitte stark verminderten Lichtwechsels.

Die Formen 1 und 2 lösen einander jedoch nicht ab, sondern treten in Überlagerung auf, indem zeitweise die eine, zeitweise die andere amplitudenmäßig überwiegt. Zu manchen Zeiten wird dieser Charakter auch bewahrt unter Verminderung der Gesamtamplitude.

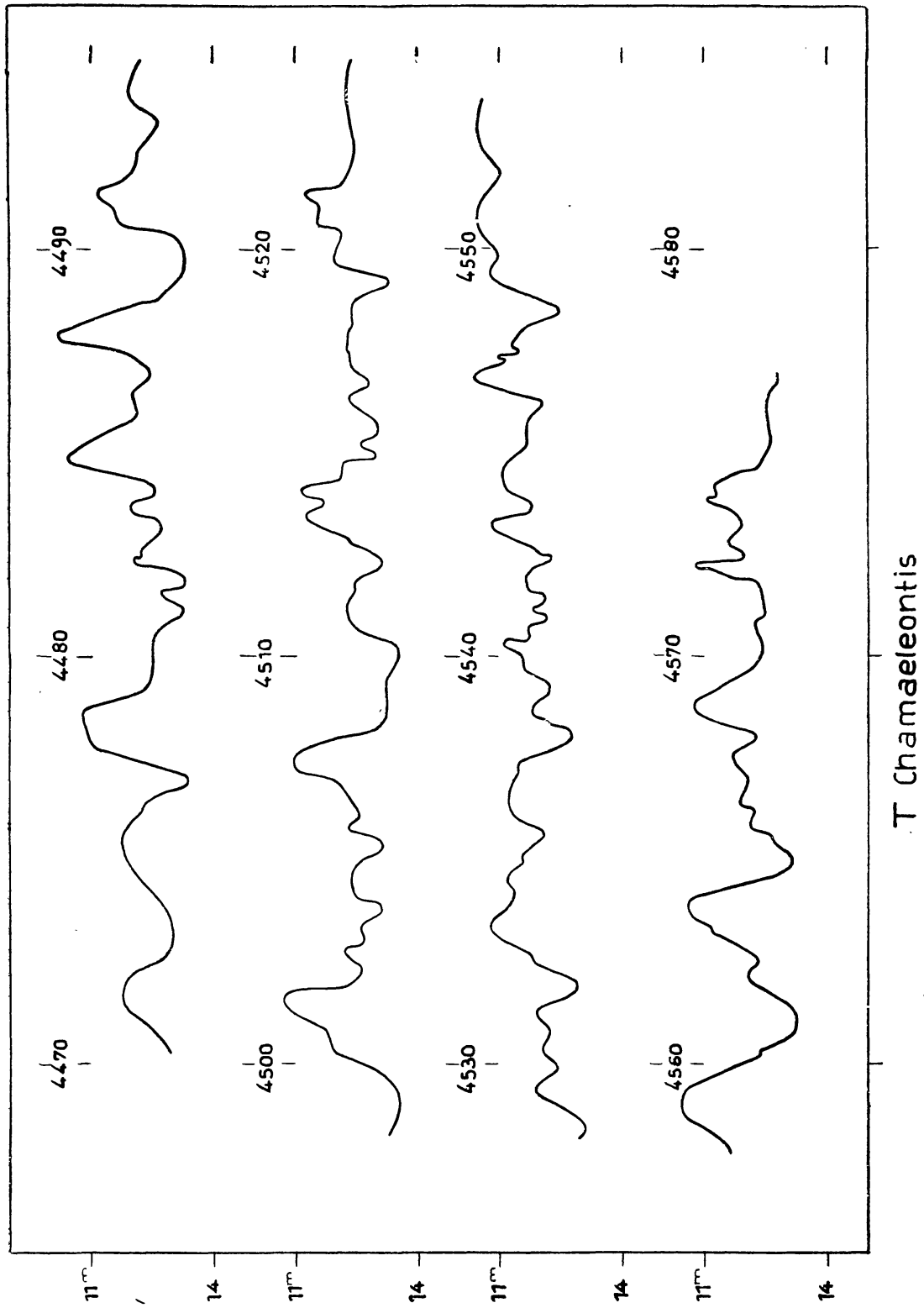
Das größte Interesse beanspruchen die quasiperiodischen Wellen, nachdem sich gezeigt hat, daß sie jeweils längere Zeit hindurch erhalten bleiben und eine Darstellung der Maxima durch instantane Elemente zulassen. Nachstehende Formeln wurden abgeleitet, wobei die Anzahl der Maxima mit angegeben ist :

I. $M = 243\ 4251,3 + 3^d4375\ E$	8 Maxima
II. $M = 243\ 4325,1 + 4,1800\ E$	6 „
III. $M = 243\ 4359,0 + 3,2323\ E$	26 „

Während der letzten Neumondperiode scheint der Wert  $P = 4^d8$  angedeutet, ist aber zu schwach gestützt. In der späteren Zeit wird einmal  $P = 3^d1$  erkennbar. Vier Ruhezeiten von  $8^d$  bis  $120^d$  Dauer sind belegt, sie beanspruchen etwa 15% Beobachtungszeit. Der Stern scheint zwei Ruheshelligkeiten zu bevorzugen; die hellere mit  $10^m8$  liegt wenig unter dem Maximallicht und kann praktisch als mit diesem identisch angesehen werden, die schwächere,  $12^m7$ , liegt um  $0^m5$  bis  $1^m$  über mittlerer Minimalhelligkeit. Die Gesamtamplitude ist  $10^m5$  bis  $13^m8$ , wobei das schwache Extrem nur sehr selten erreicht wird.

*RU Lupi*. Der Stern war außerordentlich unruhig. Die kurzen Stillstände scheinen die Helligkeit um  $10^m0$  zu bevorzugen bei einer Amplitude von  $9^m6$  bis  $10^m7$  visuell. Im übrigen verhielt sich dieser Veränderliche ähnlich wie T Chamaeleontis bei stark verminderter Amplitude. Auch hier wurden quasiperiodische Wellen vorgefunden und die beiden folgenden Systeme aufgestellt :

I. $M = 243\ 4261,5 + 3^d5457\ E$	8 Maxima
II. $M = 243\ 4537,6 + 3,8375\ E$	7 „



T Chamaeleontis

Die periodischen Bestandteile bestimmen die Lichtkurve jedoch in viel geringerem Maße als bei T Chamaeleontis.

*RY Lupi.* Der Stern verhält sich wesentlich anders als die beiden vor dem behandelten. Kennzeichnend sind lange Stillstände bei einer Helligkeit, die wenig unter dem Maximum liegt. Nur selten zeigt er die typischen starken Schwankungen mit Amplituden bis zu  $2^m$ . Erhebungen über das bei  $9^m.8$  bis  $10^m.0$  liegende »Normallicht« sind selten, spitze Minima von sehr verschiedener Breite und Tiefe dagegen häufig. Der Veränderliche steht damit zwischen den Prototypen RR Tauri und dem »algolähnlichen« BO Cephei nach der Typologie von *Schneller* [3]. Periodische Wellen sind selten; wo sie aber angedeutet sind, haben die Zyklen wieder eine Länge von 3 bis  $4^d$ . Dem Charakter des Sterns entsprechend sind es die Minima, die periodisch auftreten. In einem der Abschnitte ist der Lichtwechsel völlig regellos.

*AK Scorpii.* Während der Beobachtungsperiode 1937—38 zeigte dieser Stern Verwandtschaft zu den »algolähnlichen« Veränderlichen. Die Beobachtungsreihe 1952—53 läßt ein anderes Verhalten erkennen. Der Lichtwechsel weist von  $10^d$  bis  $15^d$  Länge auf, denen kleine rasche Schwankungen überlagert sind. Eine Periodizität der letzteren ist kaum erkennbar; die Zyklen von  $1^d$  bis  $3^d$  Länge unterliegen einem raschen Wechsel. Zeitweilig fehlen sie, und die Lichtkurve verläuft über eine Reihe von Tagen glatt.

*Y Leporis.* Dieser Stern mit dem Spektrum M 4 III hatte nach dem photographischen Material 1935 bis 1938 zeitweise rasche Änderungen und unruhigen Verlauf der Lichtkurve gezeigt. Die visuellen Beobachtungen 1952—53 ergaben Wellen von  $50^d$  bis  $60^d$  Länge mit Amplituden von  $0^m.4$  bis  $1^m.0$ , doch ohne Periodizität über eine größere Anzahl von Zyklen. Die Zuordnung des Sterns ist zweifelhaft.

Die folgenden 4 Sterne wurden nach visuellen Beobachtungen des Verfassers allein und nach den Befunden auf photographischen Platten bearbeitet.

*50.1929 = V 350 Orionis.* Der Veränderliche ist ein RW Aurigae-Stern mit mehreren Ruheshelligkeiten, sodaß er sich manchmal wie ein U Geminorum-Stern, manchmal wie ein BO Cephei-Stern verhält. Die visuellen Beobachtungen von 1952—53 zeigten ihn nahe dem schwachen Ruhelicht ohne stärkeren Wechsel.

*S 4799 Phe* ist ein typischer »Algol—ähnlicher« Veränderlicher mit gut eingehaltenem Normallicht bei  $9^m.25$ , von dem aus Erhellungen um  $0^m.2$  und Schwächungen um  $0^m.25$  relativ selten sind. Die Amplitude ist demnach kaum  $0^m.5$ .

*S 4800 Phe* unterscheidet sich nur wenig von dem  $0^d.8$  entfernt stehenden vorbehandelten Stern. Die Amplitude ist auch nur  $0^m.5$ , die Lichtkurve aber verläuft zeitweilig etwas unruhig.

*S 4801 Phe* gehört zu derselben Gruppe nach Ort und Charakter. Die Amplitude ist  $10^m.2$  bis  $10^m.8$ , der Lichtwechsel verläuft in Wellen, denen zeitweise rasche Schwankungen von  $0^m.2$  Amplitude überlagert sind. Er ist damit als typischer Y Leporis-Stern zu bezeichnen.

Die 9 hier beschriebenen Sterne stellen eine stetige Folge von Untertypen dar, die von der extremen RR Tauri-Form bis zur Y Leporis-Variante reicht. Das Vorkommen von Übergangsformen zwischen den Untertypen von Schnellers Klassifikation scheint hier recht deutlich aufgezeigt, und wenn auch die eingangs gestellte Frage nach den Beziehungen zwischen den photometrisch recht unterschiedlichen Subtypen damit nicht erschöpfend beantwortet ist,

ergeben sich doch Hinweise auf mögliche, physikalisch begründete Verwandtschaften.

Für die Theorie dürfte von Bedeutung sein, daß das Auftreten eines hellen Ruhelichts, wie es für die BO Cephei-Sterne charakteristisch ist, doch auch bei den eigentlichen RW Aurigae-Sternen häufiger vorkommt, als man bisher annahm. Mit der Vorstellung, daß der Lichtwechsel, wie bei den Flare Stars, den U Geminorum-Sternen und den Novae durch Eruptionen hervorgebracht wird, ist dieser Befund nicht ohne weiteres vereinbar.

Endlich sei noch kurz auf die quasiperiodischen Wellen eingegangen. Ähnliche Erscheinungen sind in der Astrophysik nicht unbekannt. Sie zeigen sich auf dem absteigenden Ast mancher Novae und, mit größeren Periodenwerten bei den Veränderlichen des EM Cygni-Typus, wovon bisher aber nur 3 Fälle bekannt sind. Auch die nahezu, aber nicht streng periodischen CN Orionis-Sterne, die eine Untergruppe des U Geminorum-Typus darstellen, sind heranzuziehen. Bei allen diesen Objekten handelt es sich sehr wahrscheinlich um Hauptreihensterne.

Legt man ein Sternmodell von der Art der Sonne zugrunde, was auch durch den Spektraltypus der T Tauri-Sterne gerechtfertigt scheint, so würde die Periode der Eigenschwingung, falls der ganze Stern pulsiert, bei  $\sim 0^d.1$  liegen. Daß die bei RW Aurigae-Sternen beobachteten Perioden sehr viel länger sind, kann so verstanden werden, daß nur ein Teil des Sterns pulsiert. Man gelangt zu einer einleuchtenden Vorstellung, wenn man annimmt, daß die Expansionen anisotrop erfolgen, also nur einen Teil der Oberfläche der Gaskugel einbeziehen. Dies wird verständlich, wenn man Unstetigkeiten der Energieerzeugung heranzieht in relativ oberflächennahen Schichten des Sterns. Nur so wird hier und bei den anderen Typen, die ähnliches Verhalten zeigen, die Veränderlichkeit der Perioden zu erklären sein. Man kann nicht annehmen, daß ein ganzer Stern sein Trägheitsmoment ändert, wohl aber daß die Partialschwingungen manchmal größere, manchmal kleinere Teile der äußeren Schichten des Sterns einbeziehen. Eine Beziehung zwischen Periodenlänge und Amplitude läßt sich nicht nachweisen. Zwar scheint bei T Chamaeleontis nach den 3 Formeln die kleinere Amplitude zur längeren Periode zu gehören, aber die am Ende meiner Beobachtungsreihe in Erscheinung tretende Periode von  $4^d.8$  hat gerade die größten Amplituden von etwa  $2^m.5$ , und auch die Kurve von RU Lupi widerspricht jener Regel. Sehr merkwürdig ist die mehrfach gut belegte Verdoppelung des Periodenwertes, derart, daß die dazwischenliegenden Maxima entweder unterdrückt oder sehr flach sind. Dies deutet auf die Überlagerung zweier Frequenzen hin die sich um eine Oktave unterscheiden. Die Lichtkurve in ihrer Gesamtheit macht den Eindruck, daß sich Partialschwingungen verschiedener Amplitude und verschiedener Perioden auf eine sehr komplizierte Art überlagern, daß die eine Welle abklingt und eine andere neu entsteht, daß aber in der Endwirkung gewisse für den Stern charakteristische, d. h. von seiner Masse und seinem Aufbau bestimmte Periodengrenzen eingehalten werden. Durch diese Vorgänge könnte auch ein Rotationseffekt überdeckt oder stark verschleiert werden. Den gesamten Lichtwechsel auf diese Weise zu erklären, ist kaum möglich in Anbetracht der großen Amplituden. Wenn man aber als Ursache der Erscheinungen rasch ablaufende Unstetigkeiten der Energieerzeugung in oberflächennahen Schichten annimmt, wird verständlich, daß daneben turbulente Massenverlagerungen und Vorgänge von der Art der Solar Flares

auftreten müssen, die zusammen mit den Partialschwingungen sind, das Verhalten dieser Sterne unserem Verständnis näherzubringen.

#### Literaturhinweise

1. C. Hoffmeister, On RW Aurigae Type Stars and related Types. International Astronomical Union Symposium No. 3, Non-stable Stars, p. 22.
  2. C. Hoffmeister, Über das Verhalten von drei typischen und sechs atypischen RW Aurigae-Sternen. Veröffentl. Sternwarte Sonneberg 3 Nr. 3, 1957.
  3. H. Schneller, Geschichte und Literatur des Lichtwechsels der Veränderlichen Sterne. Zweite Ausgabe. 3. Band p. V–IX, 1952.
-

# COMPARISON BETWEEN THE VISUAL AND PHOTOGRAPHIC LIGHT CURVES OF SOME RV TAU STARS AND NOTES ON T TAU AND RW AUR STARS

by P. AHNERT, Sonneberg

It is a well-known fact that pulsating stars of later spectral type show a displacement of phase between visually and photographically observed minima and maxima.

RV Tauri-stars show the same phenomenon but owing to their frequently disturbed light curves these displacements differ from one another.

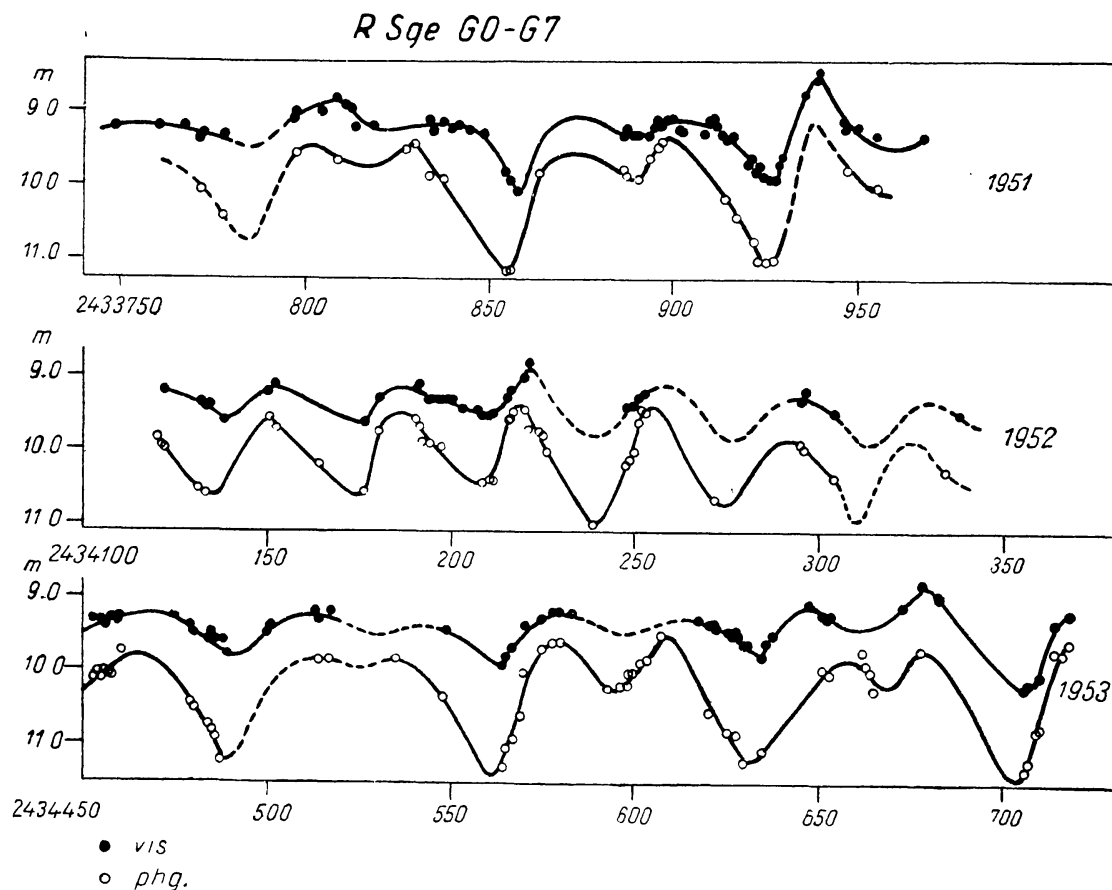


Abb. 1

In most cases the photographically observed minima precede the visually observed ones but in some single cases they might happen at the same time.

In the years 1951 to 1953 I found for the limited material :

$$t_{\min_{\text{vis}}} - t_{\min_{\text{ph}}} \text{ of R Sge} = + 2^{\text{d}}.4 \pm 0^{\text{d}}.9$$

$$,, \quad ,, \quad ,, \text{ V Vul} = + 2,2 \pm 3,0$$

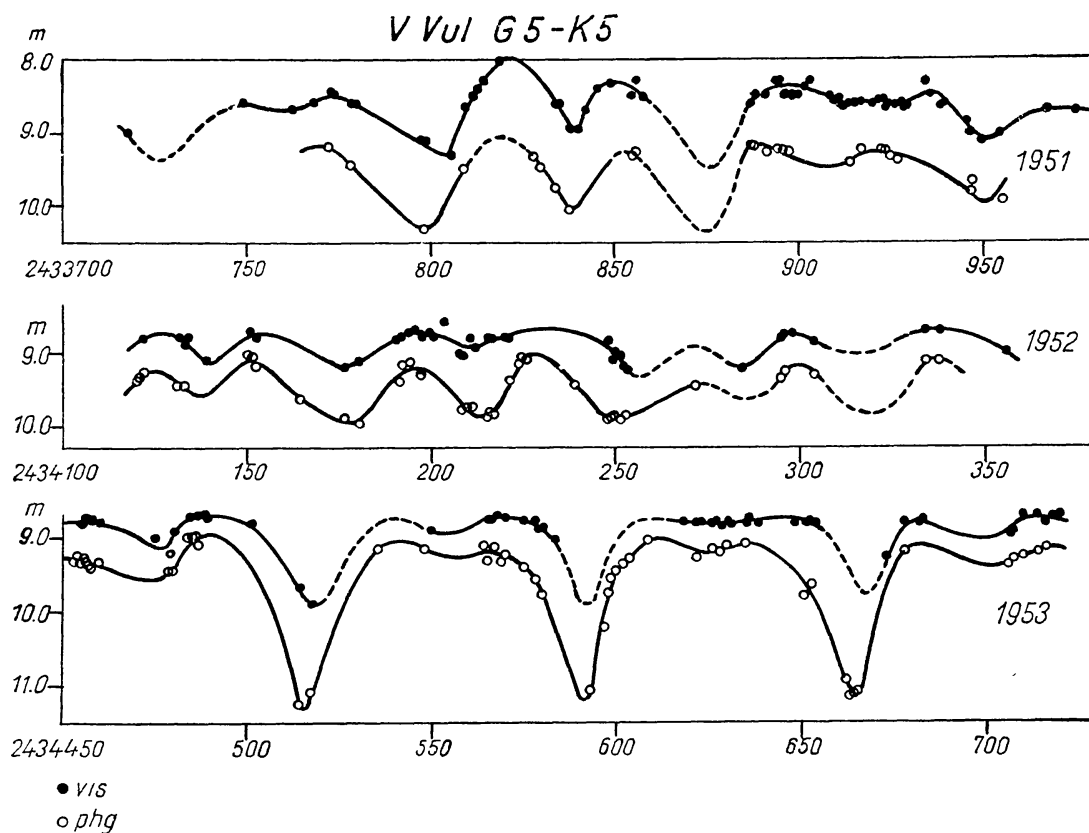


Abb. 2

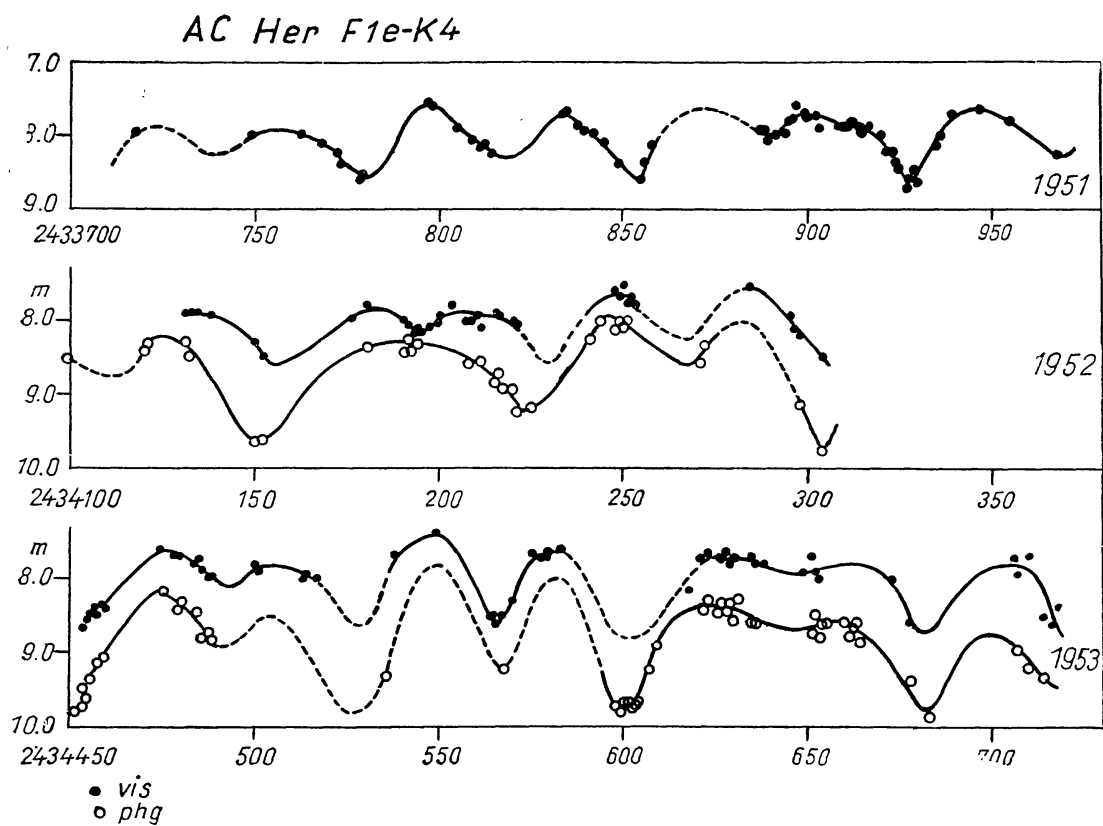


Abb. 3



The minima of AC Her follow the same rule, but there are too few well observed minima, so I could not derive an exact value of the displacement.

The maxima of each star show the same tendency, although they are mostly flat and not exactly to define.

In an investigation by *Shdanova* and *Zessevich* the mean photographic and visual light curves of some RV Tau-stars have been compared. I may direct your attention to the individual course of both curves: The course can be very different, especially the maxima and the secondary minima can appear in a very different shape. Therefore, also the course of the colour-index must be rather irregular, and not at all an accurate function of the phase or the brightness of the star. Only in general can be said that the colour-index is larger at the time of the minima than of the maxima.

Accidentally in these short series of observations the change of primary and secondary minima takes place twice: With R Sge and V Vul. In each case the change is introduced by a flattening of the primary minima till both kinds of them are nearly of the same depth. After some cycles the former secondary minima become deeper until the characteristic shape of the RV Tau light curve is reestablished.

Now I may show you some photographic light curves of *T Tauri* and *RW Aurigae* stars. I have selected stars of different spectral type, hoping that any correlation might be found between the spectral class and the type of light variation. But I must confess that no relation can be stated.

I distinguish two species of these stars, only with regard to their photometric characteristics:

- (I) Rapid, totally irregular changes of light with large amplitude (2 to 4 magn.)
  - (a) without standstills (prototype RW Aur)
  - (b) mostly bright with small, slow fluctuations and occasional short, deep, and irregular minima (WW Vul)
- (II) Mostly slow changes of light with small amplitude ( $< 1^m.0$ , similar  $\mu$  Cep), interrupted by more rapid fluctuations also of small amplitude ( $< 1^m.0$ ) (prototype T Tau).

I quote for these types the following stars:

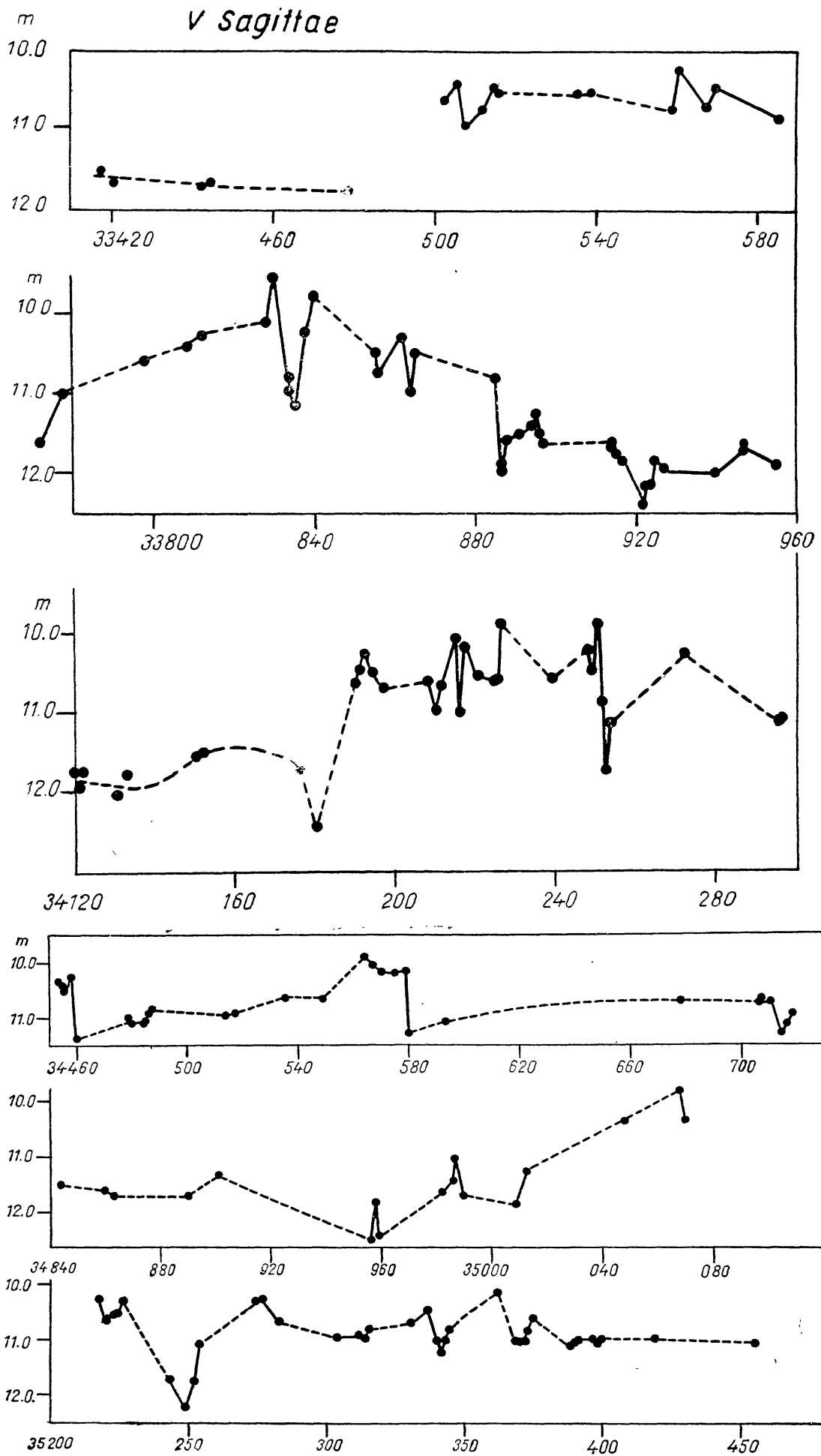
I a	V Sge (Ob)	II	CT Tau (Ao)
	RR Tau (A2e II—III)		UX Ori (A2e)
	CQ Tau (F5)		BN Ori (A7)
	RW Aur (dG5)		RY Tau (dG6e)
I b	WW Vul (A2)		T Tau (dG5e)
		peculiar	EM Cyg (?)

*V Sge* is an old Nova, not an RW Aur-star but photometrically it resembles mostly the prototype RW Aur.

*RR Tau* seemed to be a real member of the RW Aur-group — in relation to its light curve — but now the new spectral classification makes this assumption doubtful.

*CQ Tau* has nearly the same amplitude as the following

*RW Aur*, but its fluctuations seem to be a little slower than the jumps of the prototype star. The spectrum F5 is not contradictory to the right RW Aur-character.

Abb. 4. *V Sagittae* 1950—1955

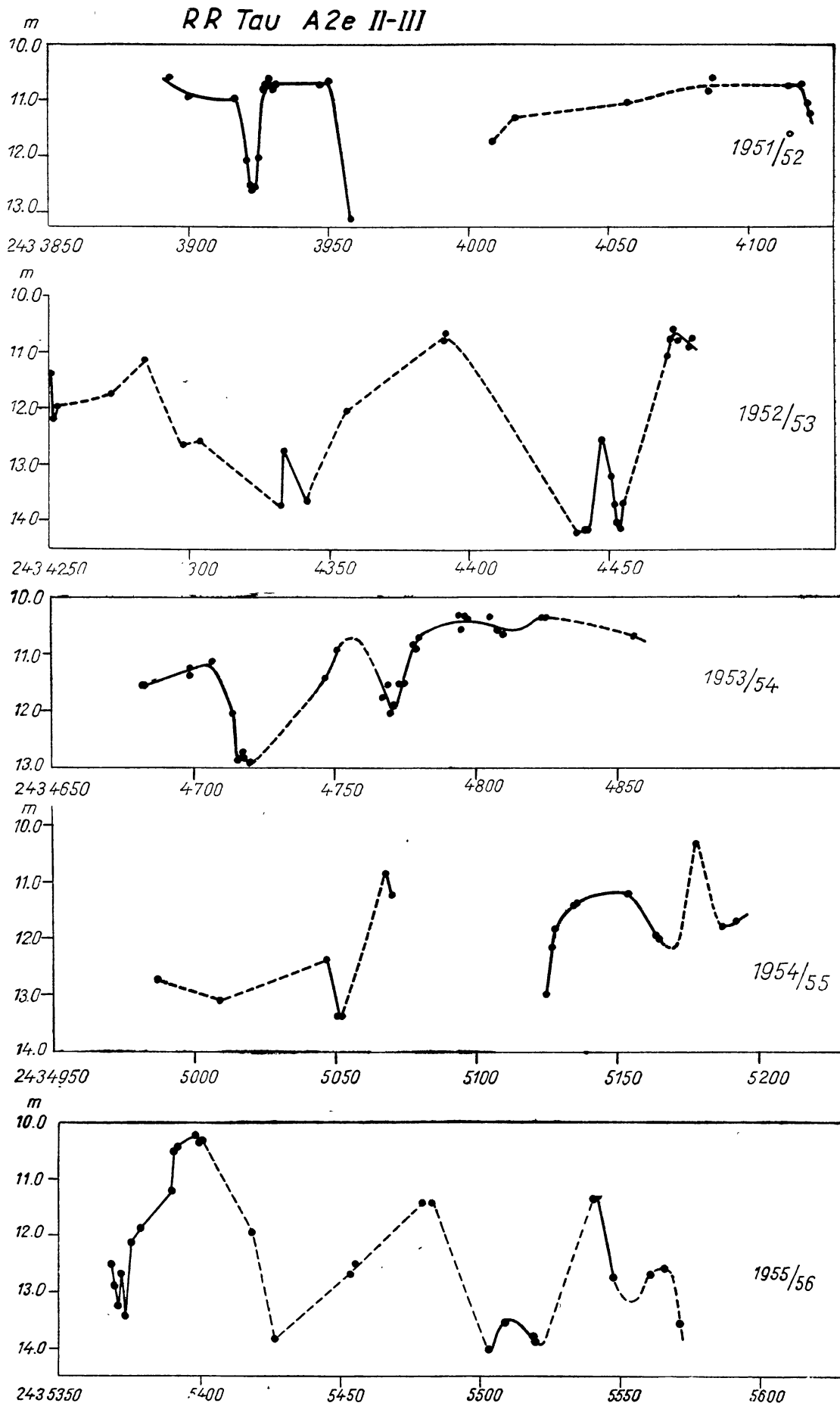


Abb. 5. RR Tauri 1951—1956

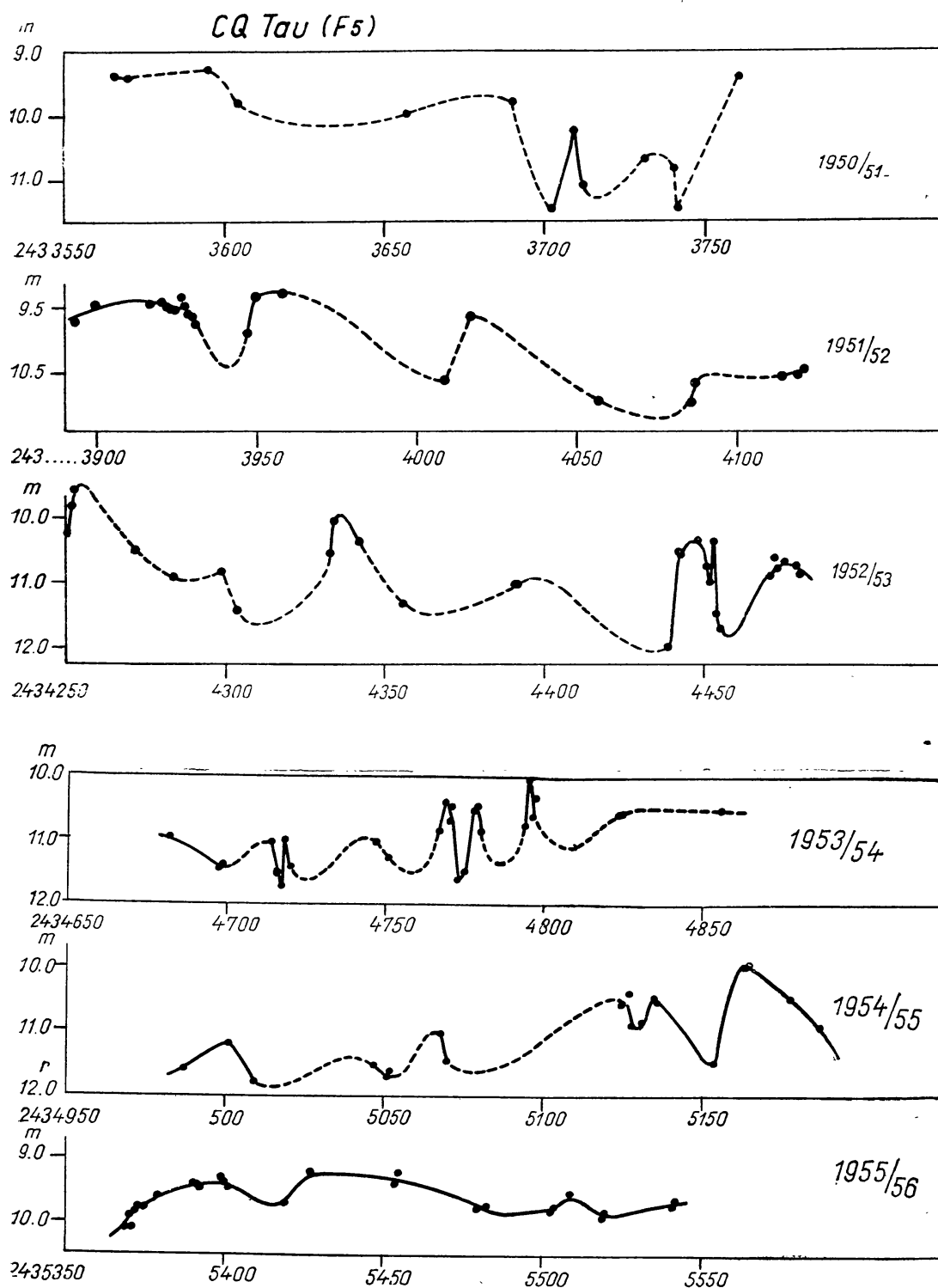


Abb. 6. CO Tauri 1950—1956

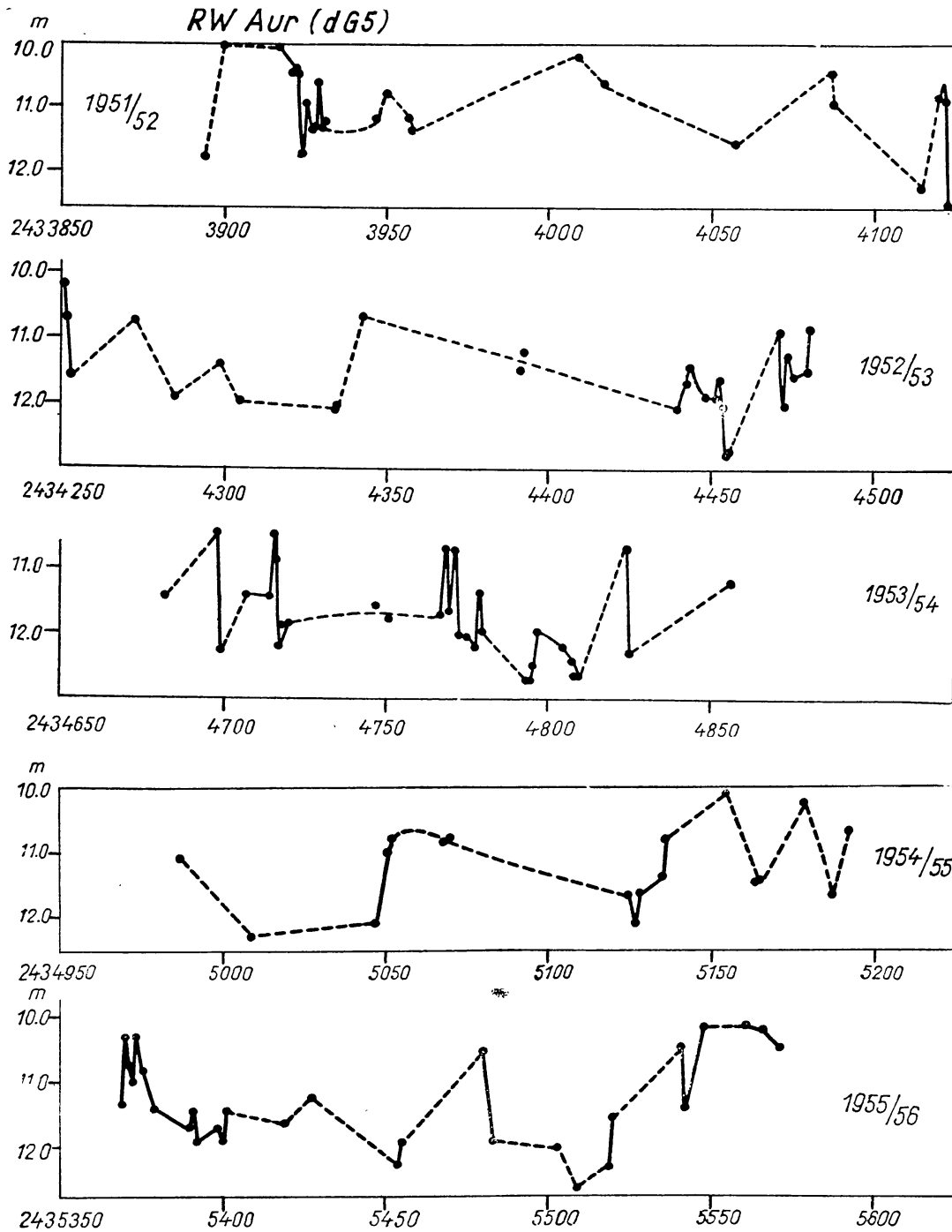


Abb. 7. RW Aurigae 1951—1956.

*WW Vul* sometimes resembles the stars of group II when its light changes are small and slow; but at other times it turns very rapidly faint and bright again. After such an algal-like minimum a rapid and irregular fluctuation might follow.

The quickest star of the second group is *CT Tau* with the earliest spectrum A0, whereas all the other members of this group with spectra of A and G show only occasionally rapid fluctuations, most of them resemble  $\mu$  Cep.

*EM Cyg*, probably an old Nova, is also a remarkable star, photometrically between the two groups. Sometimes it shows semi-periodic waves, almost similar to  $\mu$  Cep, sometimes it fluctuates irregularly, and now and then it flares for somedays.

At last I have light curves of two U Gem-stars. I may show that sometimes other well defined kinds of variable stars can also behave unusually.

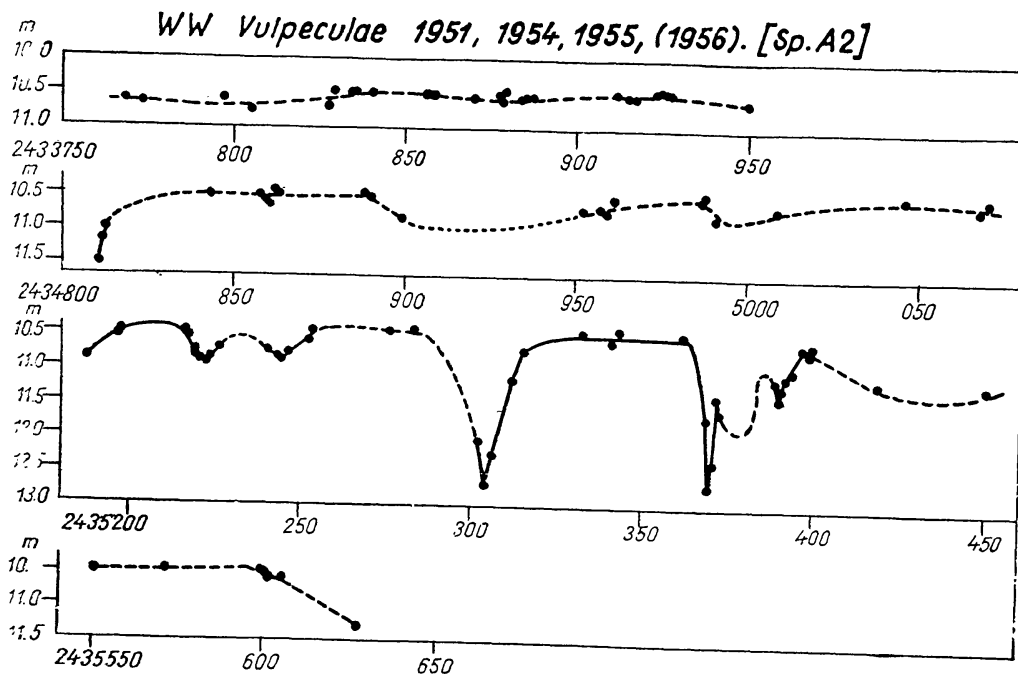


Abb. 8

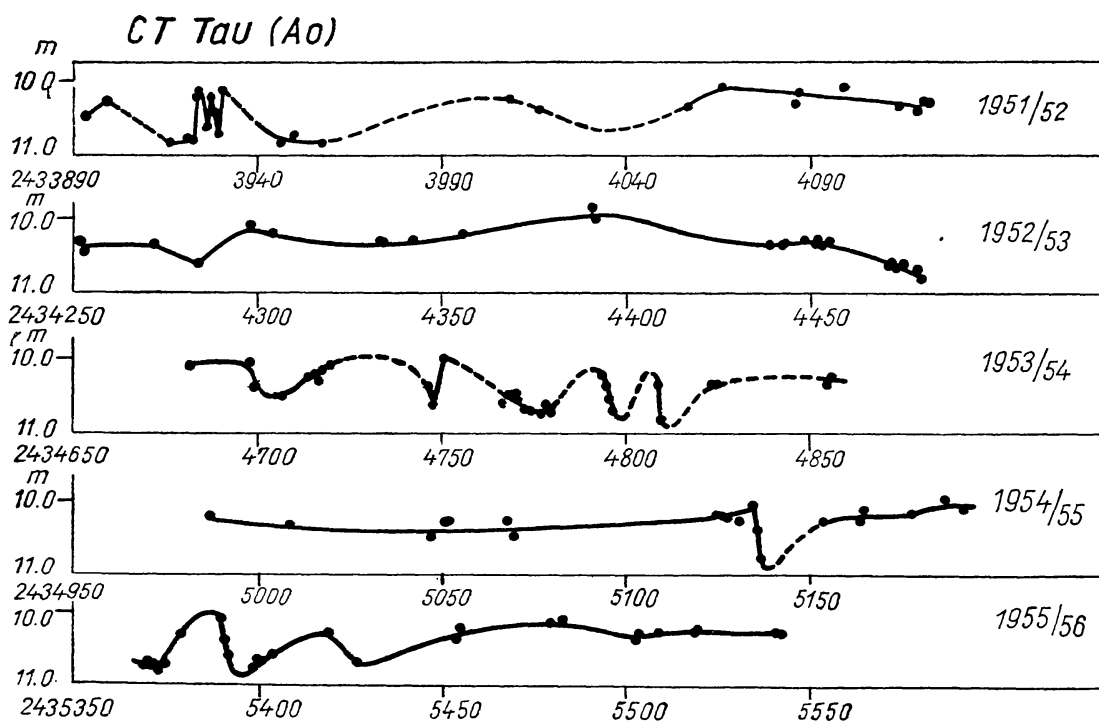


Abb. 9

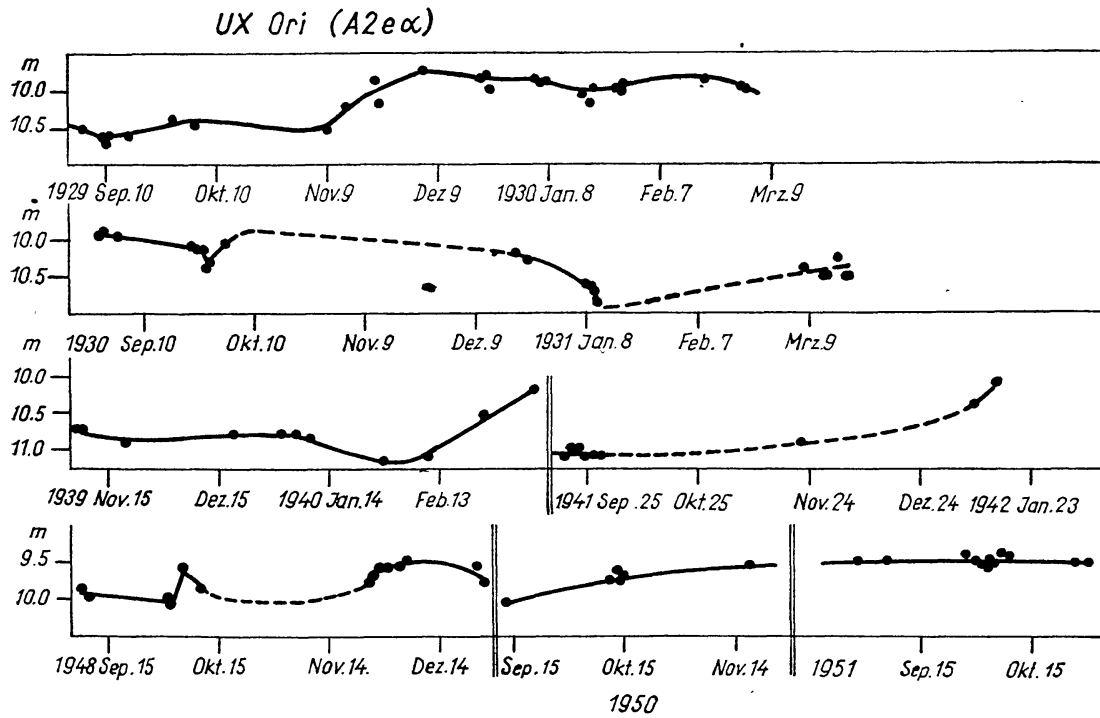


Abb. 10

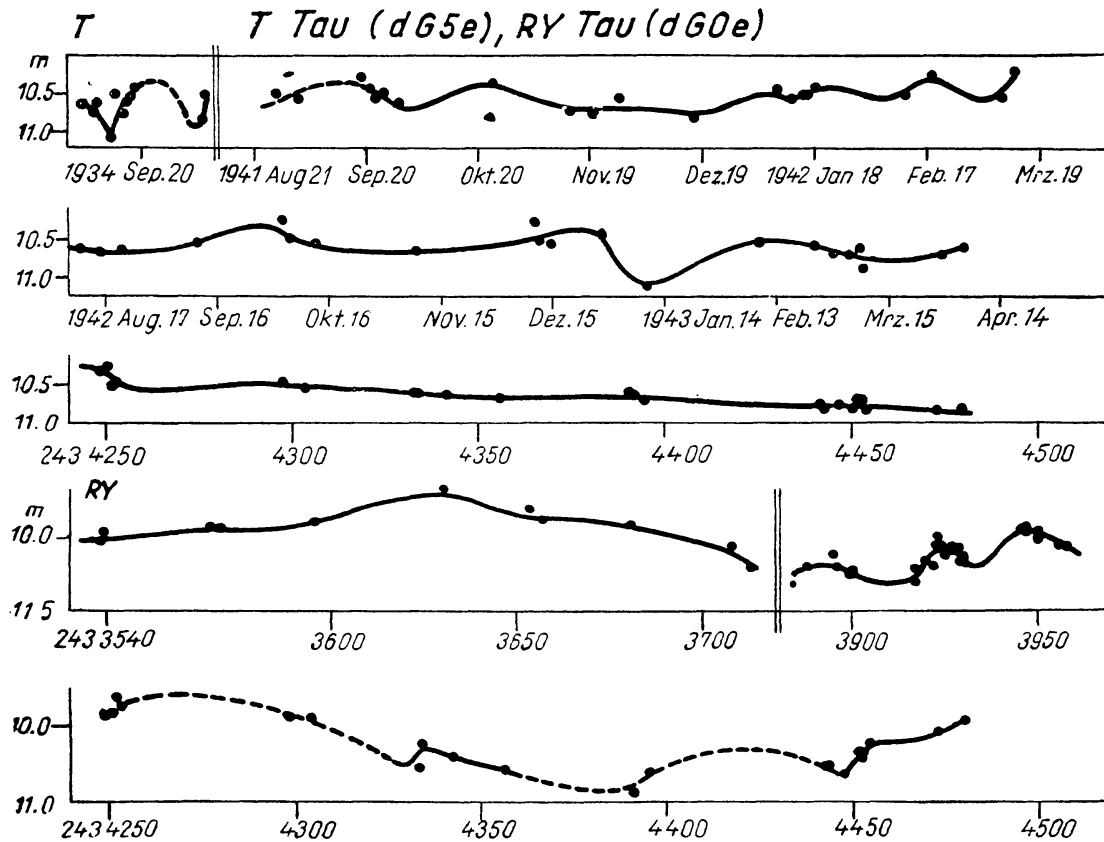


Abb. 11



*EQ Mon* showed during 3000<sup>d</sup> a period of about fourteen days, so well followed, that a mean light curve could be drawn. In the following time the star becomes irregular again.

*SS Cyg* resembles now and then for a few weeks an RW Aur-star with short fluctuations of different amplitudes.

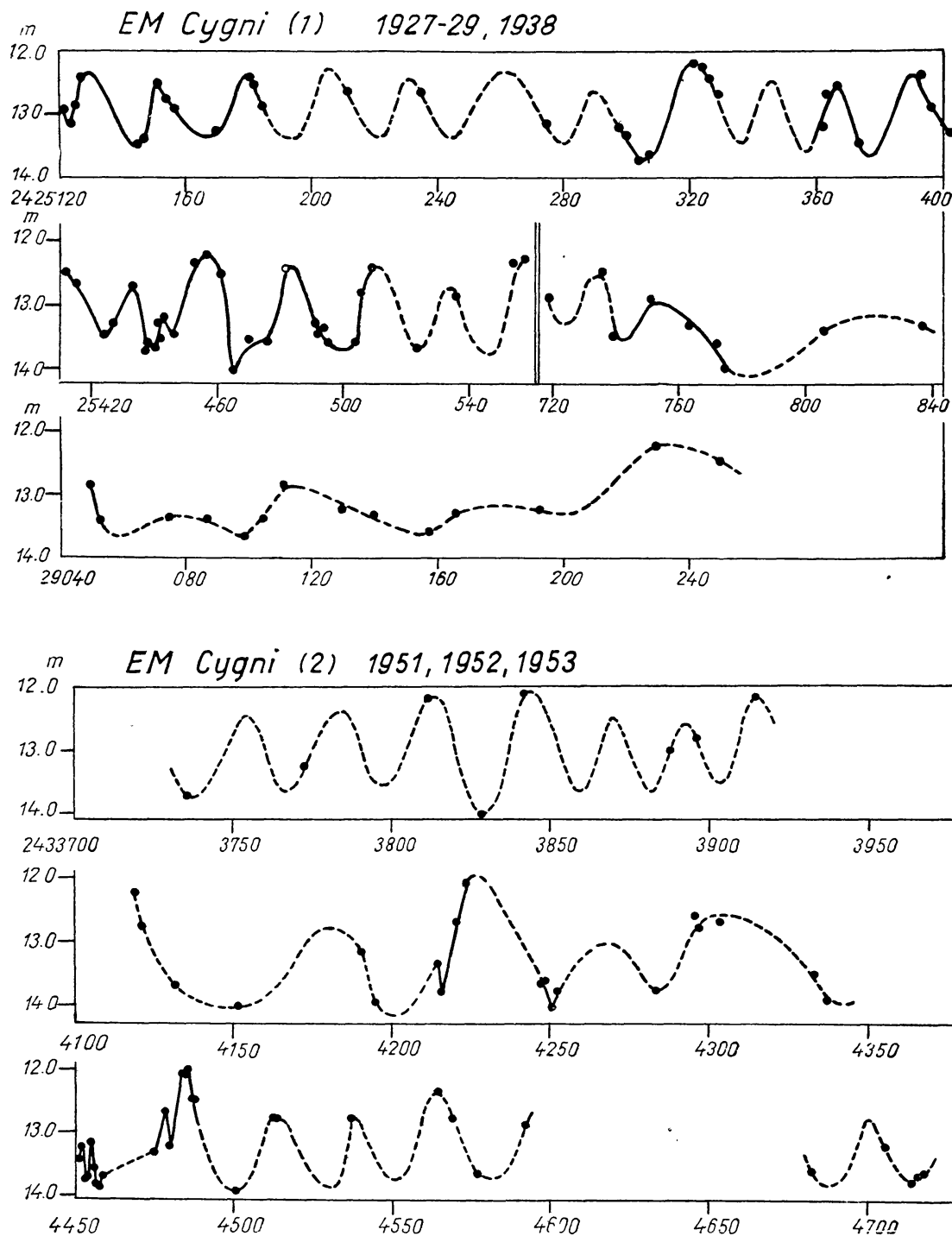


Abb. 12

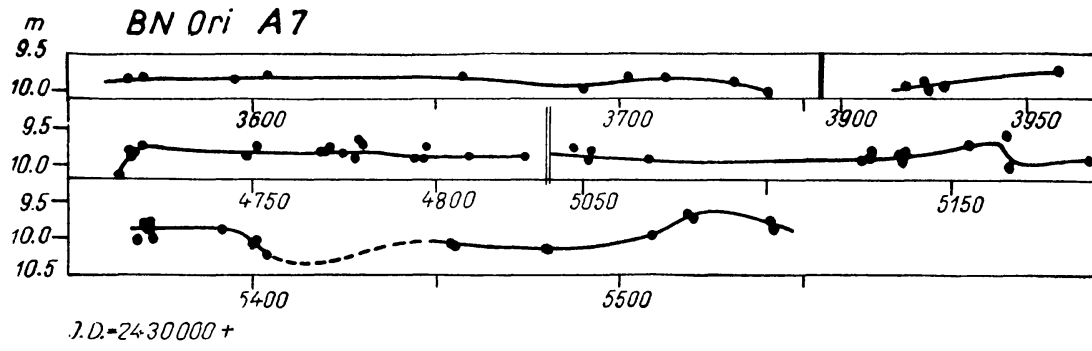


Abb. 13

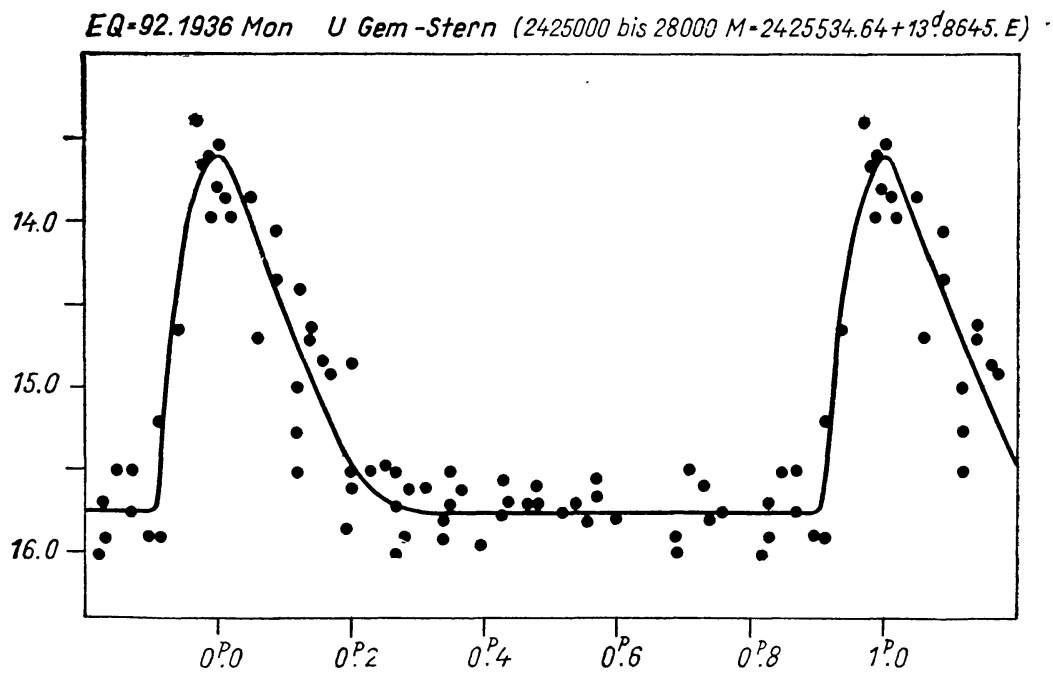


Abb. 14

# THE INVESTIGATIONS ON VARIABLE STARS EXECUTED AT THE TORUŃ OBSERVATORY

by W. IWANOWSKA, Toruń

In the programme of spectrophotometric investigations of the stellar population effects a series of long period variables has been investigated by *W. Iwanowska*. In the spectra taken in very small dispersion of about 1000 Å/mm the depressions corresponding to the red and yellow TiO bands at  $\lambda$  6150, 5750 and 5530 Å appear to be slightly enhanced in the variables of high velocity when compared with the green TiO bands. The effect is supposed to be caused by the VO and ScO bands overlapping with the red and yellow TiO bands. Since an enhancement of atomic V and Sc lines has been previously found in the spectra of high velocity stars, it is probable that there are abundant differences of these elements in stars of different populations. It is intended to investigate the VO bands in the near infrared where they are not considerably blended. It is hoped that these bands may supply a practical criterion of populations among the long period variables.

In the same programme an investigation on the spectra of RV Tauri stars is undertaken by *S. Grudzińska*. *H. Tomasik* is investigating the carbon stars.

A study of the colour indices of a sequence of short period variables of different populations is executed collectively by the members of the Observatory staff with the aim of establishing a colour temperature scale for these stars and proving its relation to the period. Following stars are nearly completed: EH Librae, DH Pegasi, VZ Cancrī, SW Andromedae, RZ Cephei, XZ Cygni, RR Lyrae, TU Ursae Maioris, SU Draconis.

PHOTOGRAPHIC RESEARCHES ON NOVAE AND DWARF VARIABLES  
MADE AT THE OBSERVATORIES OF LOJANO AND ASIAGO

by L. ROSINO, Asiago  
(Abstract)

Several old-novae and U Gem variables have been the object of photographic survey with the 24-inch Zeiss Reflector of Lojano, since 1937. The results obtained are shortly exposed and some suggestions for further work are given. Nova DQ Herculis was observed with the 48-inch telescope of the Asiago Astrophysical Observatory after the discovery of Walker; improved elements were derived and the effect of the nebular envelope, which surrounds the star, on the amplitude of the eclipses was studied. Finally some results are given of the systematic survey of rapid variables (flare stars) in Orion Nebula and NGC 2264.

---

# SOME RESULTS OF STUDIES ON ECLIPSING VARIABLES

by S. PIOTROWSKI, Warsaw

The present communication deals with certain results of studies on eclipsing variables conducted in the Warsaw Observatory.

In the years 1947—48 I worked out<sup>1</sup> an analytical method of determining the intermediary orbit of an eclipsing system. It is characteristic for this method that from the first beginning we apply the fundamental equation of the problem to individual normal points and we do not use the free-hand curve at all. It is because of the mentioned character of the method that we are able to weight in a rational way individual equations and we obtain the elements of the system with their mean errors using the least squares algorithm. In this way we get from the outset an insight into the determinacy of the problem ; moreover we can judge whether the degree of approximation is sufficient for applying the — rather laborious — method of differential corrections. The method I am speaking of was applied several times by different authors — most often in the form and with modifications given by *Z. Kopal* in his monograph „The Computation of Elements of Eclipsing Binary Systems”<sup>2</sup>.

In the last months we applied in Warsaw this method — together with the method of differential corrections in the final stage — to the eclipsing system WW Aur. Our results must be still regarded as preliminary. The observational material consisted of photoelectric observations in two colours executed with the photometer with the 1P21 cell of the Cracow Observatory. The observations were executed by myself and my collaborators (in the first place *A. Strzalkowski*) in Cracow ; the reductions and computations were performed in Warsaw by *K. Serkowski* and *B. Jun.*

We had at our disposal more than 1500 sets obtained in the years 1948—51 during 33 evenings. Each set consists of 4 readings of the galvanometer on the variable star (2 through the yellow filter and 2 through the violet one) plus 4 analogical readings on the comparison star plus galvanometer readings of the dark current and of the sky background (in yellow and violet). There is a certain peculiarity in the manner in which the individual sets were grouped into „supersets” called observations. We had namely divided the light curve in equal intervals of 0<sup>m</sup>.004 (it is nearly 0<sup>m</sup>.01) and from all sets (on the average 3) from the same night falling in the given interval one observation was formed. Nearly 500 observations in each colour were obtained — and these observations will be published.<sup>3</sup> Observations from different nights and pertaining to the same phase-interval were afterwards grouped into normal points. Outside eclipses the intervals were taken of course greater.

The light curve shows two minima of nearly equal depth (about 0<sup>m</sup>.7) ; there is a small ellipticity (the coefficient of  $\cos^2 \vartheta$  in light units being 0,014) and no observable reflection. Though both components are of the same spectral

type (A7) variations of colour index are clearly visible in the primary minimum: the star is growing redder at mid-eclipse by about  $0^m.05$ ; no variations are detectable in the secondary minimum. There is one interesting feature of the curve of colour variations: just after the beginning and just before the end of the primary minimum the star is bluer than outside eclipses. It is worth-while noticing that the same is true for the system U Oph according to photoelectric observations of *N. L. Magalashvili*.<sup>4</sup>

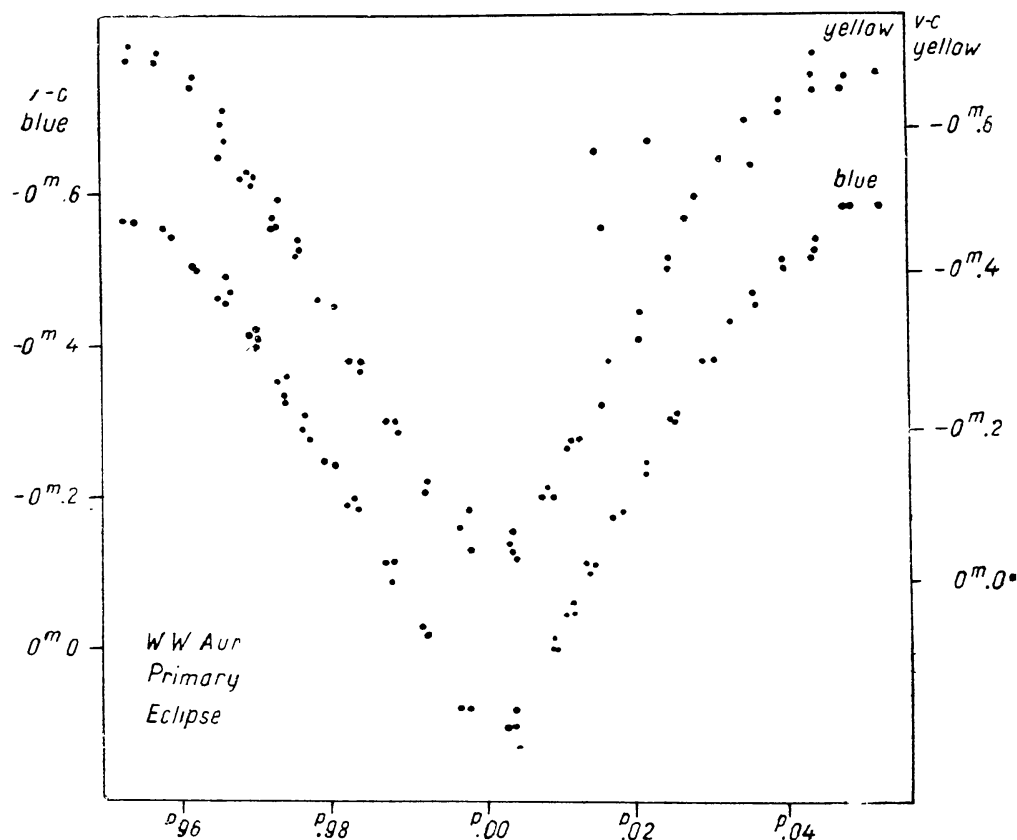


Fig. 1. WW Aur. The light curve in primary minimum

Few years ago the light variations of WW Aur were observed photoelectrically (but without filters) by *C. M. Huffer* and the elements of the system were determined by *Z. Kopal*.<sup>5</sup> It is recomforting to see that the system of elements determined by Kopal differs but little from our system, though the observational evidence on which the computations of American authors are basing is in one respect essentially different from Warsaw data. The point is that Kopal used when determining the elements the ratio of brightnesses of both components obtained by *R. M. Petrie*<sup>6</sup> from spectroscopic observations. Our analysis of Petrie's determination convinced us that his value of  $L_a/L_b$  is not reliable and thus in Warsaw we have used only our own photometric data. Though the rejection of spectroscopic observations considerably diminished the determinacy of the problem (one may notice that Kopal had from the first beginning a practically fixed value for  $L_a/L_b$  — and in consequence, for  $k$ ) our results concerning the geometric elements of the

system agree rather well with those of Huffer and Kopal (the greatest difference is of course in  $k$ ).

Perhaps the most valuable result of our computations is the relatively well determined value of the difference of limb darkening coefficient in the violet and yellow light (approx. 4200 Å and 5300 Å). The assumed, starting value of this coefficient, common for both components and both colours was 0,6; the difference came out  $\frac{1}{2} \Delta u = 0,09 \pm 0,03$ , the star discs being more darkened in violet light.

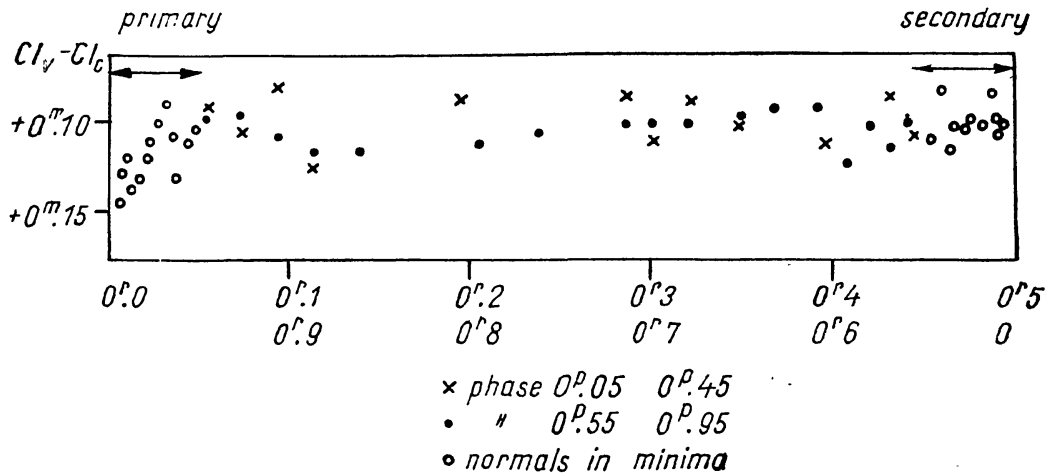


Fig. 2. WW Aur. The curve of colour variations

In the end of my communication I would like to point at one fact concerning not the system WW Aur itself but the algorithm employed. The values of the elements obtained during the intermediary orbit determination and these computed by the method of differential corrections agree satisfactorily; the same is not true for mean errors obtained in both stages of computation. I know from private communications (in particular from Z. Kopal) that the same fact was noticed by other computers. So this point needs an elucidation.

Budapest, August 1956.

<sup>1</sup> Ap. J., 106, 472; 108, 36; 108, 510.

<sup>2</sup> Harvard Observatory Monographs No. 8, 1950.

<sup>3</sup> Acta Astronomica, Vol 6 (in press).

<sup>4</sup> Abastumani Bull., 10, 21, Table VI, 1947.

<sup>5</sup> Ap. J., 114, 297, 1951.

<sup>6</sup> Publ. Dom. Ap. Obs. Victoria, 7, 205, 1939.



## NOTES ON SOME ECLIPSING AND VISUAL BINARIES

by T. HERCZEG, Budapest

The subsequent paper deals with three different topics, presenting :

1. observations of the well-known eclipsing binary VV Cephei ;
2. notes on the duplicity of Nova DQ Herculis (1934) and
3. discussions of two interesting and problematic visual pairs.\*

### 1. Photoelectric observations of eclipsing binaries

First I shall give a short account about current observations of eclipsing binaries at the Budapest Observatory. The following stars are in the observational program of various observers :

$\lambda$  Tauri, VW Cephei (*Dr. Detre*)  
 GO Cygni (*Ozsváth*)  
 SX, TT and BF Aurigae (*Herczeg*).

The photoelectric light curve of  $\lambda$  Tauri and VW Cephei are practically complete and a discussion will be soon published. Measurements made till now of the four other above mentioned stars are giving a very fragmentary light curve only.

Besides these stars we are observing regularly the eclipses of Zeta Aurigae-type double stars. Observations of the 1950 and 1955—56 eclipses of Zeta Aurigae are reported elsewhere. The session of to-day give an opportunity of publishing my two-colour photoelectric observations of VV Cephei.

I observed the present eclipse of VV Cephei with the 1P21 tube attached to the 24-inch reflecting telescope in blue and ultraviolet light in order to get a lightcurve of eclipse which is as free as possible from the erratic changes of the M-type component. These measurements will be included into widespread co-operative program organised by *Dr. F. B. Wood*, but for the sake of completeness I give here the results of 19 observations made between July 5 and September 22, 1956.

The Budapest observations fall on the descending branch and seem to indicate the beginning of constant phase.\*\* Measurements before July 5 were, unfortunately, prevented by the delayed silvering of the 24-inch mirror and (primarily) by unfavourable weather.

The filters used are Schott BG 12 and Schott UG 1 ; the isophotic wavelength is 4340 Å in blue light, in ultraviolet it is not yet determined.

It would be premature to discuss these measurements without taking into considerations the observations made elsewhere. Nevertheless, let me

\* This last section appeared as Nr. 35. of our Mitteilungen

\*\* Note added in proof : Later observations have shown that this constant phase is only a hump on the descending branch.

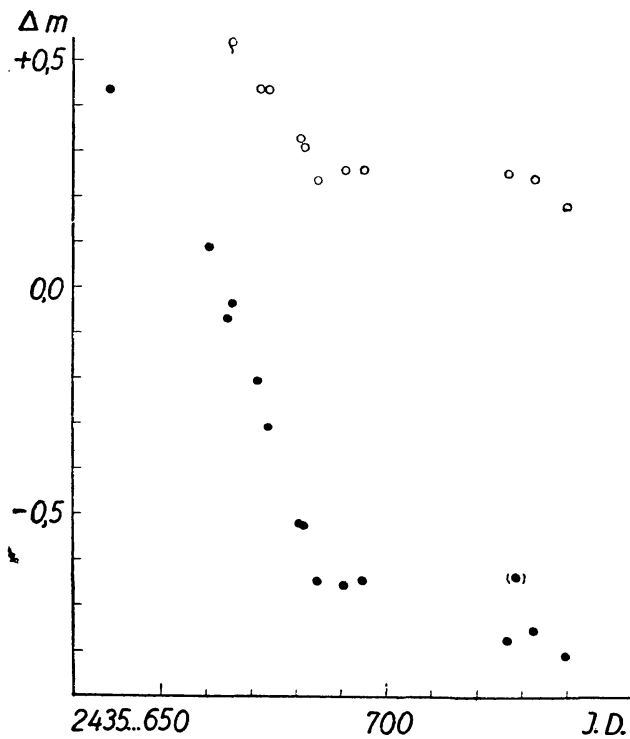


Fig. 1.  
Photoelectric observations of VV Cep.  
Circles: blue magnitudes, dots:  
ultraviolet magnitudes.

Table 1.  
Photoelectric observations of VV Cephei

Obs. number	J. D. (heliocentric)	Number of obs.	$\Delta$ mm in blue	cdmp in UV	Atmospheric conditions
1.	2435 638,515	1		+0,437	moderate
2.	660,530	1		+0,088	poor
3.	664,468	2		-0,068	fair
4.	664,486	1	+0,522		"
5.	665,470	3		-0,035	poor
6.	665,488	1	+0,540		"
7.	671,511	2		-0,208	geod
8.	671,524	2	+0,438		"
9.	673,477	3		-0,306	fair
10.	673,502	2	+0,435		fair
11.	680,510	2	+0,327		poor, Moon
12.	680,525	1		-0,520	"
13.	681,516	2		-0,524	good ; Moon
14.	681,532	2	+0,308		"
15.	684,449	3		-0,647	good
16.	684,489	2	+0,236		"
17.	690,399	3	+0,259		"
18.	690,431	3		-0,656	"
19.	694,527	2		-0,645	fair
20.	694,545	2	+0,260		"
21.	726,494	2		-0,775	"
22.	726,518	2	+0,252		"
23.	728,481	1		-0,636	poor <sup>1</sup>
24.	732,508	2		-0,754	poor ; Moon
25.	732,524	1	+0,240		"
26.	739,444	2		-0,809	moderate ; Moon
27.	2435 739,461	2	+0,175		"

<sup>1</sup> Observations interrupted by clouds ; magnitudes very uncertain !

allowed to notice that the provisory elements due to *S. Gaposchkin* give very good prediction for the „second contact”. This is perhaps already indicated by the end of the loss of light after J. D. 2435684, the O—C value being only of the order of  $-20^d$ . But there is a surprisingly great difference between predicted and observed durations of the partial phase.

The rate of gradual dimming during the ingress is according to Gaposchkin  $0,038^m$  per day, in photographic light, whereas our observations indicate a change  $0,018^m$  per day in blue and even in the ultraviolet only  $0,033^m$  per day.

## 2. Note on Nova DQ Herculis (1934)

The all-important discovery by *Walker* [1] of the close binary nature of Nova Herculis was put in the right order by *Kukarkin* [2] saying that Walker's discovery is of greater importance than all the photometric and spectroscopic observations made before. It raises the natural question whether or not the present binary system existed before the outburst. Detection of duplicity in the preoutburst stadium must be based exclusively on patrol plates and is therefore very difficult though not entirely hopeless. I hope to return to this point later. In the present article I propose an other approach to the problem.

It is well known that Nova Herculis like other slow novae exhibited a deep minimum after the outburst, dropping almost to its prenova magnitude in the first days of May, 1935. Is it perhaps possible to detect duplicity during this short interlude of comparatively low brightness? Obviously one cannot expect any indication of an eclipse during the period of the overwhelming luminosity of the nova, the secondary being imbedded in a highly luminous layer of gas. But a discussion of all the available photographic observations gave the somewhat unexpected result that there are some slight indications of binary nature as early as during this short period of minimum brightness, suggesting the existence of duplicity before the outburst.

The question is closely connected with theories about the physical interpretation of nova phenomenon. Accepting e. g. the „opaque dust cloud” explanation put forward by *Chandrasekhar* and *Stratton*, we may conclude that the suspected eclipse I shall discuss subsequently is clearly spurious. On the other hand my suggestion is well compatible with the simple picture of a gas layer either contracting or gradually getting transparent. The best explanation so far proposed for the following increase of nova brightness is due to *Grottrian*. [3].

The discussion is based on a closer scrutiny of this minimum. I collected all the photographic observations available in our library published for the interval of about 12 days, between April 28 and May 10, 1935. Visual observations are hardly useful for our purposes and can define a general trend of light variation only. (This we call as the „ground level of magnitudes”.) The photographic observations I used were the following.

1. Best data are the observations of *Schneller* [4] and those of *Lavdovsky* [5] made at Babelsberg and Pulkova, respectively. These plates were measured photoelectrically.

2. *Fischer* (Innsbruck) made some observations [6], but with different telescopes and measured only the diameters of the photographic images. *Fresa's* observations were made on panchromatic plates and he probably made very long exposures, reducing the usefulness of his data [7].

3. *Brunner* published [8] two and *Gaposchkin* three observations [9] for this critical time-interval; they are actually only estimates of the photographic brightness.\*

Table 2 contains the photometric data I used, both the original and the somewhat modified magnitudes. These modified values are the results of an attempt of reducing the published data to a homogenous scale, undoubtedly, a rather problematic procedure.

The magnitude reductions were made on the following grounds.

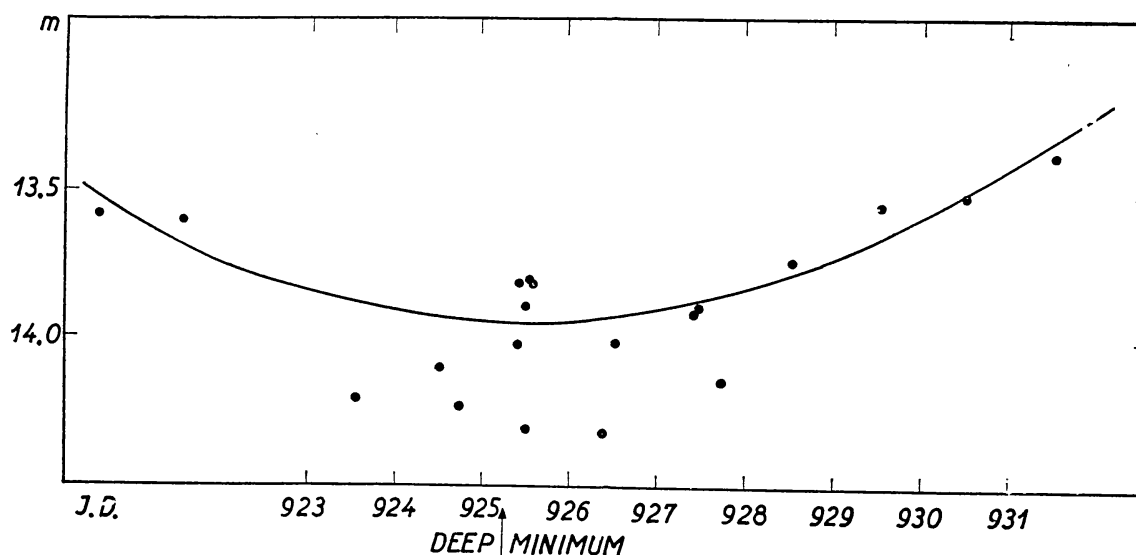


Fig. 2.

Lavdovsky and Schneller quote international photographic magnitudes and their data — adopted without any correction — were considered as the basis of the whole investigation. The observations of *Brunner* and *Gaposchkin* (based similarly on international standards) were, *faute de mieux*, also adopted without changing, because their small number is not suited to a discussion of possible systematic differences.

Further, the „1922 correction” [10] was applied to the results of *Fischer*.

*Fresa*’s observations had a different effective wave length; to them an empirical correction of  $+0.6$  was applied, derived by the aid of the known change of colour-index [11] during the deep minimum.

Then I tried to determine a „groundlevel” of brightness, fixed by the general trend of light variation.

This „ground level” or „zero level” of light variation was then a symmetrical interpolating curve\*\*, the elevation of which at the end of the interval considered is very strictly determined by numerous observations made in the adjacent period of fast perfectly linear increase of brightness (between 15<sup>th</sup> May and 5<sup>th</sup> June). Near the minimum this construction seems to be in some extent arbitrary, but, practically, a small vertical shift of the „ground level” do not alter the remarkably distribution of the magnitude differences we are just going to discuss.

\* I received *Gaposchkin*’s paper just after the end of the colloquium and therefore his data were incorporated only afterwards into figures and text.

\*\* S. Figure 2.

Table 2.

## Photographic observations of the deep minimum 1935

No	Date of obs. J. D. 2427000+	Observer	Observed magnitude	Reduced magnitude	Deflection from "zero-level"	Phase
1	920,56	Lavdovsky	13,58	13,58	—0,05	0,087
2	921,562	Fresa	13,0	13,6	+0,08	,262
3	921,80	Gaposchkin	14,22	14,22	—0,49	,49(1)
4	923,550	Fresa	13,6	14,2	—0,33	,529
5	924,504	Lavdovsky	14,09	14,09	—0,17	,456
6	924,69	Gaposchkin	14,22	14,22	—0,29	,41(6)
7	925,388	Fischer	13,55	13,80	+0,13	,021
8	925,401	Fischer	13,76	14,01	—0,07	,088
9	925,466	Lavdovsky	13,88	13,88	+0,05	,424
10	925,501	Fresa	13,7	14,3	—0,37	,605
11	925,516	Lavdovsky	13,79	13,79	+0,14	,682
12	925,546	Brunner	13,8	13,8	+0,13	,837
13	926,408	Fischer	14,06	14,31	—0,39	,289
14	926,500	Brunner	14,0	14,0	—0,09	,764
15	927,372	Fischer	13,65	13,90	—0,04	,268
16	927,431	Schneller	13,88	13,88	—0,02	,572
17	927,70	Gaposchkin	14,13	14,13	—0,29	,96(2)
18	928,519	Schneller	13,72	13,72	+0,04	,191
19	929,484	Schneller	13,53	13,53	+0,11	,175
20	903,509	Fresa	12,9	13,5	—0,01	,469
21	931,504	Lavdovsky	13,36	13,36	—0,05	,068

The next step was namely the fixing of the differences in brightness from the „zero level” (Column 6 in Table 2).

These resulting magnitude differences I reduced by the aid of the usual  $P^{-1}(t-t_0)$  phase formula, using as initial epoch quite arbitrarily J. D. 2427923,254 corresponding to the computed phase = 0,5. (Column 7, Table 2.) The period was taken  $P = 0,193627^d$ , i. e. Walker's first, only approximate value. The time interval considered is not longer than 11 days, therefore even an error in the 4<sup>th</sup> decimal of the period is not at all of influence.

The resulting „light curve” is shown in Fig. 3. It is unmistakable that these observations show a clear tendency toward being „depressed” in a rather narrow interval about phase = 0,5 suggesting perhaps an eclipse of the proper duration and of a reduced amplitude. (This is to be expected because of the higher luminosity of the system.) In fact, all but two or three observations are in rough agreement with a light curve of a hypothetical eclipsing system. Let me notice, that quite apart from errors of photographic photometry, longexposure plates are especially unfavourable in detecting a possibly light variation of no more than 1 hour duration. Supposed now that this — very doubtful — minimum is real, we can, of course, determine its date. Taking JD 2427923,448 as the time of this minimum, we get the following residuals : 1. with Rosino's period [12]  $O - C = +0,04$  (that is 20 per cent of the period); 2. with Walker's improved period  $O - C = +0,01$ , a remarkably small value. But it is necessary to underline that these residuals cannot be regarded as any convincing evidence at all. It is, in the contrary, easily possible, that this seemingly very good agreement is merely fortuitious, for a change of

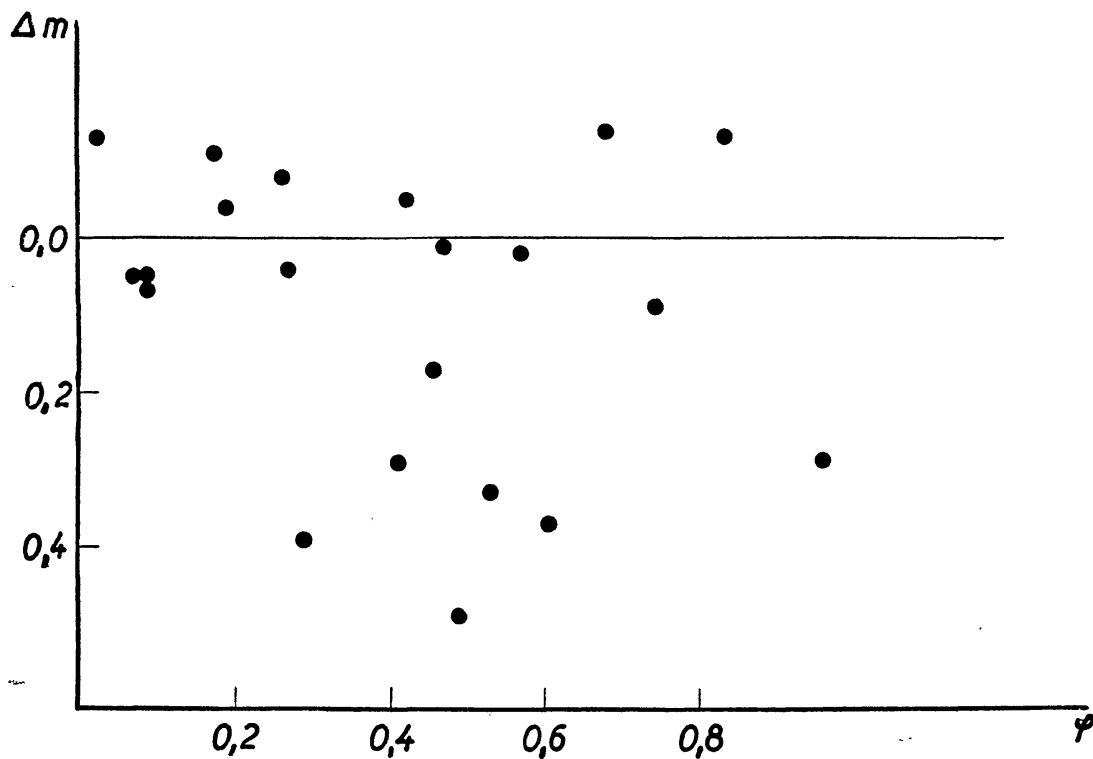


Fig. 3.

one unit in the 6<sup>th</sup> decimal of  $P$ , will shift — after 20 years — the time of minimum by about  $0^d 0.4$  i. e. 20 per cent of the period!\*

Adopting, however, this hypothetical eclipse as real, we obtain for the „improved” period the alternative values  $P = 0^d 1936251$  or  $P = 0^d 1936198$ , the number of epochs being  $n = 36314$  or  $n = 36315$ , respectively.

\*

This discussion can perhaps underline the importance of the problem of a possible pre-outburst duplicity of Nova Herculis. In this respect the patrol plates taken at the Harvard Observatory and at the Sternwarte Sonneberg are extremely interesting and it is highly desirable to rediscuss this valuable material.

#### Literature

- [1] M. F. Walker PASP 66, 230, 1954 and Ap. J. 123, 68, 1956.
- [2] B. V. Kukarkin IAU Draft report, Dublin meeting.
- [3] W. Grotrian Zs. f. Ap. 13, 215, 1937.
- [4] H. Schneller A. N. 256 108, 1935.
- [5] V. Lavdovsky A. N. 256 251, 1935.
- [6] H. Fischer A. N. 256, 106, 1935.
- [7] A. Fresa A. N. 255, 430 and 256, 68, 1935.
- [8] W. Brunner jr. A. N. 258, 129, 1936.
- [9] S. Gaposchkin A. J. 61, 36, 1956.
- [10] H. Shapley and M. Walker, Harv. Bull. 781, 1922.
- [11] C. Payne-Gaposchkin—F. L. Whipple Harv. Circ. 433, 1939.
- [12] L. Rosino Asiago Contrib. No. 63, 1955.

\* At this point I am very indebted to Prof. L. Rosino and Prof. A. van Hoof for their valuable criticism.



# AUFBAU UND EVOLUTION DER UNTERRIESEN

von A. G. MASSEVITCH, Moskau

Eine sehr interessante Sterngruppe bilden die Unterriesen, die sich auf dem Russel-Diagramm zwischen der Hauptreihe und dem Riesenast befinden, in einem ziemlich engen Spektralintervall von F bis K.

Eine beträchtliche Zahl der Unterriesen findet man in engen Doppelsternsystemen, es gibt aber auch viele Einzelsterne, die Unterriesenzüge aufweisen und schließlich kommen sie auch in einigen visuellen Doppelsternsystemen vor, wie zum Beispiel in  $\zeta$  Her.

Für die Unterriesen gibt es keine empirische Masse-Leuchtkraft oder Masse-Radiusbeziehung wie für die Sterne der Hauptreihe. In unserer gemeinsam mit *P. P. Parenago* in 1950 ausgeführten Arbeit, die den empirischen  $L - R - \mathfrak{M}$  Beziehungen für verschiedene Sterngruppen gewidmet war [1], untersuchten wir 26 Unterriesen, für welche die Massenwerte bekannt sind (25 Komponenten in engen Doppelsternen und  $\zeta$  Her). Wir konnten keine eindeutige Beziehung zwischen  $L - \mathfrak{M}$  und  $R - \mathfrak{M}$  feststellen und fanden nur *eine* Beziehung zwischen allen drei Parametern

$$L = 0,45 \mathfrak{M}^{0.33} R^{2.06} \quad (1)$$

Das Fehlen der zweidimensionalen Beziehungen zwischen Masse-Leuchtkraft und Masse-Radius bedeutet, daß im  $L - R - \mathfrak{M}$ -Raum die Unterriesen auf einer Oberfläche liegen, die durch Beziehung (1) charakterisiert ist und nicht eine Linie bilden, wie zum Beispiel die Hauptreihensterne. Die Beziehung (1) kann einfach erhalten werden durch Eliminierung eines Gliedes  $\lambda$  aus zwei folgenden Gleichungen

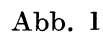
$$\begin{aligned} L &= f_1(\mathfrak{M}, \lambda) \\ R &= f_2(\mathfrak{M}, \lambda), \end{aligned} \quad (2)$$

wo  $\lambda$  ein Parameter ist, der zugleich mit der Masse ( $\mathfrak{M}$ ), den Aufbau der betreffenden Sterne bestimmt. Eine bestimmte physikalische Deutung von  $\lambda$  konnten wir in der oben zitierten Arbeit nicht geben.

*O. Struve* und *N. Gould* [2] haben in 1954 ein räumliches Diagramm  $L - R - \mathfrak{M}$  gebaut und gezeigt, daß die Lage der Unterriesen mit bekannten Massenwerten ziemlich gut durch die Oberfläche (1) beschrieben werden kann. Um dieselbe Zeit kam *O. Struve* [3] zum Schluß, daß für Unterriesen in engen Doppelsternsystemen die Rolle des Parameters  $\lambda$  das Massenverhältnis der beiden Komponenten

$$\alpha = \frac{\mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_2}$$





nenten des Doppelsternes. Gleichzeitig würde es bedeuten, daß Unterriesen-Komponenten in engen Doppelsternsystemen und einzelne Unterriesen von verschiedener Natur sind. Dieser letzte Schluß scheint nicht sehr offensichtlich zu sein, denn wenn wir in das Russel-Diagramm alle Unterriesen mit guten Parallaxen einzeichnen (Abb. 1), so scheidet sich die Lage der einzelnen

Unterriesen wie auch deren Kinematik von denen in engen Doppelsternen nicht im mindesten aus. Im Gegenteil, sie vermischen sich ziemlich gleichmäßig im Diagramm.

In der letzten Zeit erweckt die Unterriesengruppe ein lebhaftes Interesse. Mit Hilfe der Sternentwicklungstheorie von Martin *Schwarzschild* [4] kommen viele Autoren zum Schluß, daß die Unterriesen alte Hauptreihensterne sind die schon einen langen Entwicklungsweg hinter sich haben und in deren Zentralteilen der Wasserstoff schon fast vollständig »ausgebrannt« ist. Die Schwarzschild'sche Theorie wird auch ausgenutzt um die Masse der Unterriesen theoretisch zu bestimmen.

So finden zum Beispiel *Eggen* [5], *Reddish* [6] und *Sandage* [7], daß die Massen der einzelnen Unterriesen ungefähr gleich sind und etwa 1,2 Sonnenmassen ausmachen, in jedem Falle im Intervalle  $1,5 \odot - 1 \odot$  liegen.

Wirklich, alle einzelnen Unterriesen fallen auf dem Diagramme ( $\lg T_{eff}$ ,  $M_{bol}$ ), in welchem die Evolutionslinien für konstante Massenwerte nach Schwarzschild eingetragen sind, genau zwischen die Kurven  $\mathfrak{M} = 1,5 \odot$  und  $\mathfrak{M} = 1 \odot$  (Abb. 2). Um die Wahrscheinlichkeit dieser Annahme zu prüfen, können wir für einen Stern mit bekannter Masse, z. B.  $\zeta$  Her A, mit Hilfe dieses Diagrammes seine Evolution zurück bis zur Hauptreihe verfolgen und dann seine Masse aus der Masse-Leuchtkraftbeziehung der Hauptreihensterne bestimmen. Die Resultate einer solchen Rechnung findet man in Tabelle 1

Tabelle 1

$N$	<i>Stern</i>	$M_v$	$Sp$	$(M_v)_s$	$(Sp)_s$	$\mathfrak{M}_{theor}$
1	$\zeta$ Her A .....	3,0	G0	4,2	F9	1,12 $\odot$
2	$\tau$ Boo .....	3,24	F6	4,4	F7	1,09 $\odot$
3	HD 77258 .....	2,4	F8	4,2	F6	1,12 $\odot$

Die theoretisch bestimmte Masse für  $\zeta$  Her A stimmt sehr gut mit dem wirklichen Wert 1,1  $\odot$  überein [8]. Für zwei andere Unterriesen zeigt die Tabelle Werte, die auch gut mit Abbildung 2 übereinstimmen.

Wie *Oke* und *Greenstein* [9] und auch *Sandage* [10] unlängst gezeigt haben, kann diese Hypothese auch durch die Betrachtung der Rotationsgeschwindigkeit der Unterriesen unterstützt werden.

Es scheint also, daß wir gute Gründe haben, die Unterriesen wirklich als alte Hauptreihensterne zu betrachten, Sterne, die einen langen Entwicklungsweg hinter sich haben und die im Laufe der Zeit ihre äußeren Parameter geändert haben infolge der Entstehung einer Inhomogenität der chemischen Zusammensetzung. Nach der Schwarzschild'schen Theorie müssen dann die Unterriesen etwa  $5 \cdot 10^9$  Jahre alt sein.

Diese Hypothese stößt aber auch auf einige ernste Schwierigkeiten. Wenn wir in dasselbe Diagramm wie Abb. 2 ( $\lg T_{eff}$ ,  $M_{bol}$ ) auch die Unterriesen eintragen, die als Komponenten in engen Doppelsternsystemen eintreten, so fallen die letzten auch ganz genau zwischen die Evolutionskurven für  $\mathfrak{M} = 1,5 \odot$  und  $1 \odot$  (Abb. 3). Für diese Unterriesen kennen wir die Massenwerte. Die 25 Unterriesen, die in unserer Arbeit [1] untersucht wurden, haben Massen von  $3 \odot$  bis zu  $0,3 \odot$ . Außerdem hat *Parenago* in 1951 [11] die Massen

für noch 37 Unterriesen (Komponenten in Doppelsternsystemen nur mit einem Spektrum) bestimmt. Auch hier liegen die Massenwerte in denselben Grenzen.

Wenn wir für einige dieser Unterriesen die gleiche Prüfungsrechnung, wie für  $\zeta$  Her A ausführen, so erhalten wir folgende Resultate.

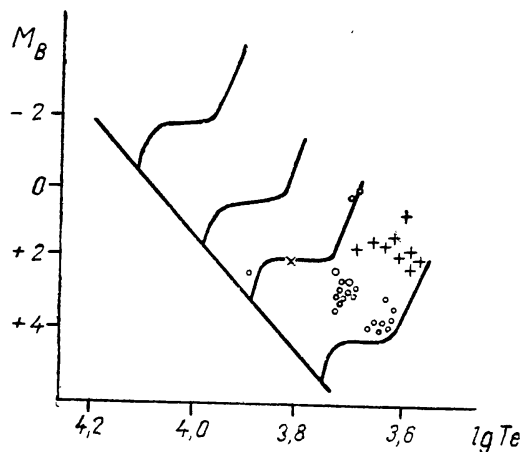


Abb. 2

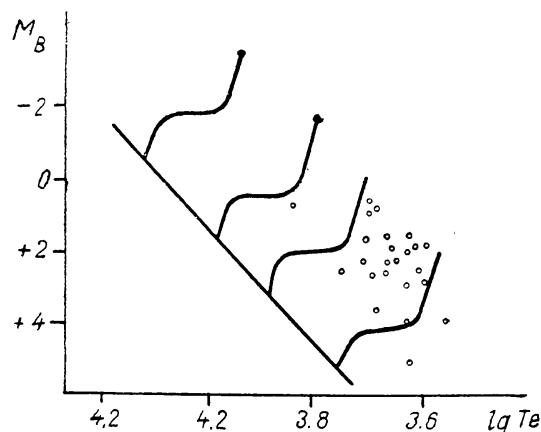


Abb. 3

Tabelle 2

$N$	<i>Stern</i>	$M_v$	$Sp$	$(M_v)_0$	$(Sp)_0$	$\mathfrak{M}_{\text{theor}}$	$\mathfrak{M}_{\text{ex}}$
1	TX UMa B .....	+0,7	F2	2,7	A8	1,74 $\odot$	1,00 $\odot$
2	WW Dra A .....	+2,8	G2	4,8	G1	1,02 $\odot$	3,99 $\odot$
3	WW Dra B .....	+2,4	K0	6,7	K0	0,76 $\odot$	2,40 $\odot$

Der Unterschied zwischen  $\mathfrak{M}_{\text{theor}}$  und  $\mathfrak{M}_{\text{ex}}$  ist so groß, daß er keinesfalls durch die Unexaktheit der  $\mathfrak{M}_{\text{ex}}$  erklärt werden kann. Es scheint, daß für diesen Fall der oben betrachtete Entwicklungsweg nicht paßt.

Man könnte natürlich, mit O. Struve, annehmen, daß wir es hier mit zwei ursprünglich verschiedenen Gruppen von Unterriesen zu tun haben: Einzelsterne und Komponenten in Doppelsternsystemen. Wie aber schon oben betont wurde, spricht Abbildung 1, auch die Kinematik der Unterriesen, gegen eine solche Annahme. Außerdem muß man hinzufügen, daß der Hauptstern in einem engen Doppelsystem gewöhnlich ein normaler Hauptreihenstern ist, der sich von den anderen Hauptreihensternen nicht unterscheidet. Nun aber sind schon 4 Systeme bekannt, in welchen beide Komponenten Unterriesen mit ungefähr gleicher Masse sind. Es folgt daraus, daß auch unter den Unterriesen, die in Doppelsternsysteme eintreten, sich Sterne befinden, für die wir gar keine Gründe haben besondere Bedingungen bei ihrer Entstehung anzunehmen (Da  $\alpha = \mathfrak{M}_1/\mathfrak{M}_2 \approx 1$ , also ganz normal ist).

Wir kommen hiermit zu dem Schluß, daß die Annahme von einer Teilung der Unterriesen in zwei verschiedene Gruppen je nachdem ob sie in engen Doppelsternsystemen auftreten oder nicht, ziemlich unwahrscheinlich ist.

Zweitens, widerspricht die Annahme von einem großen Alter der Unterriesen ( $\sim 5 \cdot 10^9$  Jahre) dem Umstand, daß eine ziemlich große Anzahl

von Unterriesen sich in dem Orionnebel befindet. Abbildung 4 zeigt das Russeldiagramm für die Sterne des Orionnebels nach *Parenago* [12]. Wir finden hier nur den oberen Teil der Hauptreihe und die Unterriesengruppe. Alle diese Sterne, die mit dem Nebel eng verbunden sind, sind nach allen Anzeigen jung. Es scheint unmöglich, für die Unterriesen des Orionnebels ein Alter von  $5 \cdot 10^9$  Jahren anzunehmen.

Unterriesen befinden sich auch in einigen offenen Sternhaufen, die auch jünger als  $5 \cdot 10^9$  Jahre sind. Wir kommen zu dem Schluß, daß wenigstens einige von den Unterriesen, die als Einzelsterne auftreten, verhältnismäßig ganz jung sein müssen, was auch mit der obenerwähnten Hypothese nicht übereinstimmt.

Unserer Meinung nach bilden die Unterriesen eine besondere Sterngruppe. Sie haben einen Aufbau analog dem inneren Aufbau der Hauptreihensterne, unterscheiden sich aber von den Letzteren durch einen weit größeren Inhalt der schweren Elemente,  $Z$ , (Gemisch der Elemente, deren Atomgewicht größer als das des Heliums ist), etwa 4—5 mal größer als  $Z$  für die Hauptreihensterne.

Auf Abbildung 1 sind Kurven  $Z = \text{Const}$  eingetragen für Sterne, die nach einem Modell mit konvektivem Kern aufgebaut sind und für die die empirische Masse-Leuchtkraftbeziehung der Hauptreihensterne standhält. Alle Werte sind für ein Modell mit  $\kappa = \kappa_0 e^{0.875 T^{-3.5}}$  als Opazitätsgesetz und mit dem Kohlenstoffzyklus als Energiequelle, gegeben. Für die Protonreaktion sind die Intervalle zwischen verschiedenen  $Z$ -Werten noch größer. Für andere annehmbare Opazitätsgesetze ändert sich der Verlauf der  $Z = \text{Const}$ -Kurven fast gar nicht. Die entsprechenden Werte von  $Z$  werden sich natürlich ändern, deshalb geben wir in Abb. 1 Werte von  $Z/Z_\odot$  wo  $Z_\odot$  der  $Z$ -Gehalt ist, den das entsprechende Modell für die Sonne gibt.

Aus Abb.1 sieht man, daß wir es mit einer Streuung von  $Z$  in der Unterriesengruppe zu tun haben, einer Streuung die von der Masse der betreffenden Sterne nicht abhängt. Dies könnte als eine Erklärung dienen warum es keine  $L - M$  und  $R - M$  Beziehungen für Unterriesen gibt.

Wie die Untersuchung des Sternmodells mit konvektivem Kern gezeigt hat [13], gibt es einen bestimmten Grenzwert für die Masse bei einem gegebenen  $Z$ -Wert. Wenn die Unterriesen gleich den Hauptreihensternen aufgebaut sind, so ergeben sich folgende Grenzwerte für die Massen dieser Sterne:

$$\text{für } Z/Z_\odot = 4 \quad \sim 6_\odot$$

$$\text{für } Z/Z_\odot = 5 \quad \sim 3_\odot$$

$$\text{für } Z/Z_\odot = 6 \quad \sim 2_{\odot}$$

was den bekannten Massen der Unterriesen nicht widerspricht.

Je größer der  $Z$ -Wert, desto später ist der Spektraltyp, der dieser Grenzmasse entspricht und desto enger ist der Spektraltypenintervall der betreffenden Sterngruppe.

Aus Abb.1 sieht man, daß die Unterriesen, wenn ihr  $Z/Z_\odot > 4$  sein sollte, sich nur als Sterne von Spektraltypen  $F - K$  finden lassen würden. Das stimmt mit dem wirklichen Spektraltypenintervall der Unterriesen überein.

Im Rahmen dieser Hypothese können die Unterriesen ganz verschiedenes Alter haben. Es können auch ganz junge Unterriesen vorkommen, wie z. B.

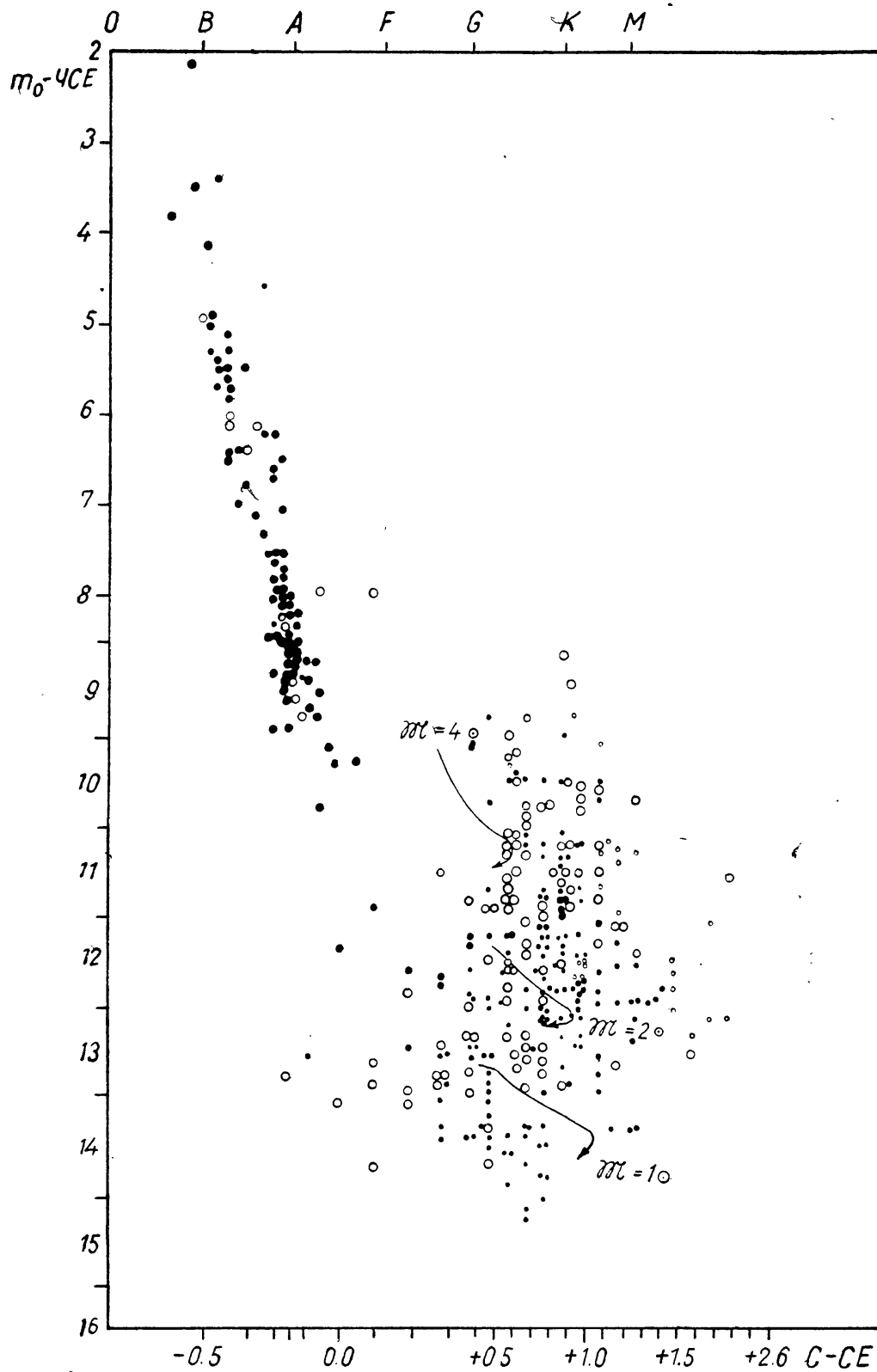


Abb. 4

in dem Orionnebel. Sie entstehen ja schon als besondere Sterne mit großem Z-Gehalt und brauchen nicht noch einen speziellen Entwicklungsprozeß um in das Unterriesenstadium übergeführt zu werden wie es die erste Hypothese annimmt.

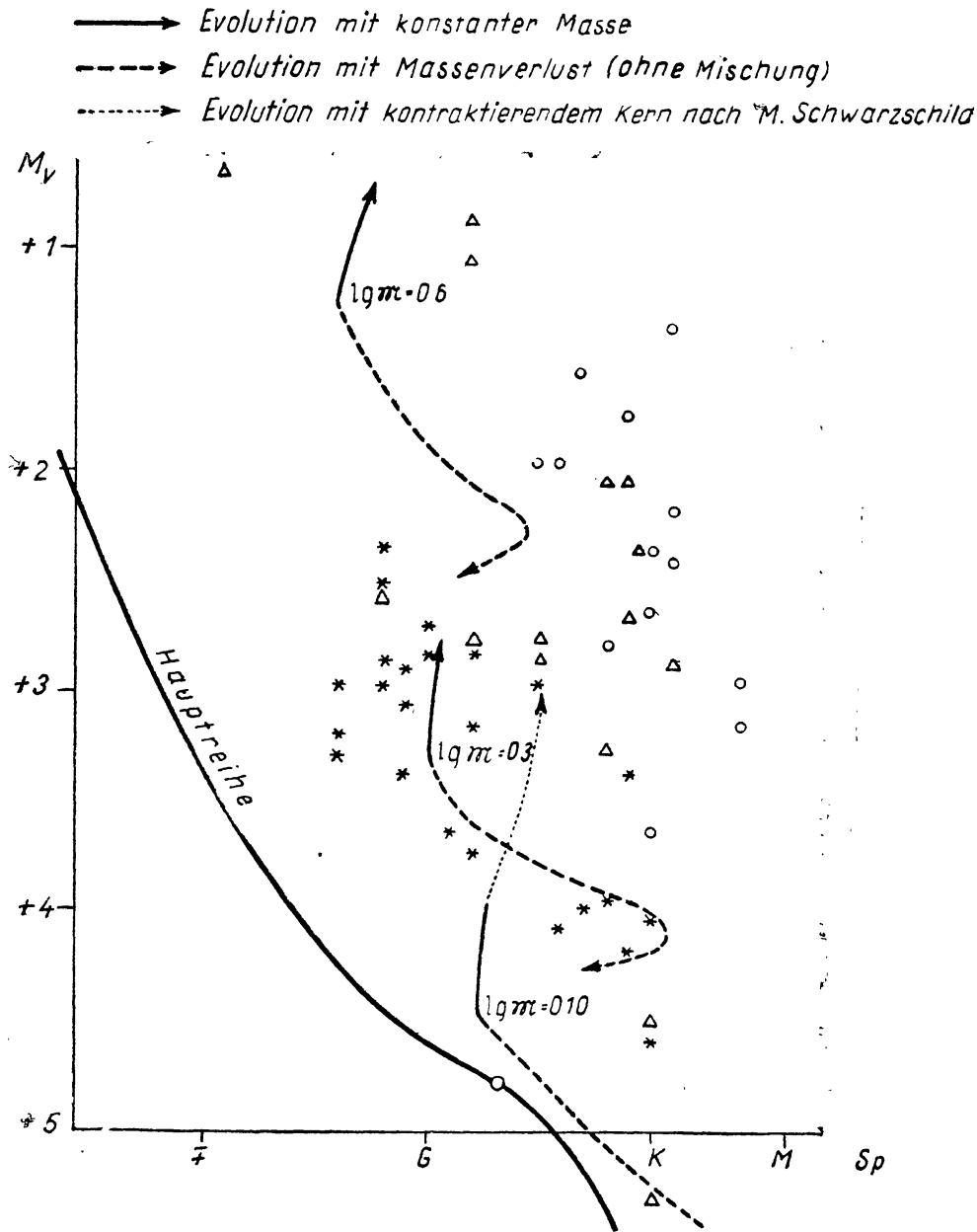


Abb. 5. Evolution der Unterriesen

Die Evolution der Unterriesen verläuft, unserer Meinung nach, in der Unterriesenregion des Russeldiagramms. Durch die Evolution wird die Streuung von Z und die Abweichung vom Masse-Leuchtkraftgesetz nur verstärkt. Abb. 5 zeigt verschiedene Evolutionskurven für Unterriesen mit folgenden

Massenwerten:  $\mathfrak{M} = 4 \odot, 2 \odot, 1,3 \odot$ . Eine Evolution mit konstanter Masse und mit einer Massenabnahme wurde untersucht. In beiden Fällen findet keine Mischung zwischen dem Kern und der Hülle statt.

Wenn die Evolution mit einer Massenabnahme verläuft, so nähert sich der Unterriese im Laufe der Zeit der Hauptreihe. Wenn die Masse konstant bleibt, so entfernt er sich. Die Evolutionskurven wurden berechnet fast bis zum vollen Wasserstoffverlust im Kern. Diese Evolution dauert einige Milliarde Jahre. Weiter kann die Evolution, wie in der Schwarzschild'schen Theorie hinauf zum Riesenast verlaufen. In beiden Fällen verbringt der Unterriese seine Lebenszeit fast ausschließlich in der Unterriesenregion des Russel-diagramms. Es muß erwähnt werden, daß unsere Hypothese der Möglichkeit für Hauptreihensterne, in die Unterriesenregion (nach Schwarzschild) überzugehen, nicht widerspricht. Es scheint nur, daß im Verlauf der Lebenszeit unserer Galaktik die Anzahl solcher Sterne nicht groß sein konnte.

1. П. П. Паренaго и А. Г. Масевич. Труды ГАИШ 20, 81, 1951.
2. O. Struve a N. Gould. PASP 66 N. 388, 28, 1954.
3. O. Struve. Mem. Soc. Roy. Sc. Liège XIV, 236, 1954.
4. M. Schwarzschild a. A. Sandage. ApJ 116, 463, 1952.
5. O. Eggen. PASP 67, N 398, 315, 1955.
6. V. G. Reddish. MN 115, N 1, 32, 1955.
7. A. Sandage. Mem. Soc. Roy. Sc. Liège XIV, 254, 1954.
8. A. A. Wyller. ApJ 60, 39, 1955.
9. J. B. Oke a. J. Greenstein. ApJ 120, 384, 1954.
10. A. R. Sandage. ApJ 122, 263, 1955.
11. П. П. Паренaго. Астр. ж. 28, № 2, 1951.
12. П. П. Паренaго. Труды ГАИШ 25, 1954.
13. А. Г. Масевич. Астр. ж. 28, № 5, 1951.



# ON THE CHANGES OF PERIODS OF LONG PERIOD CEPHEIDS

by P. P. PARENAGO, Moscow

The changes of periods of 43 long period cepheids were studied. Period variations were found for 35 stars, 25 of them belonging to the flat component of the Galaxy and 10 to the spherical one. The periods do not change continuously, but always abruptly: the period  $P$  which existed during a certain interval of time  $\Delta E$  changes to another period  $P + \Delta P$ . The number  $n$  of different periods covered by observations varies for different stars between 2 to 12. For  $n = 2$  there is a predominance of positive values of  $\Delta P$  (for 13 of 18), but for  $n > 2$  this predominance vanishes (32 of 63). That means that both signs have the same probability. For  $n > 2$  there is more often a successive change of positive and negative values of  $\Delta P$ . The value  $|\overline{\Delta P}/P|$  increases to two orders and  $\Delta E$  decreases on two orders for periods ranging from 4 to 45 days. Therefore the quantity

$$\left| \overline{\Delta E} \cdot \frac{\overline{\Delta P}}{P} \right| \quad \text{or} \quad \overline{\Delta(O-C)}^*$$

has about the same value for all the Cepheids. This value is about 0,1 for Cepheids of the flat component and 0,6 for Cepheids of the spherical component of the Galaxy. That is, the latter stars change their periods more often and stronger than the first ones. The undimensional quantity given above is something like a new characteristic of Cepheids. Some short periodical Cepheids follow probably the same rule.

The cause of the period changes of Cepheids may be very small variations of their physical characteristics (from  $0^{\text{m}}000004$  to  $0^{\text{m}}004$  in absolute magnitude and from  $0^{\circ}005$  to  $5^{\circ}$  in the surface temperature), which presently could not be detected by direct measurements.

---

\* Expressed in the units of the period.

# PROBLEMS OF VARIABLE STARS IN GLOBULAR CLUSTERS

by L. ROSINO, Asiago

Variable stars in globular clusters represent a class of objects which are very important from many points of view. They are indicators of type, because the presence of even one single variable in a cluster is sufficient condition to conclude that the cluster, independently of its appearance, belongs to the globular type. They give a good indication of the distance of the system to which they belong. Moreover, the study of the color of the variable stars in a cluster brings the possibility, if there is any interstellar absorption, of deriving the color excess of the system; while the abundance of *RR Lyrae-type* variables, which are concentrated in the horizontal branch of the H—R diagram, offers an idea of the aspect of such a diagram without the necessity of measuring the colors of individual stars. This is not all. Evidently the frequency of variables is an isolated system and the distribution of types and periods, must be dependent in some way from the initial constitution of the cluster and from the actual degree of evolution. Hence, by collecting data on the variables of globular clusters, we may find finally some signs of the evolutionary path of such systems. Particularly sensitive to small changes of physical conditions, due to evolution, are probably the RR Lyrae variables, the periods of which can be derived with the greatest precision. Secular variations of these periods should therefore be determined with the highest accuracy.

Finally, the variable stars of the globular clusters can give an indication of the extension of the clusters or of the degree of dissociation. Sometimes variable stars are found rather far from the centre of the cluster suggesting that either the limits of these systems are greater than commonly accepted, or some stars are actually escaping from the cluster itself.

With the preceding points in mind, we may look now to the work that has been done on the variables of globular clusters and to the future workers. In my opinion a plan for the complete survey of the variable stars on the globular clusters of our Galaxy should attain the following objectives, in order of increasing difficulties: 1. Search of variable stars in unexamined clusters. 2. Determination of mean magnitudes and types. 3. Accurate study of the periods. 4. Determination of light-curves in two colors and position of the variables of each cluster on the H—R diagram. I would like to illustrate now this plan of work, with particular consideration for the researches that we are doing at Asiago with the 120 cm telescope.

## 1. *Search of variable stars*

The Second Catalogue of variable stars in globular clusters of *Helen Sawyer* (1955) gives an extensive data on the variable stars of 72 clusters for which there is a record of search. Although nearly fifteen of these clusters

seem not to have been accurately searched, further work will not probably bring to substantial differences. In the same Catalogue we find that 34 globular clusters have never been observed for variables. 25 of these are south of declination  $-25^\circ$  and therefore very difficult to observe with large instruments at our latitudes. Nine are north of  $-25^\circ$  and will be gradually included in the program of Asiago. I would like to add that recently I have been in South Africa, at the Radcliffe Observatory of Pretoria, with the specific purpose of observing, with the 74-inch telescope, some of the southern globular clusters. The following objects were included in my program: NGC 5824, 6304, 6569 and 6637, never searched before for variables; NGC 5986, 6558, 6715 (M 54) and 6864 (M 75), in which some variables were already known. The research has been fruitfull. By a first blinking of 150 plates obtained in June and July at Pretoria, eighteen new variable stars have been found in NGC 5824 and 42 in NGC 6715; from 1 to 5 variables have been identified in each of the other clusters. This is sufficient to demonstrate that there is still much to do in the globular clusters of the southern hemisphere. It would be highly desirable that the researches on globular clusters south of  $-25^\circ$  would be soon completed.

In addition to the clusters of our Galaxy recognized as globular, there are clusters of uncertain type which may be galactic (population I) as well as globular (population II). The presence of variables in these clusters is sufficient to decide that they are globular independently from their appearance.

Variable stars have never been found, in fact, in galactic clusters of population I. I would like to present here the case of two clusters of this kind which I have recently studied: the anonymous cluster N 5 of the list of *Abell* (PASP 67, 259, 1955) and NGC 6558. The first, although very open and loose, was suspected by *Baade*, since 1950, to be a cluster of faint stars of population II, because of its high galactic latitude ( $+44^\circ$ ); the discovery of eight RR Lyrae variable stars on Loiano plates was decisive and removed any residual doubt on the true nature of the system. The second, namely NGC 6558, is a poor object with moderate concentration in an exceedingly rich field of the Milky Way. It was classified by Shapley and Collinder as galactic. In 1950, by blinking some plates taken with the 82-inch reflector of the McDonald Observatory, I found, near the centre of the cluster, two variables, probably RR Lyrae. However, the question of the classification of the cluster was still doubtful, because the variables could belong to the rich galactic field. But on the plates which I took at the Radcliffe Observatory, four more variables were found. The cluster is therefore of the globular type.

It is possible that many other clusters, now considered as galactic (population I) are really globular (population II). For instance, in the Collinder Catalogue of Galactic Clusters there are at least ten objects which look suspect. Also the 13 new globular clusters found by *Abell* during the Palomar Survey and listed in the Publications of the Pacific (op. cit.) should be accurately studied. They are extremely faint objects which look rather peculiar. Two of them (No. 4 and No. 13) are now under observation at Asiago, and appear to be at the limit of the possibilities of the telescope of 120 cm. In each of them variable stars have been discovered on our plates. (2 variables with period of nearly 100 days in the Abell cluster No. 4; and 4 RR Lyrae variables in the Abell cluster No. 13)

## 2. Determination of mean magnitudes and types

The next step, after the search of variable stars in globular clusters, is the determination of mean magnitudes and types. RR Lyrae variables are easily identified by the rapidity of the light-variation. Cepheids with periods of 1 to 3 days, W Virginis variables with periods of 15—18 days, RV Tauri, semiregulars of 100 days, long period variables and bright irregulars are also easily found, when they are present, provided the observer has sufficient material. All these variables are representative of population II. Novae are not frequent; in fact only two cases have been recorded: in M 80 and in NGC 6553, but the last is doubtful; on the other hand a control is extremely difficult and a sudden apparition of a nova in a cluster can easily escape the discovery. Two U Geminorum stars have been found in globular clusters: one by Oosterhoff in M5 and one by the writer in M30. Both are rather distant from the centre and may eventually be field stars. It would be interesting to control for the presence of faint stars of the U Gem-type some of the nearest globular clusters using the largest instruments.

The determination of median magnitudes for the RR Lyrae and Cepheids in globular clusters is always an important point. By the photoelectric work of the Mount Wilson and Palomar observers we dispose now of good photographic and photovisual sequences down to the faintest stars, in SA and in globular clusters. However, the problem of the transfer of comparison sequences to faint and condensed clusters and the determination of median magnitudes for variables is not simple, from the observational point of view. Of the 72 clusters of the Sawyer's Second Catalogue only 52 contain data on the median magnitudes of the variable stars. Some of these data should be revised. So, there is still much work to do for a good photometric calibration of individual globular clusters. When the median magnitude of the variables is known we may try to derive (in absence of local absorption) the distance of the cluster. However, the recent works of *Arp*, *Baum* and *Sandage* rise some doubts on the existence of an unique period-luminosity relation in different systems. The situation from this point of view is not so optimistic as it was some years ago.

## 3. Periods

I intend to speak here in particular of the RR Lyrae variables. The derivation of the periods of these stars should be done with the following two problems in mind:

- a) Frequency distribution of periods
- b) Secular variation of periods

Problem a), in principle, is not a difficult problem. Fifty or sixty plates, well distributed over an interval of two-three months should be sufficient to give periods approximate to the minute. However, what is really important is to evitate spurious periods. And this can be obtained only if the observer disposes of long night-runs of observations. When this is not possible, because of the season or the position of the cluster, a careful discussion of the observations should be made. There are several methods for finding out spurious



periods; nevertheless when observations have been done exclusively near the meridian the possibility of errors is always to keep present. I would like to emphasize to this regard the utility of international collaboration. Two or three observers, working together at different geographic longitudes, may be able to decide rapidly all the dubious cases.

The problem *b*), secular variation of the period, implies the determinations of periods at least to the sixth decimal of day. This is only possible when the observer has a series of many plates distributed on several years. Many of the already known periods need badly a revision; moreover, there are more than five hundred RR Lyrae variables, the periods of which have never been determined.

In conclusion, there is very much to do on the periods of variable stars in globular clusters. What is important, for future work, is to give not simply periods, but good periods, with the greatest possible precision. Collaboration in this field would be highly desirable.

#### 4. *Two colors light-curves of variable stars in globular clusters*

The next step, in the study of variable stars in globular clusters, is the derivation of good light-curves in one or two colors. The study of the light-curves is important from two points of view: *a*) To verify whether the light-curves are correlated with other physical characters and what characters. *b*) To derive the position of the variable stars in the H—R diagram and to find the “region of instability” of the RR Lyrae variables in the horizontal branch.

About point *a*) it is well known that such correlation exists, for instance, between the light-curve and the periods. Variable stars of different periods have different light curves. However, the careful analysis of the light-curve has been made only for some of the richest clusters (M 5,  $\omega$  Centauri, M 4). It should be extended to the other clusters and a comparison between them should be made. Light-curves sometimes change from cycle to cycle, particularly when the star is an RR Lyrae-c. Although it is obviously rather difficult to observe photoelectrically the variable stars of globular cluster, it would be very interesting to follow these changes by photoelectric means to see whether they are periodical or not.

Light-curves of variable stars with period greater than one day have been recently studied by *Arp*, with conclusion of great importance. A sudden flare was found, for instance, in the light curve of the variable No. 2 of M 13 (which has the unusual period of five days). Some of the sixteen-days Cepheids were found to exhibit alternative periods. A correlation between the form of the light-curves and the period-luminosity relation was also suspected. This field is very promising for future researches.

The position of the variable stars of a certain cluster on the H—R diagram can be obtained by means of two colors light-curves. Observations of this kind are rather difficult, because of the field errors and also because it is necessary to obtain, in the determination of photographic and photo-visual magnitudes, a high degree of precision. Very important results have been reached recently by Roberts and Sandage on the RR Lyrae variables of M 3. The region of instability in the horizontal branch is that of the stars which have a color-index lying between  $-0,005$  and  $+0,235$  and an apparent

visual magnitude lying between 15,54 and 15,70. Amplitude and periods were found to be dependent from the colors. These researches should be now extended to other globular clusters. At Asiago we have started a program of blue and yellow observations of the variables of the globular cluster M 15. I hope to give the first conclusion in the next winter. The experience in M 15 will show whether to extend the researches with the same instruments to M 5, or not.

\*

---

## ÜBER DIE ÄNDERUNGEN DER PERIODEN DER KURZPERIODISCHEN CEPHEIDEN

von B. V. KUKARKIN, Moskau

Es wurde schon oft versucht, die sekundären Änderungen der Perioden der Cepheiden zu bestimmen.

Die Diagramme der Abweichungen der Einzelepochen (die sogenannten O—C Diagramme) wurden gewöhnlich durch Elemente mit einem quadratischen Glied dargestellt. Der Wert dieses Gliedes diente als Charakteristik für die progressive Änderung der Periode. Aber in den meisten Fällen widersprachen die Elemente mit dem quadratischen Glied im Laufe der Zeit den neuesten Beobachtungen. Deshalb wurde schon mehrmals versucht, die Diagramme O—C durch einige Geraden zu approximieren, was auch gewöhnlich ein besseres Resultat ergab. Die Periode der Cepheiden ändert sich natürlich nicht augenblicklich. Es scheint aber, daß das Zeitintervall, welches für eine kleine Änderung der Periode genügt, klein ist im Vergleich zu der Zeit, während deren diese Periode relativ stabil bleibt.

Was die kurzperiodischen Cepheiden im galaktischen Feld betrifft, so haben wir hier mit einem ziemlich großen Beobachtungsmaterial zu tun. Die Elemente mit dem quadratischen Glied konnten als Regel nicht bestätigt werden, wenn das Beobachtungsintervall genügend groß war.

Dessen ungeachtet versucht man es immer noch die Diagramme O—C für Kugelhaufen-Veränderliche durch Parabeln darzustellen und daraus gewisse Schlüsse zu ziehen. Zum Beispiel wurde die Größe des Koeffizienten  $\beta$  durch *Martin*, *Belserene* und andere untersucht.

Um die Gesetzmäßigkeiten in der Änderung der Perioden der Kugelsternveränderlichen zu untersuchen, wählten wir den viel beobachteten Kugelhaufen M3. Für diesen Kugelhaufen gibt es 14 Beobachtungsreihen im Laufe der letzten 60 Jahre. Im Frühling dieses Jahres haben wir auf der Bjurakan Sternwarte etwa 70 Platten von diesem Sternhaufen aufgenommen. Dieses Material kann im Laufe von zwei Jahren bearbeitet werden. Aber schon heute können wir einige vorläufige Schlüsse über etwa zwei Dutzend Veränderliche ziehen.

Nur für einzelne Sterne kann das O—C Diagramm formal durch Parabeln dargestellt werden. Für die anderen Fälle sind Geraden viel vorteilhafter und für 5 Sterne reichen bestimmt nur mehrere Geraden aus.

Über die statistischen Data der Änderungen der Perioden für Kugelhaufenveränderliche kann man folgendes sagen.

Aus 39 Fällen vergrößert sich die Periode für 20 und verkleinert für 19 Fälle. Es gibt also *keine bestimmte Tendenz* in der Änderung der Perioden.

Wir untersuchten auch einige Fälle, wo die Periode der Sterne sich mehr als dreimal änderte. In vier Fällen folgte auf eine Vergrößerung der Periode eine andere Vergrößerung. In 7 Fällen folgte auf eine Vergrößerung eine Verkleinerung. In 6 Fällen folgte auf eine Verkleinerung eine Vergröße-



CoKon0042  
rung und, endlich, in 4 Fällen folgte auf eine Verkleinerung eine andere Verkleinerung der Periode. Auch diese Data sprechen für eine zufällige Verteilung der Änderungen.

Es scheint, daß es sich nicht lohnt, eine bestimmte Tendenz in Periodenänderungen zu suchen. Wahrscheinlich gibt es für einen bestimmten Sternaufbau auch eine bestimmte Periode, deren sehr kleine Fluktuationen von den sehr kleinen Änderungen des Aufbaues oder der Energiequellen abhängen.

Die Abhängigkeit zwischen der Periodenlänge und der Amplitude spricht dafür, daß für eine bestimmte Periode, die mit einem bestimmten Sternaufbau verbunden ist, nur eine bestimmte Amplitude sich entwickeln kann.

Ich habe hier erfahren, daß eine ähnliche Arbeit in Budapest von Herrn *Osváth* ausgeführt wird. Es wird sehr interessant sein, hier seinen Bericht zu hören.

---

# UNTERSUCHUNGEN ÜBER DIE PERIODENÄNDERUNGEN DER VERÄNDERLICHEN IM KUGELSTERNHAUFEN M 15

von I. IZSÁK, Budapest

Im Jahre 1937 wurde von Herrn Dr. *Detre* am Konkoly Observatorium ein Programm zur Untersuchung der Veränderlichen in mehreren Kugelsternhaufen begonnen. In dieses Programm wurden die Kugelsternhaufen M3, M5, M15, M56 und M92 aufgenommen, mit dem Ziele, zur Erforschung der Periodenänderungen der Veränderlichen ein möglichst umfassendes und kontinuierliches Beobachtungsmaterial zu gewinnen. Im Rahmen dieser Arbeit sollte der Charakter der Periodenänderungen in den einzelnen Kugelsternhaufen bestimmt, und untereinander, ferner mit den Resultaten bei den galaktischen RR Lyrae Sternen verglichen werden. Herr Dr. *Detre* hoffte, daß man nach einiger Zeit aus den Periodenänderungen wichtige Folgerungen über die Kosmogonie der Kugelsternhaufen ziehen könne. Bei dieser Gelegenheit möchte ich über die Untersuchung des Kugelsternhaufens M15 und die bisher erzielten Ergebnisse berichten.

Die erste und zugleich grundlegende Arbeit über die Veränderlichen des Kugelsternhaufens M15 wurde von *S. I. Bailey*<sup>1</sup> geleistet. Seinen Ergebnissen liegt folgendes Beobachtungsmaterial zugrunde.

4	Aufnahmen aus dem Jahre	1896,
5	„ „ „ „	1897,
2	„ „ „ „	1904,
1	„ „ „ „	1908,

erhalten mit dem 13" Boyden Teleskop in Arequipa (Peru); die Belichtungszeit betrug etwa 120 Minuten. Weiterhin.

35	Aufnahmen aus dem Jahre	1915,
14	„ „ „ „	1916,

erhalten von *H. Shapley* mit dem 60" Reflektor des Mount Wilson Observatoriums; die Belichtungszeit betrug 3 bis 25 Minuten, sowie

14	Aufnahmen aus dem Jahre	1916,
----	-------------------------	-------

erhalten mit dem 24" Harvard Reflektor in Cambridge; die Belichtungszeit betrug etwa 50 Minuten.

Dieses Beobachtungsmaterial, bestehend aus 75 Platten, ermöglichte die Entdeckung von 66 Veränderlichen und die Bestimmung der Perioden von 61 Veränderlichen. Die Veränderlichkeit zweier Objekte (Nr. 27 und 34) blieb zweifelhaft. Das merkwürdigste Ergebnis der Baileyschen Untersuchung

ist eine vollständige Trennung der Veränderlichen mit Perioden kleiner als  $0^d45$  (sogenannte *c*-Sterne) von denjenigen mit Perioden größer als  $0^d56$  (*a*-Sterne).

Zur Prüfung der Baileyschen Perioden der ersten 10 Veränderlichen bearbeitete Luisita *Wemple*<sup>2</sup>

	4 Aufnahmen aus dem Jahre	1916,
15	„ „ „ „	1917,
2	„ „ „ „	1918,
3	„ „ „ „	1919,

erhalten von H. Shapley mit dem 60" Reflektor des Mount Wilson Observatoriums und

8 Aufnahmen aus dem Jahre 1931,

erhalten von J. C. *Duncan* mit dem 100" Reflektor des Mount Wilson Observatoriums; die Belichtungszeit betrug etwa 3 Minuten. Sie fand, daß die Perioden der Veränderlichen Nr. 2, 5 und 10 wesentlich verbessert werden müssen. Für die Veränderlichen Nr. 2 und 10 gab sie neue Perioden an.

Zu einer weiteren Verbesserung der Perioden der ersten 15 Veränderlichen bearbeitete Marjorie J. *Levy*<sup>3</sup> außer den soeben erwähnten 32 Platten noch

44 Aufnahmen aus dem Jahre 1932,

erhalten von J. C. *Duncan* und W. *Baade* hauptsächlich mit dem 100" Reflektor des Mount Wilson Observatoriums; die Belichtungszeit betrug etwa 4 Minuten. Sie konnte für die Veränderlichen Nr. 5 und 7 neue Perioden ableiten und korrigierte mehrere der früher gewonnenen Perioden.

Damit ist die Aufzählung des beim Beginn der Budapester Beobachtungen zur Verfügung stehenden Materials abgeschlossen. Für die Veränderlichen Nr. 1 bis 15 waren also höchstens 151, für die Veränderlichen Nr. 16 bis 66 höchstens 75 Schätzungen publiziert. Aus einigen Angaben in der Literatur geht aber hervor, daß über M15 noch wertvolles Beobachtungsmaterial unveröffentlicht geblieben ist. Nach dem Jahresbericht 1925 der Sternwarte Berlin-Babelsberg<sup>4</sup> wurden dort in diesem Jahre mit dem 50" Zeiss Reflektor 63 Aufnahmen von P. *Guthnick* und R. *Prager* gewonnen. Sie fanden 8 neue Veränderliche,<sup>5</sup> deren Daten aber unzugänglich geblieben sind. Weiter gibt es nach Helen W. *Dodson*, Elizabeth R. *Cornwall* und S. L. *Thorndike*<sup>6</sup> am Mount Wilson Observatorium aus verschiedenen Jahren bis 1937 noch wenigstens 32 bearbeitete doch unveröffentlichte Aufnahmen. Hinsichtlich der äußerst geringen Zahl der früheren Beobachtungen wäre es sehr erwünscht, jedes vorhandene Beobachtungsmaterial über M15 zu veröffentlichen, und auch auf den noch nicht bearbeiteten Platten die Veränderlichen auszumessen.

In den Jahren 1937—41 und 1950—52 erhielten L. *Detre*, G. *Kulin* und M. *Lovas* ungefähr 400 Aufnahmen vom Kugelsternhaufen M15 im Newton Fokus des 24" Reflektors der Budapester Konkoly Sternwarte. Davon wurden hauptsächlich von Fräulein Valéria *Falvay* 279 Platten am Rosenberg-

sehen Mikrophotometer ausgemessen. Diese Aufnahmen verteilen sich auf die verschiedenen Jahre wie folgt :

42	Aufnahmen	aus	dem	Jahre	1937,
76	„	„	„	„	1938,
14	„	„	„	„	1939,
13	„	„	„	„	1940,
18	„	„	„	„	1941,
5	„	„	„	„	1950,
94	„	„	„	„	1951,
17	„	„	„	„	1952.

Die meisten Aufnahmen aus dem Jahre 1937 wurden auf Kodak Eastman 40, die übrigen fast ausschließlich auf Guilleminot Superfulgur Platten gemacht, die Belichtungszeit betrug im allgemeinen 15 Minuten. Dabei sind die Aufnahmen aus 1937 größtenteils zu schwach, diejenigen aus den Jahren 1938 bis 1941 zumeist so gut, wie möglich, die Aufnahmen aus den Jahren 1950 bis 1952 brauchbar. Die schwächeren Veränderlichen mit kleinen Amplituden in M15 liegen schon an der Grenze der Leistungsfähigkeit unseres 24" Reflektors, so daß von einer sehr exakten Photometrie nicht gesprochen werden kann. Es gibt Veränderliche, die im Minimum nur auf den besten Aufnahmen zu sehen sind. Eine längere Belichtungszeit würde die Lichtkurven der Veränderlichen schon verschmieren. Am schlimmsten aber ist, daß sich unser Südhimmel infolge der Neubauten in der Nähe unseres Geländes in den letzten Jahren dermaßen verschlechterte, daß heutzutage von M15 nur beim besten Luftzustand brauchbare Aufnahmen erhalten werden können. So ist die große Anzahl der nicht zur Bearbeitung gekommenen Platten verständlich.

Nachdem ich 1951 drei neue Veränderliche<sup>7</sup> in M15 gefunden hatte, übernahm ich am Ende des vorigen Jahres die Untersuchung der Periodenänderungen der Veränderlichen in diesem Kugelsternhaufen. Es zeigte sich bald, daß zunächst ziemlich viele Perioden neu bestimmt werden müssen, weil die Budapester Beobachtungen durch die früher veröffentlichten Perioden nicht darstellbar sind. Der Gang der Untersuchungen war im allgemeinen folgender: Zuerst wurden die Beobachtungen der einzelnen Jahren mit der früher angegebenen Periode zusammengezeichnet. War diese Periode mit einem groben Fehler behaftet, so zeigte sich das in einem mehr oder wenig gut ausgeprägten systematischen Gang der längsten Beobachtungsreihen, die sich auf 2—3 Monate ausdehnten. Dann mußte aus den einzelnen aufsteigenden Ästen der Lichtkurve eine Periode bestimmt werden, die schon die Beobachtungen für einige Jahre mit hinreichender Genauigkeit darstellte. Durch Verwendung weit auseinander liegender Beobachtungsreihen (z. B. 1915, 1932, 1938 und 1951) habe ich einen genaueren Wert der Periode ermittelt. Mit dieser Periode wurde das ganze vorhandene Beobachtungsmaterial jährlich zusammengezeichnet. Die Beobachtungen aus den Jahren 1896—1908, 1917—19, 1931—32, 1939—41 und 1950—52 erhielten eine gemeinsame Darstellung, und zeigten manchmal einen merkwürdigen Gang.

Nach einer solchen Prüfung der Perioden konnte die Frage ihrer Änderung untersucht werden. Dazu bestimmte ich mit Hilfe der zusammengezeichneten Beobachtungen aus jedem hierfür geeigneten Jahre eine Normalepoche und

betrachtete das O—C Diagramm des Veränderlichen. Es stellte sich heraus, daß es in M15 kaum konstante Perioden gibt, so daß die Perioden als Funktionen der Zeit aufzufassen sind. Über die Natur der Periodenänderungen machte ich keinerlei Annahmen. Mit Rücksicht auf die bekannten Ergebnisse bei den galaktischen RR Lyrae Sternen habe ich mich jedoch bemüht, die Periodenänderungen linear, periodisch, linear-periodisch oder periodisch-periodisch darzustellen. Wenn es sich um geringe lineare Periodenänderungen handelte, bereitete die Analyse des O—C Diagramms keine Schwierigkeiten. Bei großen oder komplizierten Periodenänderungen dagegen war die Feststellung eines sinngemäßen Gesetzes oft zeitraubend, und manchmal nicht eindeutig. Es muß allerdings betont werden, daß man einer starken oder komplizierten Periodenänderung nur bei den ersten 15 Veränderlichen mit Beobachtungen aus den Jahren 1917 bis 1932 einigermaßen sicher nachfolgen kann. Bei den übrigen Veränderlichen ist in solchen Fällen eine falsche Epochenrechnung noch immer zu befürchten. Auch der sichere Nachweis eventueller periodischer Schwankungen der Perioden ist zum mindesten an das Vorhandensein der soeben erwähnten Beobachtungen gebunden. Bevor ich auf die Besprechung der gewonnenen O—C Diagramme zu reden komme, muß ich über zwei neuere sehr wichtige Arbeiten über die Veränderlichen im Kugelsternhaufen M15 berichten.

Im Jahre 1950 entdeckte Herr Prof. *L. Rosino* 29 neue Veränderliche<sup>8</sup> im Zentralgebiet des Kugelsternhaufens auf Platten von *A. Brown* erhalten mit dem 82" Reflektor des McDonald Observatoriums. Während die Baileyschen Veränderlichen in Entfernungen von 10,3' bis 0,8' vom Zentrum liegen, konnte Herr Prof. Rosino das Auffinden der Veränderlichen bis in die Entfernung 0,3' ausdehnen. Von diesen Veränderlichen können nur zwei, nämlich diejenigen Nr. 67 und 74 auf den Budapester Aufnahmen bearbeitet werden, und zwar wurden sie gemeinsam mit einigen schwierigeren Baileyschen Objekten und den von mir entdeckten Veränderlichen geschätzt. Diese Schätzungen verdanke ich Herrn *M. Lovas*.

Vor etwa drei Wochen lief die bedeutende Arbeit<sup>9</sup> über M15 des Herrn Dr. *G. Mannino's* von der Sternwarte Asiago ein. Er beschäftigte sich in dieser Abhandlung mit der Neubestimmung der Perioden der Veränderlichen Nr. 2 bis 15, und untersuchte auch die säkulare Variation der Perioden. Das Beobachtungsmaterial besteht aus

166	Aufnahmen	aus dem Jahre	1954	und
34	„	„	„	1955,

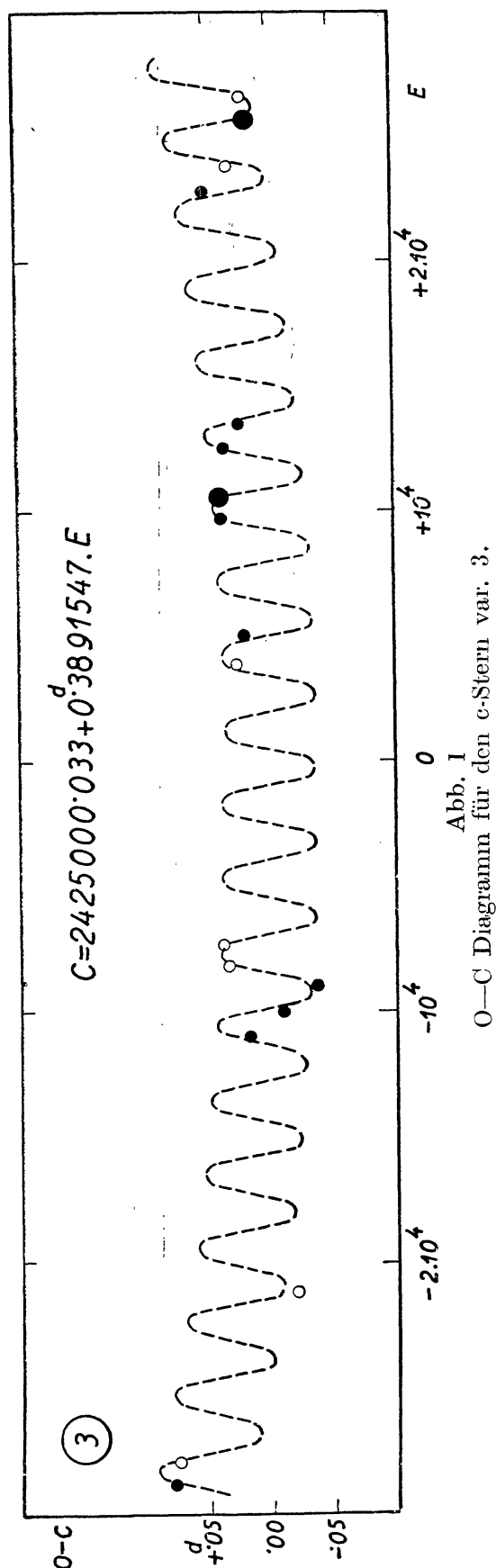
erhalten von *G. Mannino*, *L. Rosino* und *C. Grubissich* mit dem 48" Reflektor des astrophysikalischen Observatoriums in Asiago. Die Belichtungszeit betrug 5 bis 15 Minuten. Dieses wertvolle Material konnte noch in diesen Bericht eingearbeitet werden. Was die Abweichung der von *G. Mannino* und von mir bestimmten Perioden betrifft, so sind diese nur bei den Veränderlichen Nr. 3, 11 und 12 wesentlich. Im Falle der Veränderlichen Nr. 11 und 12 scheinen meine Resultate die richtigen zu sein. 6 Punkte der zusammengezeichneten Beobachtungen des Veränderlichen Nr. 11 (J. D. 2 435 052,375 bis, 421) fallen bei Mannino ebenso wie bei mir heraus. Im übrigen dürfte meine Darstellung besser sein. Bei dem Veränderlichen Nr. 12 werden z. B. die Beobachtungen aus dem Jahre 1916 durch seine Formel unbefriedigend dargestellt. Die Periode



des Veränderlichen Nr. 3 bedarf noch einer näheren Untersuchung. Bei der Behandlung der Periodenänderungen beschränkte sich natürlich Herr Dr. Mannino auf die linearen Glieder. Seine Ergebnisse stimmen bei den Veränderlichen Nr. 2, 5, 8 und 13 mit den meinigen im wesentlichen überein. Die große Bedeutung der italienischen Beobachtungen zeigte sich für uns besonders dadurch, daß mit ihrer Hilfe die gewonnenen Darstellungen der komplizierteren Periodenänderungen geprüft werden konnten. In den meisten Fällen mußte ich die Darstellung nur wenig modifizieren, in drei Fällen aber, d. h. bei den Veränderlichen Nr. 11, 12 und 15 mußten die O—C Diagramme vollständig neu interpretiert werden. Dieser Umstand zeigt am klarsten, wie wichtig die Schaffung eines kontinuierlichen Beobachtungsmaterials über die Haufenveränderlichen ist, für welche im Verhältnis zu einigen freien RR Lyrae-Sternen selbst in den am meisten untersuchten Haufen nur ziemlich lückenhafte Beobachtungsreihen vorliegen. Dagegen liefern die Baileyschen Beobachtungen für einige Haufen wesentlich weiter zurückliegende Epochen, als für die meisten freien RR Lyrae-Sterne zur Verfügung stehen.

Wenden wir uns nun zu den in Budapest gewonnenen Resultaten über die O—C Diagramme der Veränderlichen. Die bis jetzt erhaltenen 22 O—C Diagramme projizieren wir nach dem Charakter der Periodenänderungen geordnet. Die Veränderlichen Nr. 6 und 25 haben konstante Perioden. An diesen Diagrammen können wir die Größe der vorhandenen Streuung beurteilen,

5\*



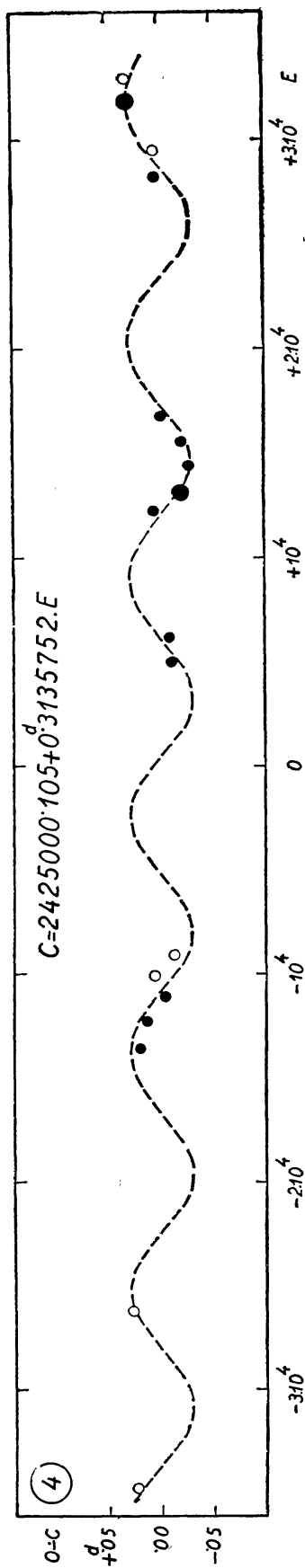


Abb. 2  
O—C Diagramm für den e-Stern var. 4.

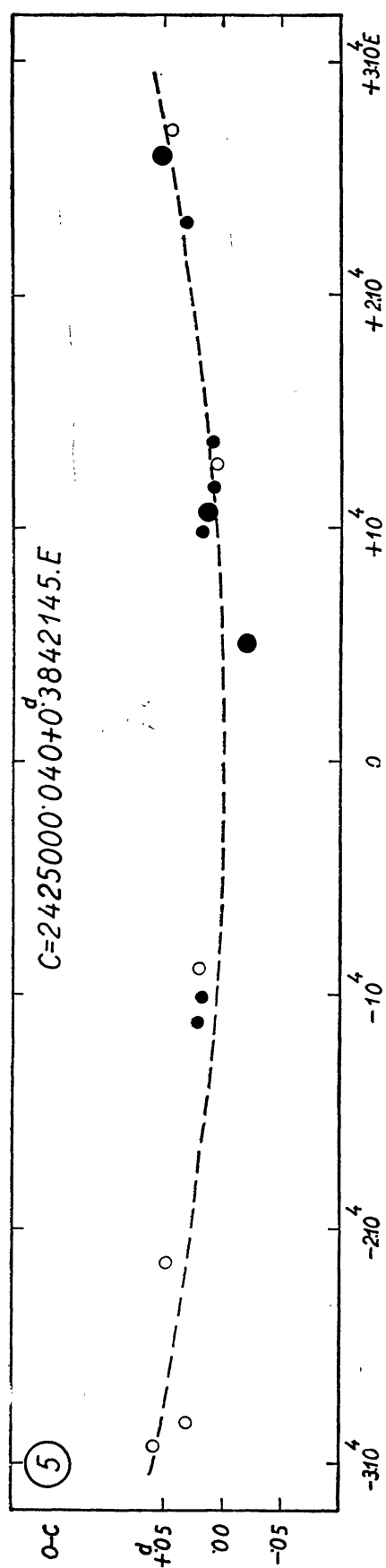
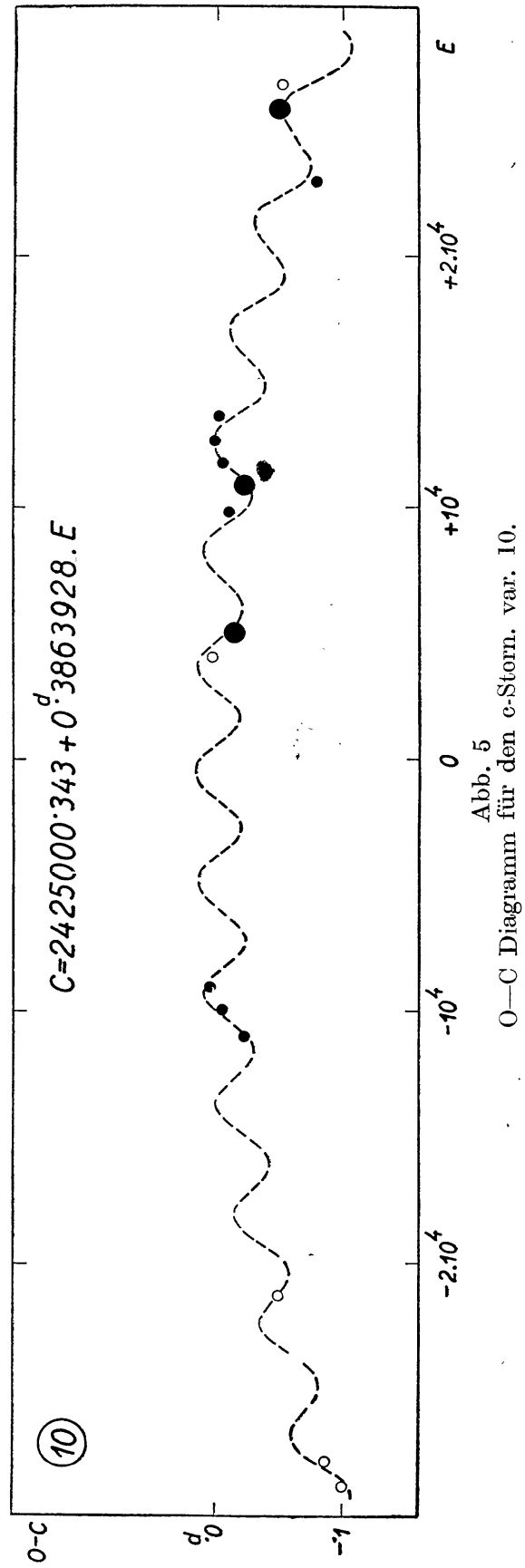
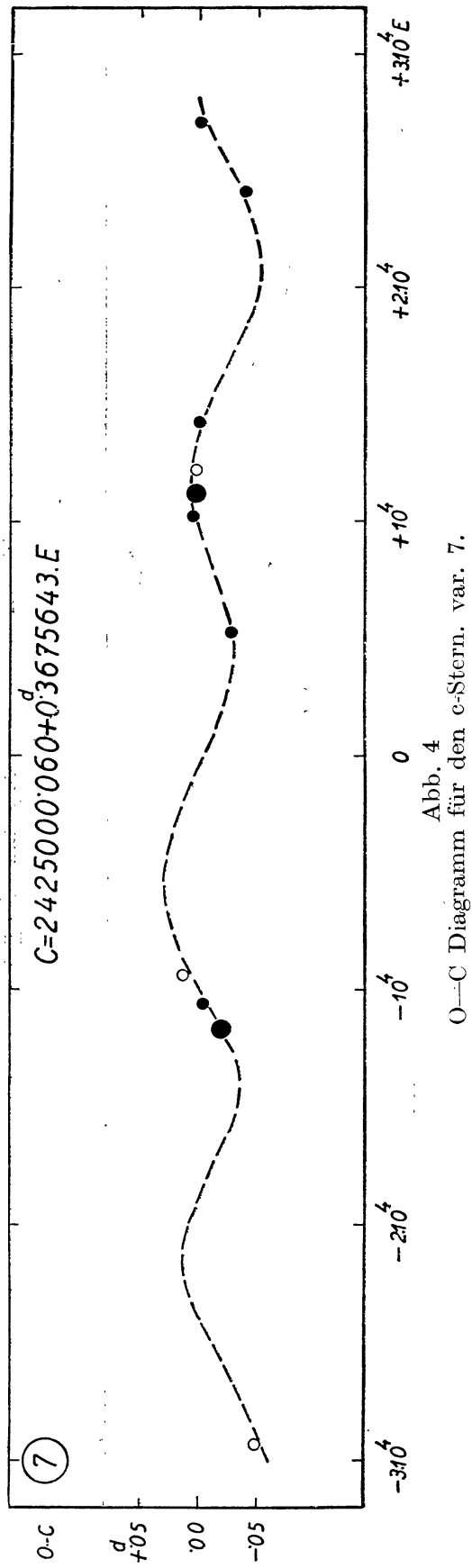


Abb. 3  
O—C Diagramm für den e-Stern var. 5.





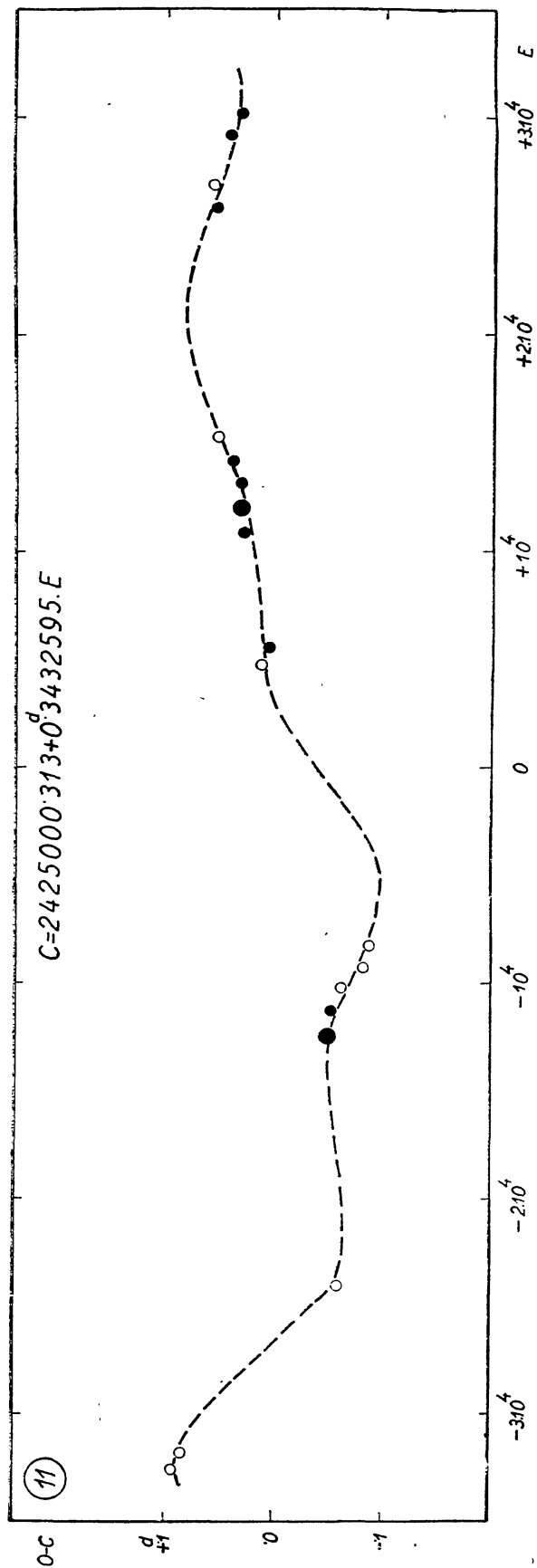


Abb. 6  
O—C Diagramm für den c-Stern var. 11.

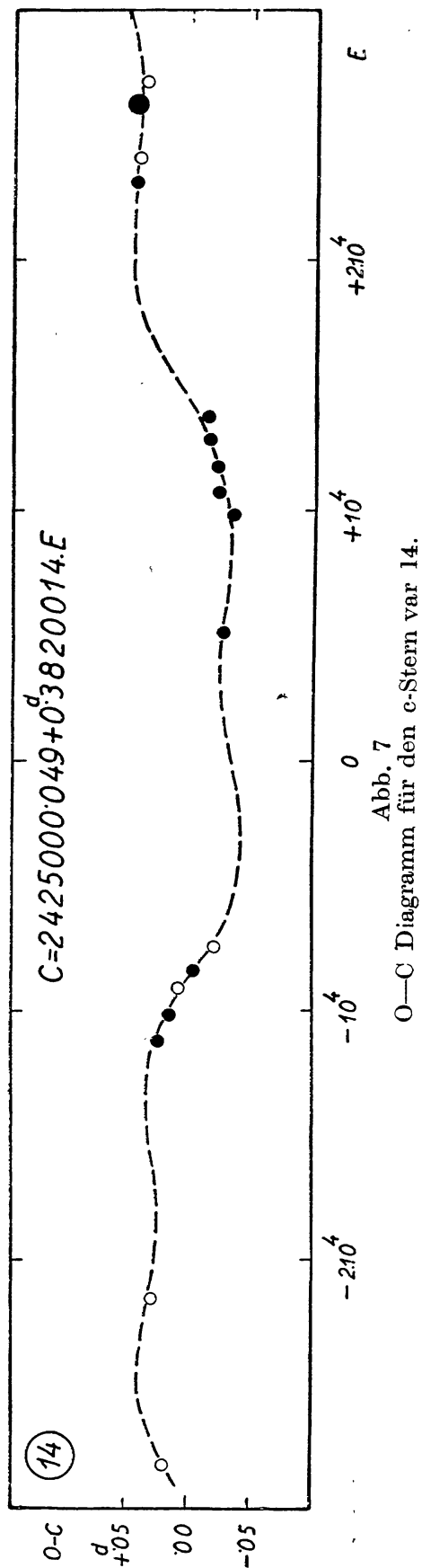


Abb. 7  
O—C Diagramm für den c-Stern var 14.

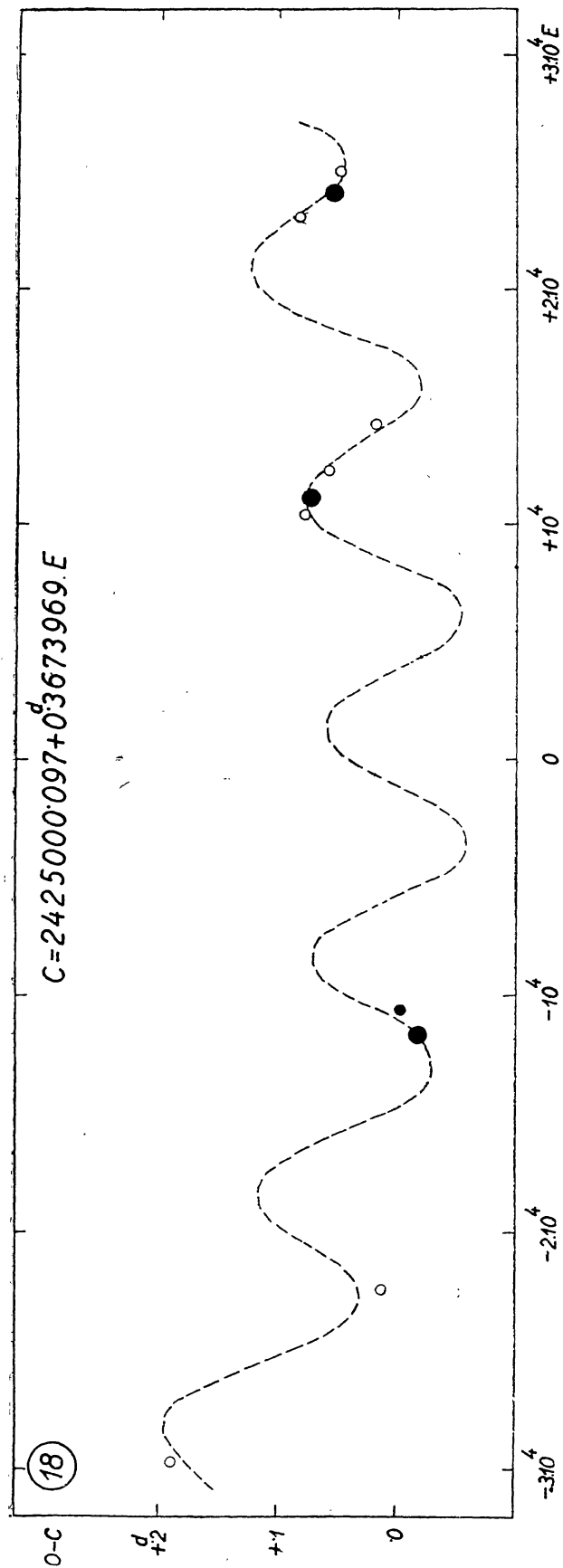


Abb. 8  
O—C Diagramm für den e-Stern var. 18.

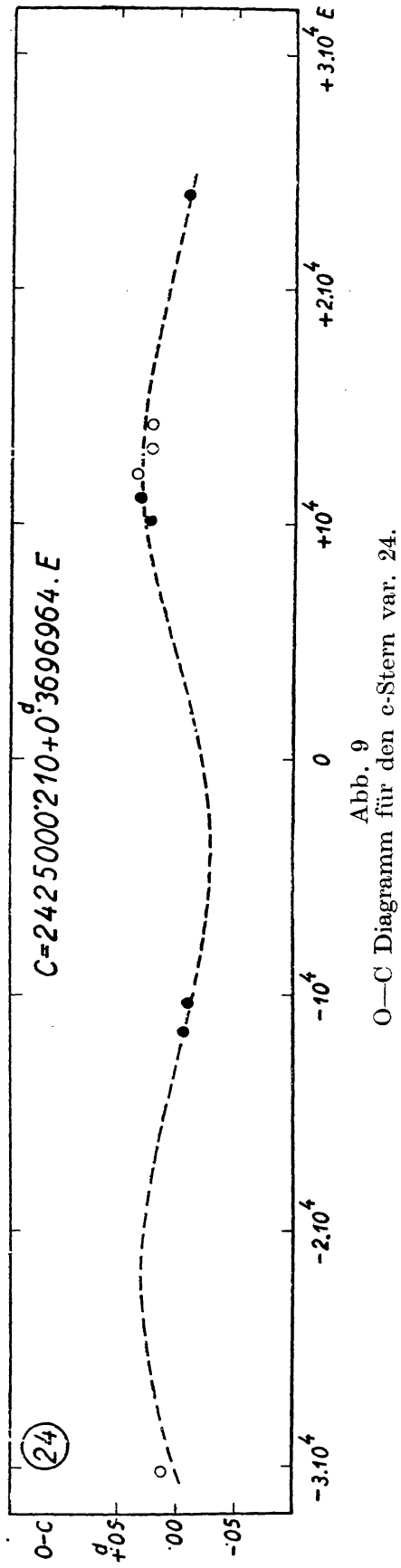


Abb. 9  
O—C Diagramm für den e-Stern var. 24.

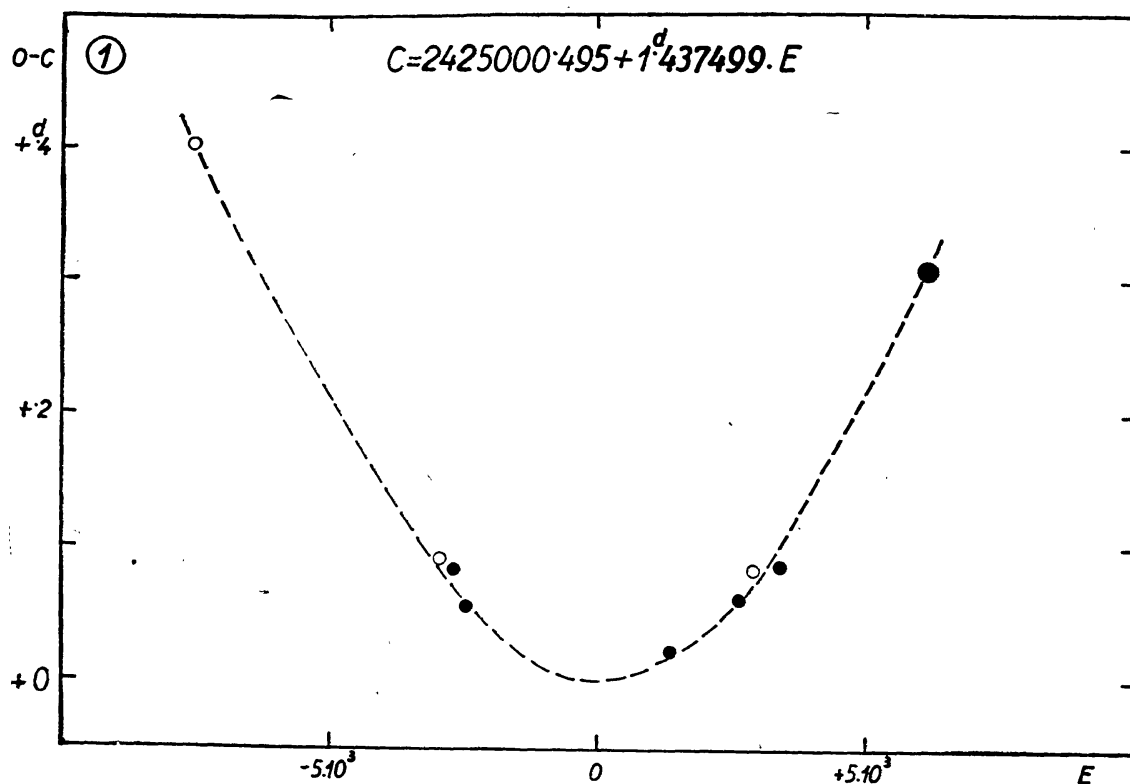


Abb. 10

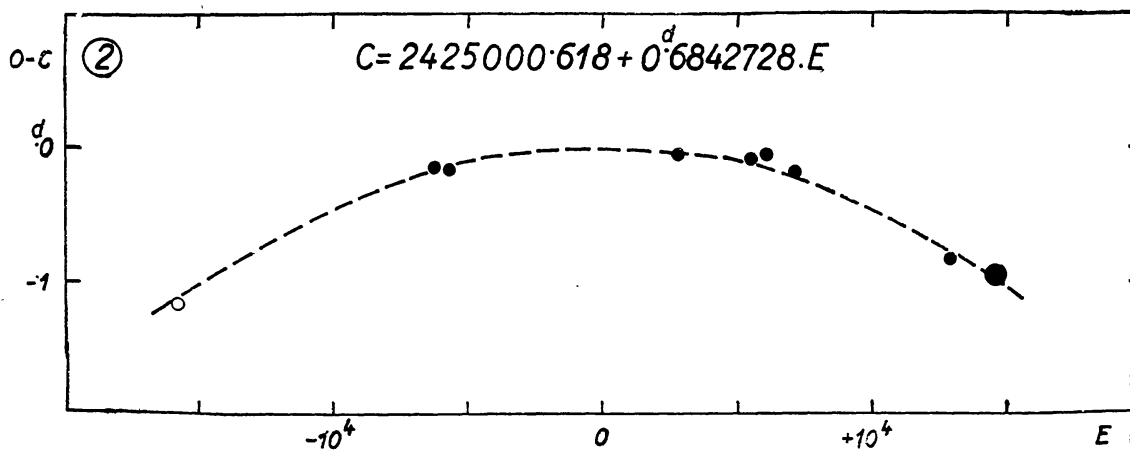
O—C Diagramm für den  $\alpha$ -Stern var. 1.

Abb. 11

O—C Diagramm für den  $\alpha$ -Stern var. 2.

was bei der Frage nach der Realität kleiner Periodenschwankungen von Bedeutung ist. Die Periode des Veränderlichen Nr. 8 scheint auch konstant zu sein, aber wie Sie das auch sehen können, deuten der erste Punkt und die beiden letzten Punkte auf eine geringfügige lineare oder zyklische Änderung der Periode. Bei den Veränderlichen Nr. 1, 2 und 13 findet eine lineare Zunahme bzw. Abnahme der Perioden statt. Es ist zu bemerken, daß das O—C Diagramm des letzteren eigentlich keine Parabel ist; dem-

zufolge ist die Periodenabnahme in dem betrachteten Zeitraume nicht ganz gleichmäßig. Die Veränderlichen Nr. 5, 9 und 19 zeigen auch eine lineare Periodenänderung, aber es scheint, als ob hier auch andere Effekte vorhanden wären, deren wahrer Charakter noch nicht festgestellt werden kann. Das O—C Diagramm der Veränderlichen Nr. 3, 10, 12 und 18 setzt sich aus einem parabolischen und einem periodischen Gliede zusammen. Vorzeichen und

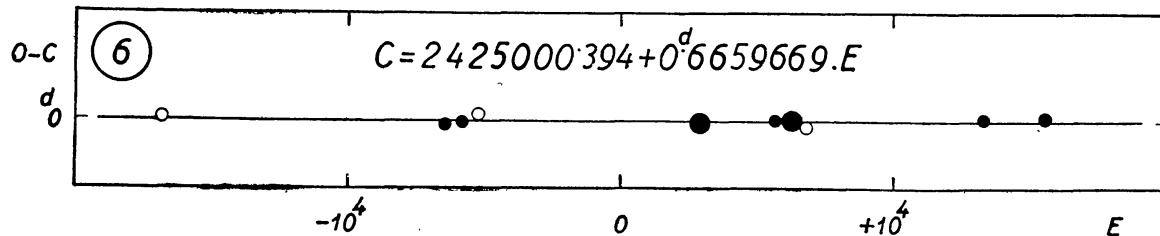


Abb. 12  
O—C Diagramm für den a-Stern var. 6.

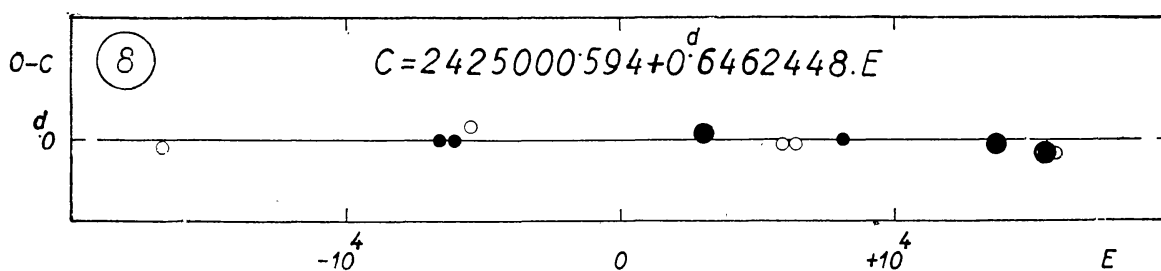


Abb. 13  
O—C Diagramm für den a-Stern var. 8.

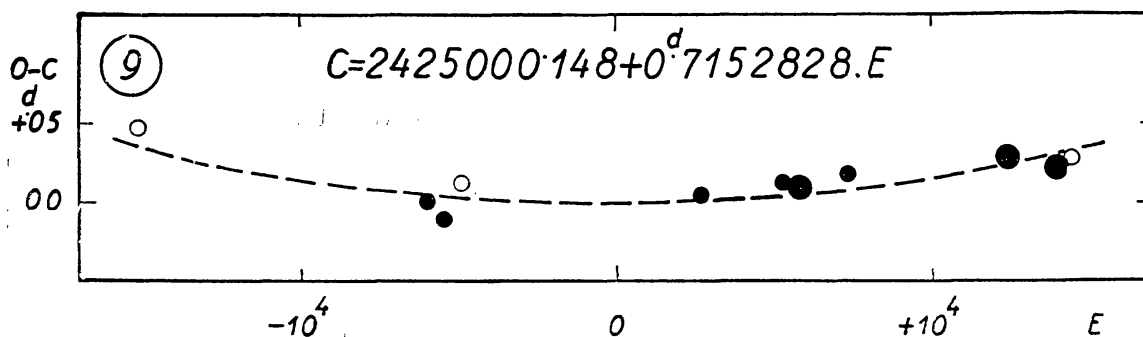


Abb. 14  
O—C Diagramm für den a-Stern var. 9.

Größe der linearen Änderungen, sowie Periode und Größe der periodischen Änderungen sind recht verschieden. Ich gestehe aber, daß das dargestellte O—C Diagramm des Veränderlichen Nr. 3 etwas zu kühn scheinen mag. Die O—C Diagramme der Veränderlichen Nr. 4, 20, 22, 23 und 24 stellen sinusähnliche Kurven dar, woraus man auf eine periodische Schwankung der Perioden schließen kann. Aber es sei wiederholt erwähnt, daß von dem Veränderlichen Nr. 15 an das bis jetzt publizierte Beobachtungsmaterial noch sehr spärlich ist. Interessanter sind die O—C Diagramme der Veränder-

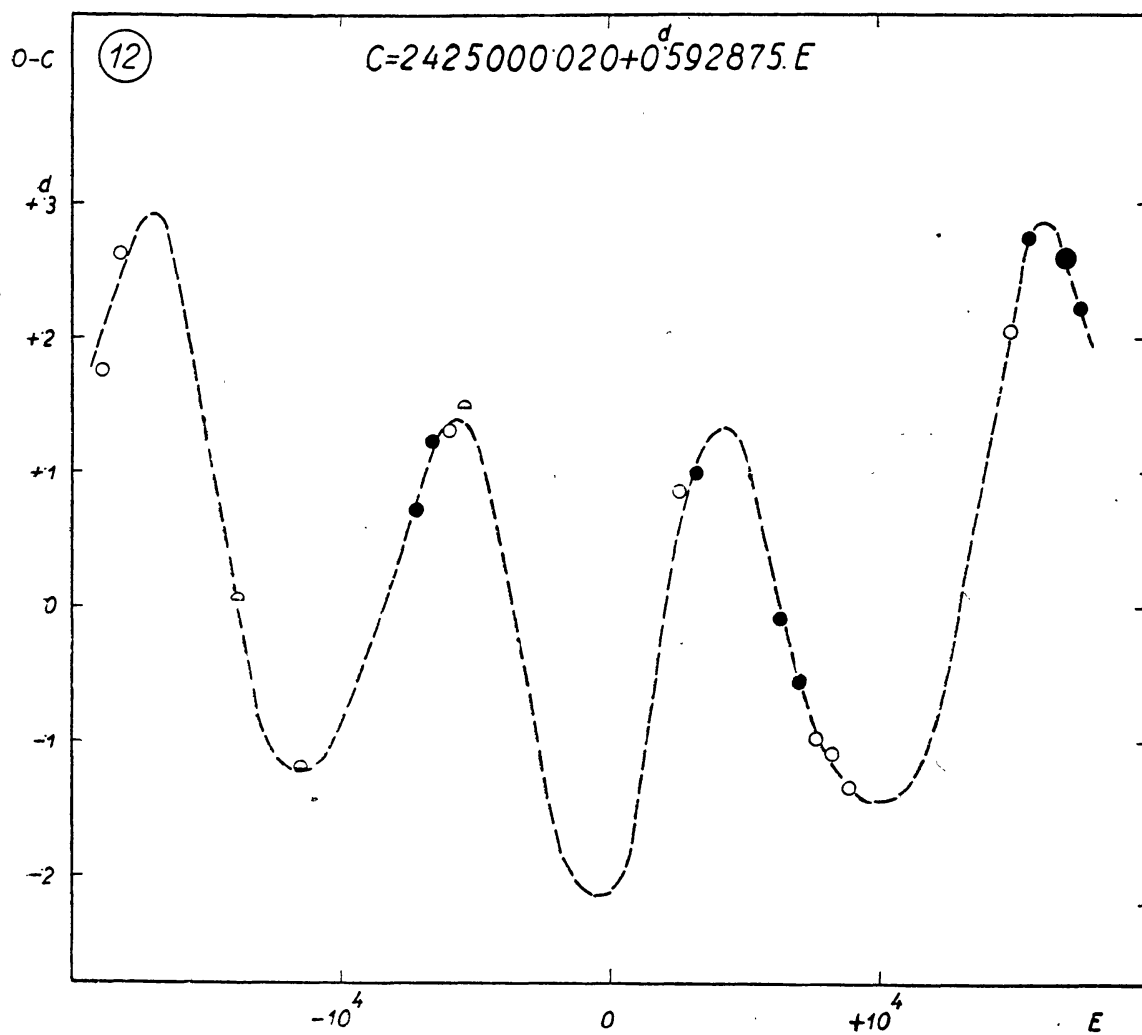


Abb. 15  
O—C Diagramm für den a-Stern var. 12.

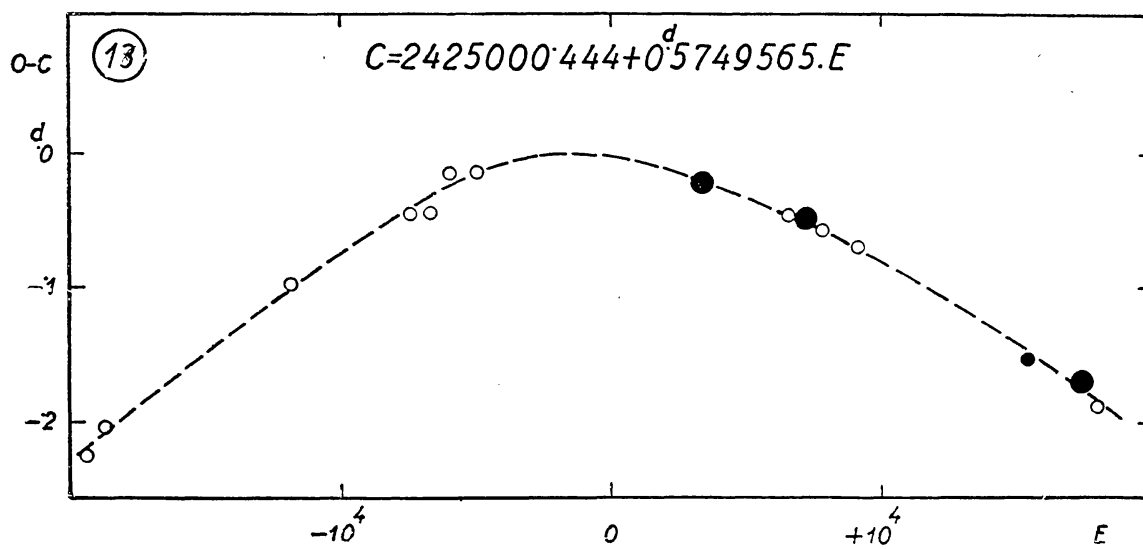


Abb. 16  
O—C Diagramm für den a-Stern var. 13.

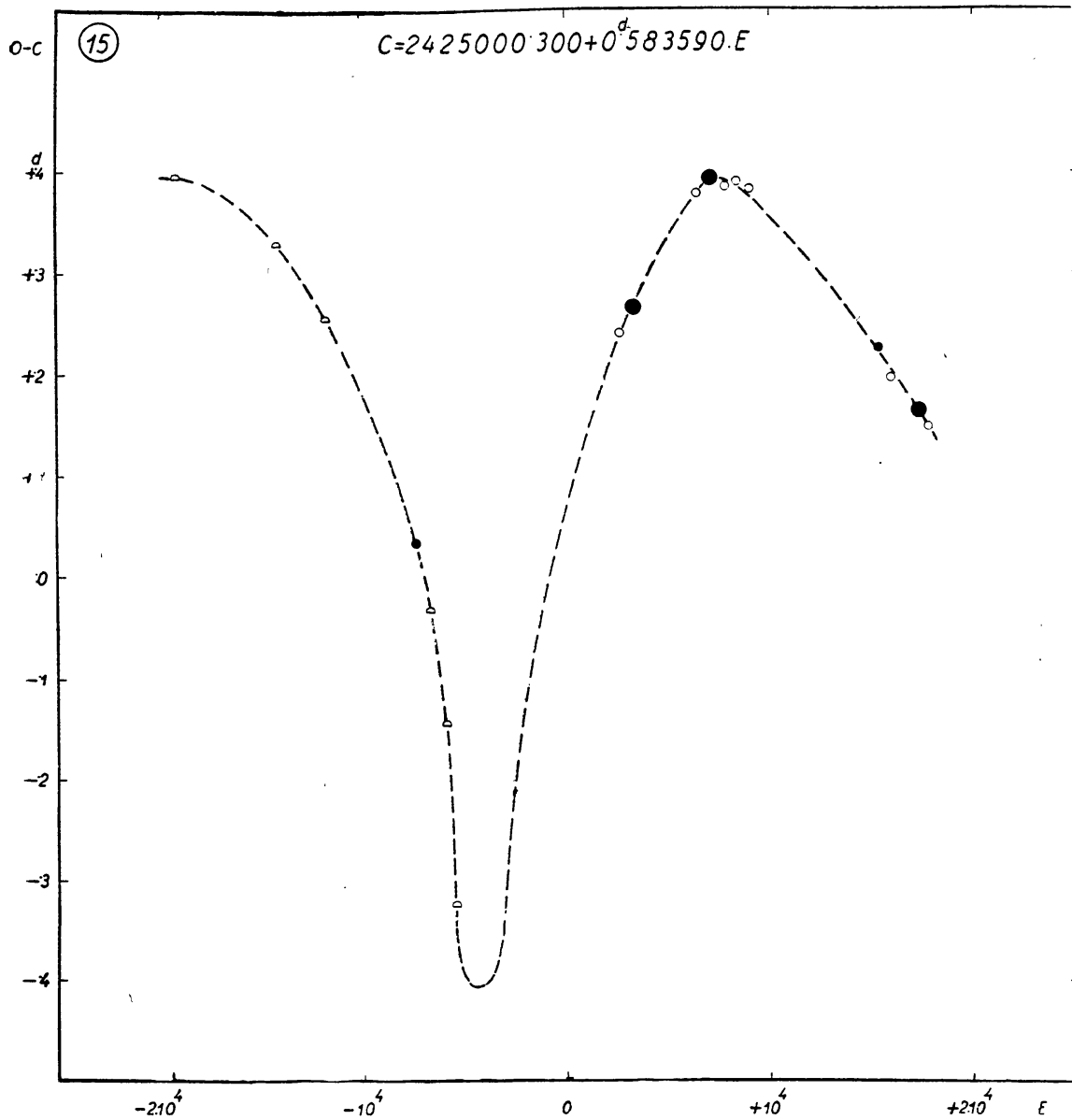


Abb. 17  
O—C Diagramm für den a-Stern var. 15.

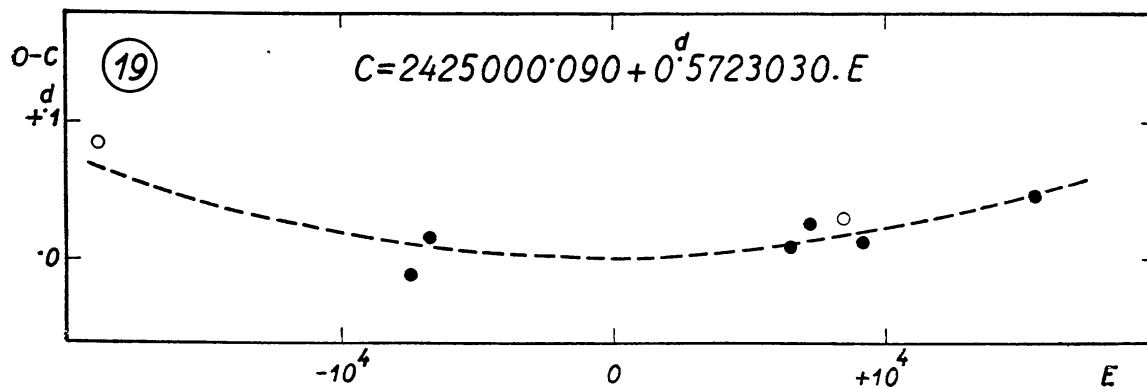


Abb. 18  
O—C Diagramm für den a-Stern var. 15.



## ELEMENTE DER VERÄNDERLICHEN IM KUGELSTERNHAUFEN M 15

Nr.	Periode	Periodenänderung		Max	Min	A	s	r	Bemerkung
		$\beta$	Länge der Zyklen						
1	1,437499	+ 173		14,48	15,54	1,06	0,38	2,0	m
2	0,6842728	— 9,0		15,42	16,06	0,64	0,17	2,9	m
3	0,3891547	+ 1,4	2 950	15,66	16,27	0,61	0,33	4,2	m
4	0,3135752		11 400	15,57	16,25	0,68	0,33	3,3	m
5	0,3842145	+ 1,4	?	15,64	16,26	0,62	0,33	3,9	m
6	0,6659669			15,04	15,88:	0,84:	0,14:	1,3	m
7	0,3675643		50 000 : 16 700	15,55	16,03	0,48	0,34:	1,2	e Blažko-Effekt?
8	0,6462448		?	15,25	16,10	0,85	0,15	2,1	m
9	0,7152828	+ 3,1	?	15,25	16,22	0,97	0,17	2,3	m
10	0,3863928	— 2,0	4 400	15,63	16,24	0,61	0,34	2,1	m
11	0,3432595		60 000 : 18 000 :	15,51	16,22	0,71	0,35	2,9	m
12	0,5928750	+ 14	10 900	15,26	16,13	0,87	0,36	2,8	m
13	0,5749565	— 16 :		15,23	16,33	1,10	0,33	2,4	m
14	0,3820014		44 500 : 14 500	15,74	16,33	0,59	0,41	4,5	m
15	0,583590		ähnlich RW Dra	15,18	16,52	1,34	0,26	5,2	m Blažko-Effekt
16	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	Blažko-Effekt?
17									
18	0,3673969	+ 3,1	9 750	15,48	16,07	0,59	0,38	2,1	m
19	0,5723030	+ 3,9	?	15,02	16,50	1,48	0,28 :	3,2	m

20	0,6969598				15,10	16,07	0,97	0,17	1,4	m
21	.....	.....	.....	96	.....	.....	.....	.....	.....	
22	0,7201487			146	15,22	16,36	1,14	0,18	5,6	m
23	0,6326950			96	15,53	16,36	0,83	0,16	5,3	m Blažko-Effekt?
24	0,3696964			55	15,43	16,06	0,63	0,38	1,8	m
25	0,6653288				15,50	16,47	0,97	0,17	5,1	m
26	0,4022696?			264?	15,83	16,39	0,56	0,42:	5,5	m
27	unveränderlich				16,81				5,6	m
28	0,6706461	+ 2,2		?	15,52	16,65	1,13	0,14	10,3	m
29	0,574978:			280?	15,41	16,34	0,93	0,19	4,5	m Blažko-Effekt?
30	?									m
31	0,4081783?									e
32	0,6053990			?	15,05:	15,95:	0,90:	0,22:	2,0	m Blažko-Effekt?
33	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	
34	wahrscheinlich veränderlich			.....	.....	.....	.....	.....	.....	
35	0,3839985	+ 1,1		?	15,72	16,36	0,64	0,31	2,8	m
36	0,624144?	?		?	15,14	16,31	1,17	0,19:	1,4	s
37	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	
38	0,3752774	+ 0,84		?	15,44	16,11	0,67	0,31	2,4	m
39	?									m Blažko-Effekt?
40	0,3773304			?	15,64	16,32	0,68	0,37	2,9	m
96	0,396794				15,67	16,38	0,71	0,38	4,5	e

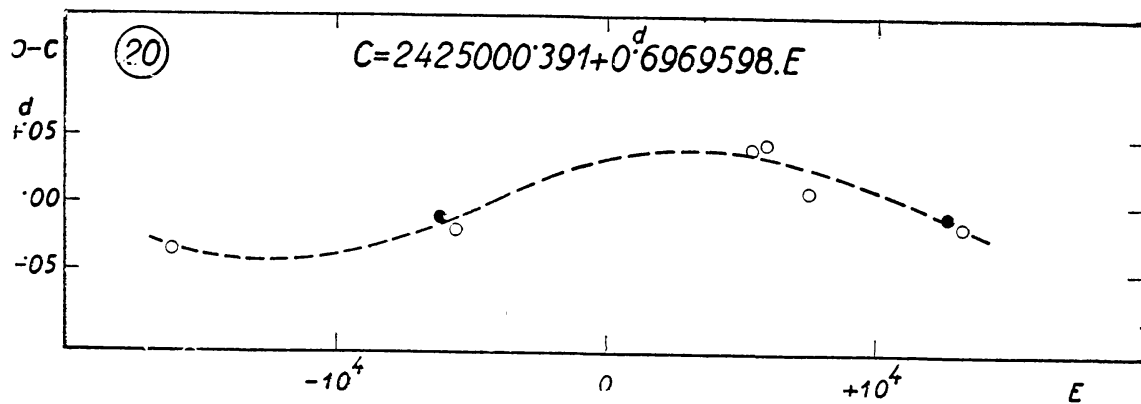


Abb. 19  
O—C Diagramm für den a-Stern var. 20.

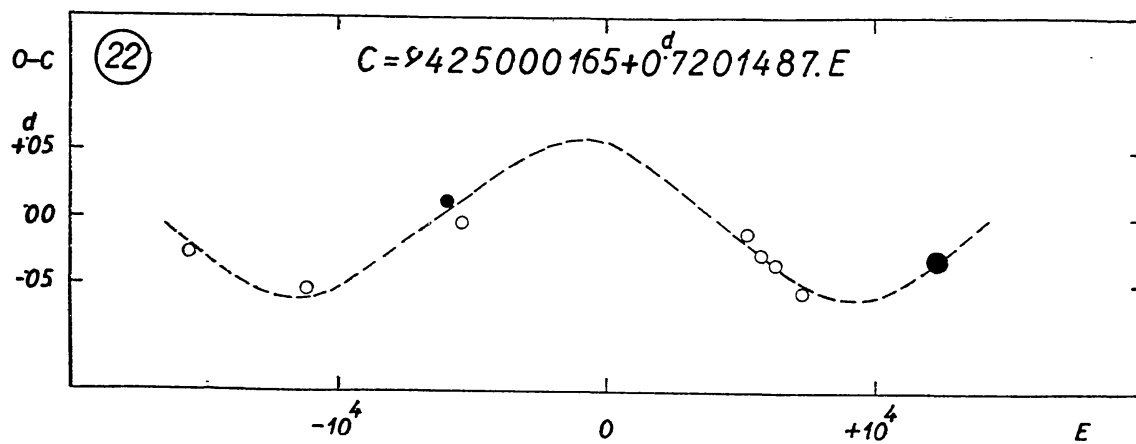


Abb. 20  
O—C Diagramm für den a-Stern var. 22.

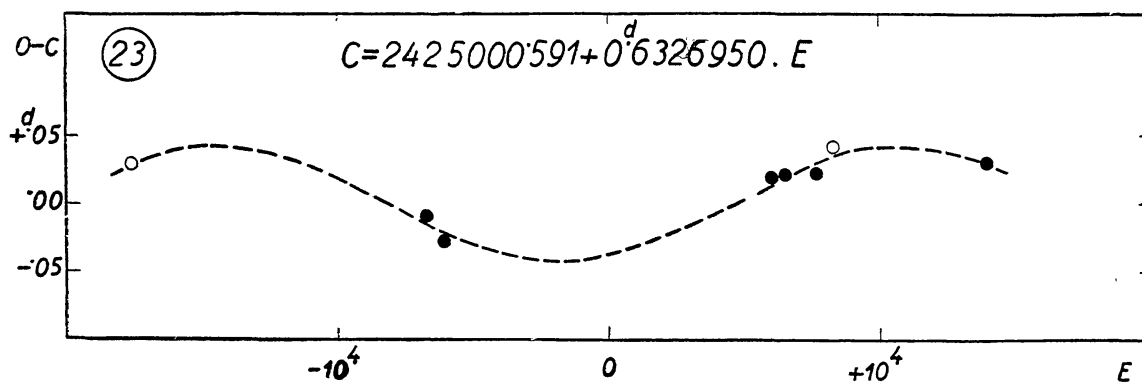


Abb. 21  
O—C Diagramm für den a-Stern var. 23.

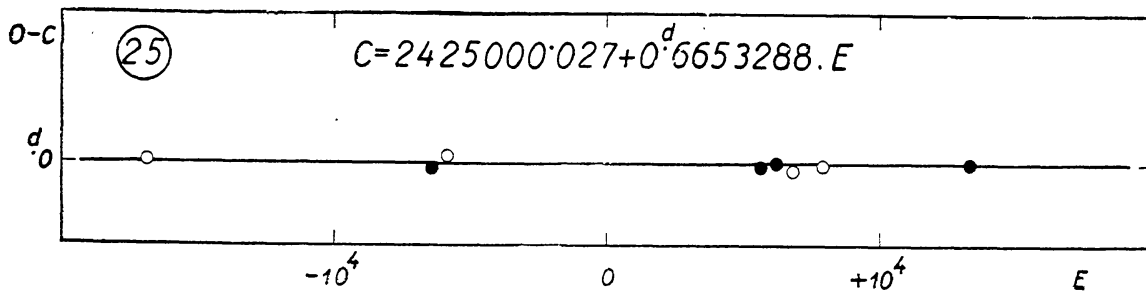


Abb. 22  
O—C Diagramm für den a-Stern var. 25.

lichen Nr. 7, 11 und 14. Diese entstehen durch Überlagerung zweier zyklischer Periodenänderungen, und das Verhältnis beider Zyklen beträgt in jedem Falle merkwürdigerweise ungefähr 3, wie das beim Vorhandensein zweier Blažko-Effekte für freie RR Lyrae-Sterne der Fall ist. Das O—C Diagramm des Veränderlichen Nr. 15 ähnelt demjenigen des Veränderlichen RW Dra. Das Resultat der numerischen Auswertung der O—C Diagramme wurde nebst einigen Daten der Veränderlichen in der nachfolgenden Tabelle zusammengestellt. Es sind nur einige Größen zu erklären. Die Perioden sind für das J. D. 2 425 000,000 angegeben; falls auch periodische Periodenänderungen vorhanden sind, gilt das für die mittlere Periode. Die linearen Periodenänderungen verstehen sich als der hingeschriebene Wert mal  $10^{-10}$  Tage pro Periode. Bei den periodischen Periodenänderungen wurde erstens das Verhältnis dieser Periode zur Hauptperiode angeführt, und zweitens die Amplitude der periodischen Periodenänderung in  $10^{-7}$  Tagen.  $\varepsilon$  charakterisiert die Steilheit der Lichtkurve, d. h.  $\frac{t^{\text{Max}} - t^{\text{Min}}}{P}$ .

Die allgemeinen Ergebnisse über die zyklischen Periodenänderungen stimmen mit denen von Herrn I. Ozsváth für M3 überein. Auch hier zeigen alle c-Sterne zyklische Periodenänderungen. Dagegen sind die linearen Periodenänderungen mit positivem Vorzeichen in M15 überwiegend, wie im Kugelsternhaufen  $\omega$  Centauri nach W. Chr. Martin.<sup>10</sup>

#### LITERATUR

1. S. I. Bailey : Harv. Ann. 78. Part 3. (1919).
2. Luisita Wemple : Harv. Bull. 889. p. 9. (1932).
3. Marjorie J. Levy : Harv. Bull. 893. p. 24. (1933).
4. P. Guthnick : Vierteljahrschrift der AG 67. p. 91. (1926).
5. P. Guthnick : Sitzungsberichte d. preuss. Ak. d. Wiss. p. 508. (1925).
6. Helen W. Dodson, Elizabeth R. Cornwall and S. L. Thorndike : Publ. Amer. Astr. Soc. 10. p. 48. (1946).
7. I. Izsák : Budapest Mitt. 28. (1952).
8. L. Rosino : Ap. J. 112. p. 221. (1950).
9. G. Mannino : Memorie Soc. Astr. Ital. 27. p. 169. (1956).
10. W. Chr. Martin : Leiden Ann. 17. Stuk 2. (1938).

# ÜBER DIE PERIODENÄNDERUNGEN DER VERÄNDERLICHEN IM KUGELSTERNHAUFEN M 3

Von I. OSVÁTH, Budapest

Das Beobachtungsmaterial von M 3 ist zur Untersuchung der Periodenänderungen unvergleichbar günstiger als dasjenige von M 15. Das Material bedeckt die Zeitspanne der Beobachtungen gleichmäßiger, so daß die Sicherung der richtigen Epochenzählung wesentlich einfacher ist, besonders im Falle solcher Sterne, die nur geringe Periodenänderungen zeigen.

Leider gibt es auch hier unveröffentlichtes Material, in der Weise, daß einige Verfasser an den zur Verfügung stehenden Platten nicht alle Veränderlichen ausgemessen haben. Und zwar haben sie meistens eben diejenigen

## BEOBACHTUNGSMATERIAL VOM KUGELSTERNHAUFEN M 3

Jahr	Anzahl der Aufnahmen	Quelle
1895	16	Solon I. Bailey HA 78. pt. 1.
1896	16	„ „
1897	17	„ „
1898	4	„ „
1899	12	„ „
1900	25	„ „
1912	14	John H. Hett AJ 50. 77
1915	22	„ „
1920	1	Johannes Larink Berg. Abh. 2 Nr. 6.
1921	135	„ „
1924	1	Th. Müller Berl. Babels., Ver. 11. H. 1.
1925	91	„ „
1926	97	P. Slavenas AN 240. 169
1926	75	Jesse L. Greenstein AN 257. 301
1938	4	Martin Schwarzschild Harv. Circ. 437
1938	6	Budapest
1939	2	Budapest
1939	44	John H. Hett AJ 50. 77
1940	106	W. C. Martin ApJ 95. 314 (Nur die Epochen sind publiziert)
1940	11	Budapest
1941	13	Budapest
1946	28	Emilia Pisani Belserene AJ 57. 237
1948	10	„ „ „
1950	33	Budapest
1951	10	Budapest
1952	40	Budapest
1953	25	M. Roberts und A. Sandage AJ 60. 185
1953	17	Budapest
1955	25	Budapest
1956	70	B. V. Kukarkin (nicht veröffentlicht)
1956	50	Budapest (noch nicht ausgemessen)

Veränderlichen vernachlässigt, deren Ausmessung wegen ihrer starken Periodenänderung sehr wesentlich wäre.

Erlauben Sie mir, das Beobachtungsmaterial ganz kurz zu überblicken.

Unsere vorige Bemerkung bezieht sich auf das von *Hett*, *Belserene*, *Roberts*, *Sandage* publizierte Material. Es wäre sehr nützlich, alle meßbare Veränderlichen an diesen Platten auszumessen.

Das Budapester Plattenmaterial wurde an dem 24-zölligen Spiegeltelescop der Sternwarte mit Belichtungszeiten von 12—15<sup>m</sup> erhalten. Die benutzten Platten sind überwiegend Guilleminot Superfulgur-Platten. Die Aufnahmen wurden von Dr. Balázs, Dr. Detre, Dr. Kulin und Herrn Lovas gemacht, und von mir am Rosenbergschen Elektromikrophotometer der Sternwarte ausgemessen. Die 31 Vergleichsterne habe ich aus dem photoelektrischen Vergleichsternsystem der Arbeit von Allan *Sandage*: The Color-Magnitude Diagramm for the Globular Cluster M 3, AJ 58 61 ausgewählt. Auf jeder der 157 Platten habe ich 132 Sterne am Photometer ausgemessen, die übrigen Sterne sind am Photometer unmeßbar. Vielleicht versuche ich später noch einige Sterne auszuschatzen.

Die Periodenänderung der Veränderlichen in M 3 wurde zum erstenmal von *Martin* auf Grund eines größeren Materials untersucht. Er hat lineare Periodenänderungen vorausgesetzt. In seiner Arbeit sind die Koeffizienten der für den Verlauf der *O—C* Werte vorausgesetzten Parabeln angegeben. Die *c*-Sterne hat er in seiner Arbeit außer Acht gelassen.

Später hat *Belserene* 33 Sterne bearbeitet. Diese sind solche Sterne, die gut meßbar sind und Lichtkurvenänderungen höchstens in geringem Maße zeigen. Sie hat nur die sekulären Periodenänderungen eingehender untersucht. *Belserene* publizierte schon *O—C* Diagramme, aber sie zeichnete nur Parabeln in die Diagramme ein.

In meiner Untersuchung wollte ich mich mit den Periodenänderungen eingehender beschäftigen. Dazu habe ich die alten Epochen von neuem bestimmt.

Dies ist von zwei Gesichtspunkten aus wichtig. Erstens habe ich auf diese Weise aus dem Baileyschen Material mehrere Epochen bekommen, was sehr wesentlich ist, weil dieses Material die älteste Beobachtungsreihe darstellt. In vielen Fällen sind diese Epochen zwar ziemlich unsicher, aber doch sehr nützlich, da sie wenigstens zur Kontrolle der aus den späteren Beobachtungsreihen abgeleiteten Periodenänderungen geeignet sind. Zweitens mußte ich die alten Beobachtungen neu bearbeiten, um die Genauigkeit der einzelnen Epochen besser beurteilen zu können.

Eine Ausnahme bilden die von *Martin* publizierten Epochen, die unverändert übernommen worden sind, weil die Einzelbeobachtungen nicht veröffentlicht sind. Manchmal können wir die Genauigkeit dieser Epochen durch gleichzeitige, allerdings nicht sehr zahlreiche Budapester Platten aus dem Jahre 1940 prüfen.

Bis jetzt habe ich 55 *O—C* Diagramme untersucht. Die dabei angewandte Methode war dieselbe, wie in der Arbeit von Herrn *Izsák*. Die Resultate können wir folgendermaßen zusammenfassen:

a) Es gibt nur sehr wenige konstante Perioden. Ich habe nur vier solche Sterne in M 3 gefunden, für die eine konstante Periode die Beobachtungen in dem ganzen Zeitintervall darstellt.

b) Die *c*-Sterne zeigen in jedem Falle zyklische Schwankungen in dem *O—C* Diagramm.

## ELEMENTE DER VERÄNDERLICHEN IM KUGELSTERNHAUFEN M 3

Nr.	Periode	Periodenänderung		Max .	Min	A	$\varepsilon$	r	Bem.
		$\beta$	Zyklus						
1	0 <sup>d</sup> 5206250	—2,9	P	4,68	5,92	1,24	0,13	2,1	
6	0,5143228	+1,0	12200	4,86	6,22	1,36	0,14	2,3	
9	0,5415641	—1,3	8500	4,95	6,28	1,33	0,13	6,0	
10	0,5695186	+2,8		5,00	6,10	1,10	0,16	3,5	i
11	0,5078918	0,0		4,70	6,20	1,50	0,14	4,3	
13	0,4830494	—1,9		4,80	6,00	1,20	0,12	2,3	
15	0,5300795	+1,0		4,87	6,26	1,39	0,11	4,8	
16	0,5115072	—1,1		4,95	6,20	1,25	0,09	5,2	
18	0,5163462			5,00	6,30	1,30	0,17	5,2	i
21	0,5157298	+4,1		4,90	6,40	1,50	0,12	5,8	
22	0,4814251			4,80	6,20	1,40	0,17	3,2	i
24	0,6633494	0,0	4600 :	5,06	6,07	1,01	0,18	2,5	
25	0,4799306		24000 :	4,70	6,09	1,35	0,13	2,2	
26	0,5977454	—1,5 :		4,90	6,00	1,10	0,13	3,1	
27	0,5790934	—2,6 :		5,10	6,10	1,00	0,14	2,5	
31	0,5807213	—0,6		4,40	5,40	1,00	0,14	1,3	
32	0,4953516	0,0 :		4,60	6,80	1,20	0,18	1,0	i
36	0,5455861	+0,7 :	31000 :	4,85	6,15	1,30	0,11	3,0	
37	0,3266389	—0,2 :	8000 :	5,40	6,00	0,60	0,31	4,8	
40	0,5515412	0,0		5,00	6,25	1,25	0,14	4,9	
45	0,5368966			4,90	6,30	1,40	0,13	4,6	i
48	0,6278087	+2,2		5,30	5,90	0,60	0,22	2,7	
49	0,5482202	—1,0		5,00	6,10	1,10	0,11	2,9	
53	0,5048878	—0,6		4,70	5,90	1,20	0,12	2,0	
55	0,5298133	+1,1		4,96	6,25	1,29	0,10	6,4	
56	0,3295987	—0,1	14500	5,38	6,04	0,66	0,30	6,5	
57	0,5122227	—3,6		4,90	6,20	1,30	0,12	2,6	
59	0,5888049	+1,9 :		5,20	6,10	0,90	0,12	4,2	i
61	0,5209325		36000	5,25	6,20	0,95	0,21	6,8	
62	0,6524063	+1,9		5,50	6,20	0,70	0,20	7,2	i
63	0,5704163	—1,8		5,30	6,20	0,90	0,18	5,7	i
64	0,6054592	0,0		5,40	6,20	0,80	0,20	5,8	
65	0,6683397			5,10	6,20	1,10	0,15	5,9	
69	0,5665899	+3,2		5,10	6,10	1,00	0,16	2,7	
71	0,5490517		7000 :	5,10	6,00	0,90	0,13	2,7	
72	0,4560739	+0,4		4,80	6,30	1,50	0,13	7,4	
75	0,3140813			5,30	6,00	0,70	0,29	2,8	
76	0,5017529	+0,4 :		4,80	6,20	1,40	0,12	1,5	
81	0,5291103		36000	4,98	6,26	1,28	0,13	8,2	
82	0,5245051	+2,4		4,95	6,30	1,35	0,13	10,1	
83	0,5012410	+2,2		4,90	6,30	1,40	0,12	7,6	
86	0,2926602		144000	5,43	6,07	0,64	0,27	8,8	i
89	0,5484778		32000	4,80	5,96	1,16	0,09	1,9	
90	0,5170333		40000	4,90	6,24	1,34	0,14	3,5	
93	0,6023041			5,20	6,20	1,00	0,17	8,5	
96	0,4994467	—3,0		4,80	6,10	1,30	0,12	4,7	
97	0,3349270		106000	5,50	6,00	0,50	0,36	4,0	
104	0,5699246		15000 :	4,60	5,90	1,50	0,14	2,4	
105	0,2877427		40000	5,28	5,70	0,42	0,28	3,2	
106	0,5471636	—2,0	19000 :	5,30	6,00	0,70	0,15	2,9	i
107	0,3090351		20500	5,40	6,03	0,63	0,32	5,7	i
117	0,6005122	+3,1						7,9	i
118	0,4993795		30000	4,84	6,40	1,56	0,12	5,5	
119	0,5177419	+1,5	24000	4,86	6,20	1,34	0,15	4,6	
125	0,3498210	+0,7	8500	5,40	6,00	0,60	0,34	3,8	

6\*



c) Bei den irregulären  $a$ -Sternen habe ich auch zyklische Schwankungen in dem O—C Diagramm beobachtet, die auf mehr oder weniger ausgeprägte Parabeln superponiert sind, in vollständiger Übereinstimmung mit den bei den freien RR Lyrae-Sternen gefundenen Resultaten von Herrn Detre.

d) Bei den regulären  $a$ -Sternen kann man nur selten solche Schwankungen finden. An diesen Diagrammen kann man sehen, daß die von Belserene gegebenen O—C Kurven nicht immer mit den O—C Kurven übereinstimmen, die auf Grunde eines vollständigen Materials abgeleitet sind. Bei den regulären  $a$ -Sternen habe ich in ungefähr 25 Fällen glatte Parabeln bekommen.

e) Die Koeffizienten  $\beta$  für diese Parabeln zeigen in der Verteilung nach der Periode keine systematischen Züge. Ich habe ungefähr soviel positive wie negative  $\beta$ -Werte erhalten.

Es ist auffallend, daß die absoluten Werte der  $\beta$ -s mit der Länge des Beobachtungsintervalls systematisch kleiner werden.

Nach alledem kann man annehmen, daß es bei den regulären Veränderlichen nicht über sekuläre Periodenänderungen handelt, sondern dabei verschiedene Phasen zyklischer oder unregelmäßiger Veränderungen erfaßt wurden.

Von den von Martin pekulär genannten Sternen, bei denen meiner Meinung nach ein Blaschko-Effekt in Erscheinung tritt, gelang es mir, in zwei Fällen die O—C Kurve zu konstruieren. Nach Martin können die Beobachtungsdaten bei diesen Sternen nur durch zwei oder durch mehrere Perioden dargestellt werden. Unsere Diagramme zeigen wirklich starke Periodenänderungen, doch habe ich bei keinem Stern Anzeichen für sprunghafte Periodenänderungen gefunden.

Zur Sicherung der Epochenzählung wäre es gerade bei diesen Sternen sehr wünschenswert, auf Grund noch nicht veröffentlichten Materials weitere Epochen zu bekommen. Bei solchen Sternen kann nämlich die Epochenzählung ganz leicht verfehlt werden.

---

# THE BETA CANIS MAJORIS STARS

by A. VAN HOOFF, Louvain

*Summary.* — Definition of the  $\beta$ CMa stars. Description of their variations. Their place in the sky and in the H—R diagram. The members of the group. Period-luminosity and period-spectrum relations. The various interpretations of the observed variations and the objections against them. The writer's arguments in favour of the hypothesis of coupling between two radial pulsations of different modes.

1. *Definitions.* — In a discussion on stars with multiple periodicities the Beta Canis Majoris stars certainly deserve a good deal of the attention and I shall therefore, — at *Dr. Detre's* request, — give you a short survey of the facts known up to the present about these puzzling stars and of the various and hitherto unsuccessful suggestions advanced to interpret their intricate variations.

$\beta$ CMa-stars, — to start with a definition, — are B-stars which undergo in their brightness  $m$  and in their radial velocity  $RV$  a double oscillation with two nearly equal and short periods (3 to 6 hours). The amplitudes of the oscillations in  $m$  are very small, those of the variations in  $RV$  are fairly large to large; one of the oscillations produces a change of the same period in the width of the spectral lines, the other leaves these line widths unaffected (or nearly so?).

There are  $\beta$ CMa stars in which only one of the oscillations is found, but in those cases we believe in the non-detection of the missing oscillation because of its small amplitude, rather than in a real non-occurrence. On the other hand some  $\beta$ CMa stars display further more or less pronounced changes in their  $RV$ .

## 2. Description of the variations.

In order to describe all these variations unambiguously Otto *Struve* [1] has proposed the following system of notations:

$P_1, K_1, \Delta m_1$  = the duration, semi-amplitude in  $RV$  and amplitude in  $m$  of this short period oscillation which leaves the line widths unaffected;

$P_2, K_2, \Delta m_2$  = the duration, semi-amplitude in  $RV$  and amplitude in  $m$  of this short period oscillation which is found back in the line widths;

$P_3$  = the beat period resulting from the interference between the  $P_1$  and  $P_2$  variations;

$P_4$  or  $I_4$  = the period or the pseudo-period or "characteristic interval" of the variation in  $K_2$  observed in some stars;

$P_5$  or  $I_5$  = the period or the "characteristic interval" in the variation of the  $\gamma$ -velocity of the  $P_2 K_2$ -oscillation, which may be the same as that of the  $P_1 K_1$ -variation, if the latter exists.

As to the numerical values associated with these symbols, the following can be said :

$P_1$  and  $P_2$  range from somewhat more than 3 hours to 6 hours \* ;

$K_1$  and  $K_2$  range from a few km/sec to tens of km/sec ;

$\Delta m_1$  and  $\Delta m_2$  rarely exceed a tenth of a magnitude ;

$P_3$  ranges from 7 to 50 days ;

$P_4$  and  $P_5$  range from a few days to several years.

Precise data are given in Table 1.

The question naturally arises whether the colour and the spectral type of a  $\beta$ CMa star do change or not at the same time as the brightness and the radial velocity.

As far as the colour is concerned the answer is definitely positive for those stars for which accurate colour measures are available, the star being bluer at maximum brightness. It looks safe to generalize this conclusion.

The spectral type variation on the other hand almost escapes detection. Owing to the inherent difficulty to get accurate equivalent widths this is not in contradiction with the results from colorimetric investigations which reveal the temperature changes in these stars to be limited to a few hundred degrees in most cases, thence a corresponding change of one spectral subdivision at the most.

Of primary importance for the detection of the mechanism that is responsible for the various observed changes, are of course the amplitude- and phase-relations existing between them. In this connexion the following points seem well established :

a) Amplitude relations :

1. There is no correlation between the periods  $P_1$  and  $P_2$  on the one hand and the amplitudes  $\Delta m$  or  $K$  on the other.
2. There is no correlation between  $K_1$  and  $K_2$ .
3. There is a direct correlation between the amplitudes of the brightness variations and the amplitudes of the  $RV$  variations ; *the ratio  $(\Delta m/K)_1$  appears to be definitely larger than the ratio  $(\Delta m/K)_2$* . Personally I think this latter circumstance deserves special consideration and I shall come back to it further on.
4. There is a direct correlation between  $K_2$  and the amplitude of the line broadening.

b) Phase relations :

1. In each of the  $P_1$  and  $P_2$  variations the star is brightest at the moment when the corresponding  $RV$  crosses the  $\gamma$ -axis on the descending branch of *its own velocity curve*, in other words, at the moment of maximum contraction if the pulsation hypothesis is adopted. Minimum brightness occurs at the opposite crossing.
2. Maximum line width occurs at the moment when the  $RV$  in the  $P_2$ -variation crosses the  $\gamma$ -axis on the descending branch of its own velocity curve. Minimum line width occurs at the opposite crossing.

\* According to D. H. McNamara  $3^h 17^m$  might well be an inferior limit [2].

3. *The place of the  $\beta$ CMa stars.* — In the sky the known  $\beta$ CMa stars are situated, with only two exceptions ( $\nu$ Eri and  $\delta$ Cet) in the vicinity of the galactic aequator. This was to be awaited from the galactic concentration of the early  $B$  stars.

In the Hertzsprung—Russell diagram they occupy a small area limited by the abscissae  $B_1$  and  $B_2$  and the ordinates  $-5^M$  and  $-3^M$  (luminosity-classes II and IV). Their clustering in this small area is so pronounced that

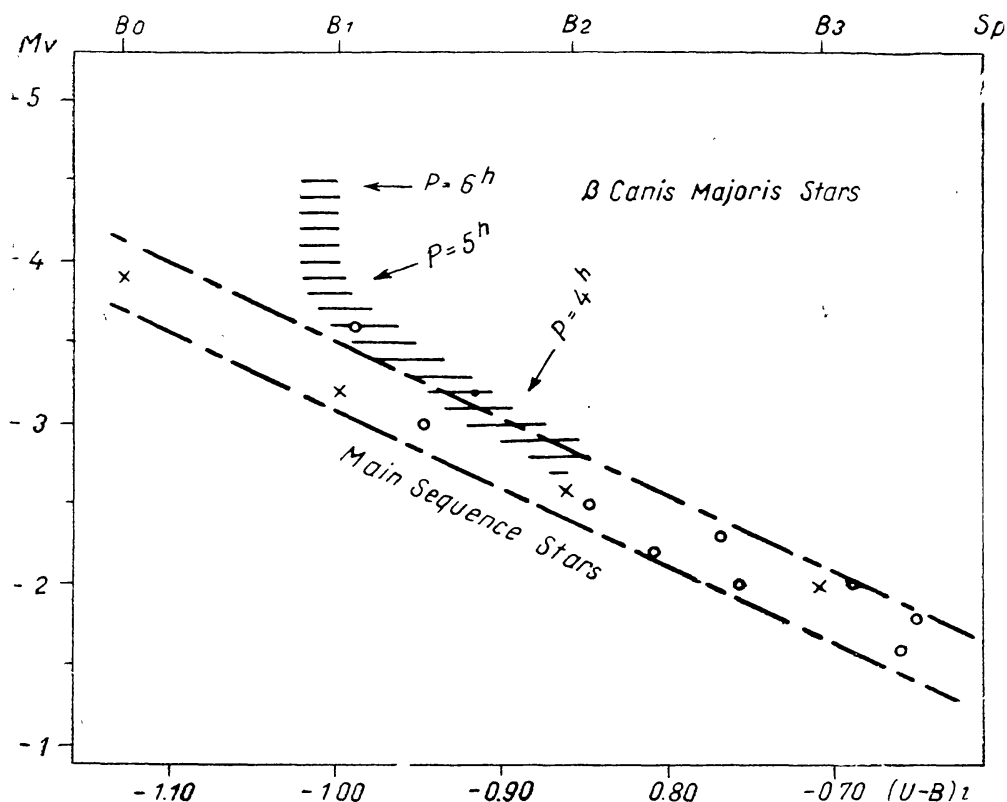


Fig. 1. — The sequence of the  $\beta$ CMa stars in the colour-absolute magnitude diagram. The open circles and crosses represent individual normal stars belonging to the main sequence. (Reprinted from P. A. S. P., 67, 135, 1955. See bibl. note 12.)

M. Walker [3] wondered whether all the stars situated in this particular area would not be variables of this type. The answer, arrived at by Walker himself, is however negative. He observed photoelectrically five stars out of eleven listed by Morgan for having the same spectral features and luminosity criteria as the known  $\beta$ CMa stars, but only one among these five showed signs of variability and even in this case the variations found were not convincing enough to adopt the star ( $\alpha$  Per) as a new member of the  $\beta$ CMa family. In fact Walker's search for new  $\beta$ CMa stars yielded only one new object ( $\nu$  Eri) out of the forty  $B_0$ — $B_5$  stars investigated by him, and so justified the conclusion that these variables are rather exceptional.

4. *The known members of the group.* — The same conclusion can be derived from a glance at the various lists of  $\beta$ CMa stars that have been published since the time of their recognition as an independent type of variables

Instead of growing longer, these lists rather show a shrinkage, as most of the suspected members had to be dropped on closer investigation.

The list which *Henroteau* published in 1928 in the *Handbuch der Astrophysik* (VI, 436, 1928) contained 29 stars known or suspected to be  $\beta$ CMa stars, but only 22 among them were of type B.

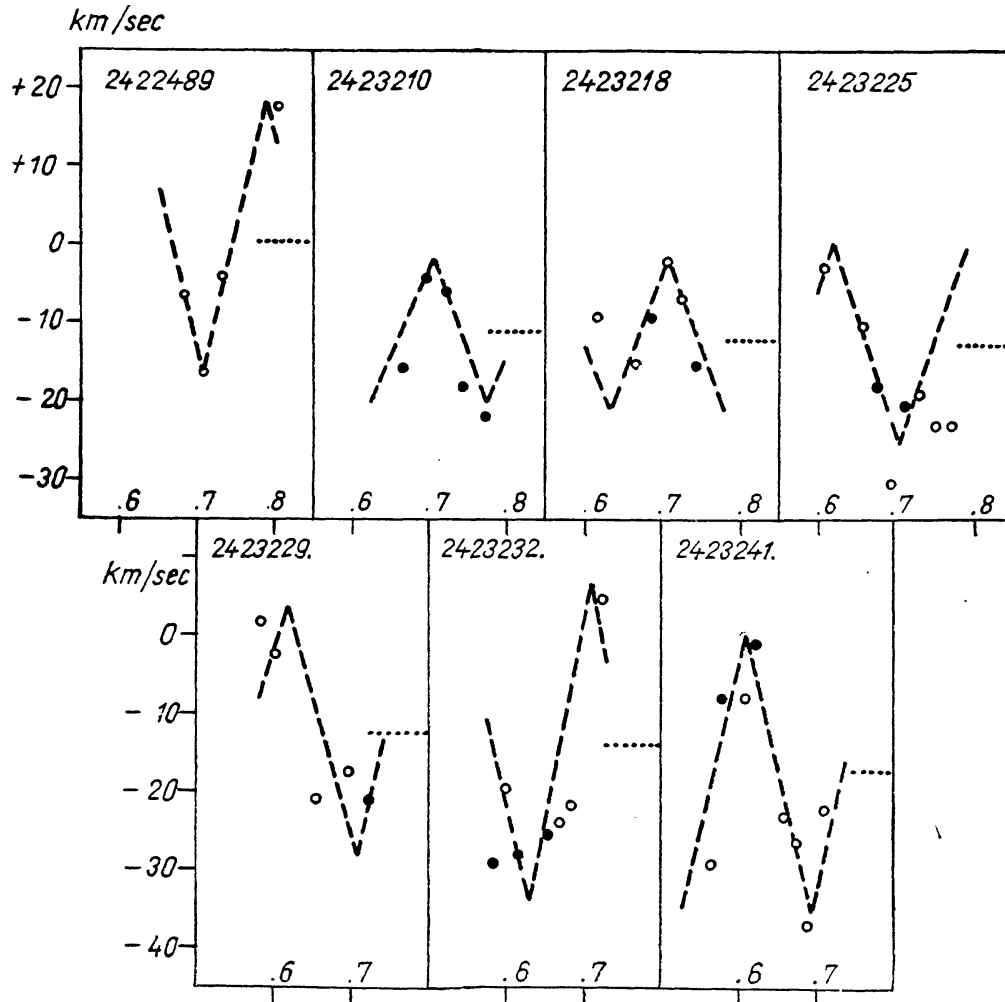


Fig. 2. — *Henroteau's* radial velocities of  $\Theta$  Oph for the Julian day marked on each plot. Abscissae are fractions of the Julian day. (Reprinted from *Ap. J.*, 124, 168, 1956.)

The *Gaposchkins* in *Variable Stars* (pp188—189, 1938) listed 30 possible members of which 17 were considered as „probable” but of these only 9 were of spectral type B.

Till recently only 10 stars were known for certain — mainly through the work of *Struve* and his associates at Berkeley, — to be  $\beta$ CMa stars. To them must now be added  $\Theta$  Oph. This star had its place on *Henroteau's* list but it was discarded afterwards, probably because it did not fit into the period luminosity and period spectrum relations to which the other members were found to conform. I rediscussed *Henroteau's* 1920 and '22 observations

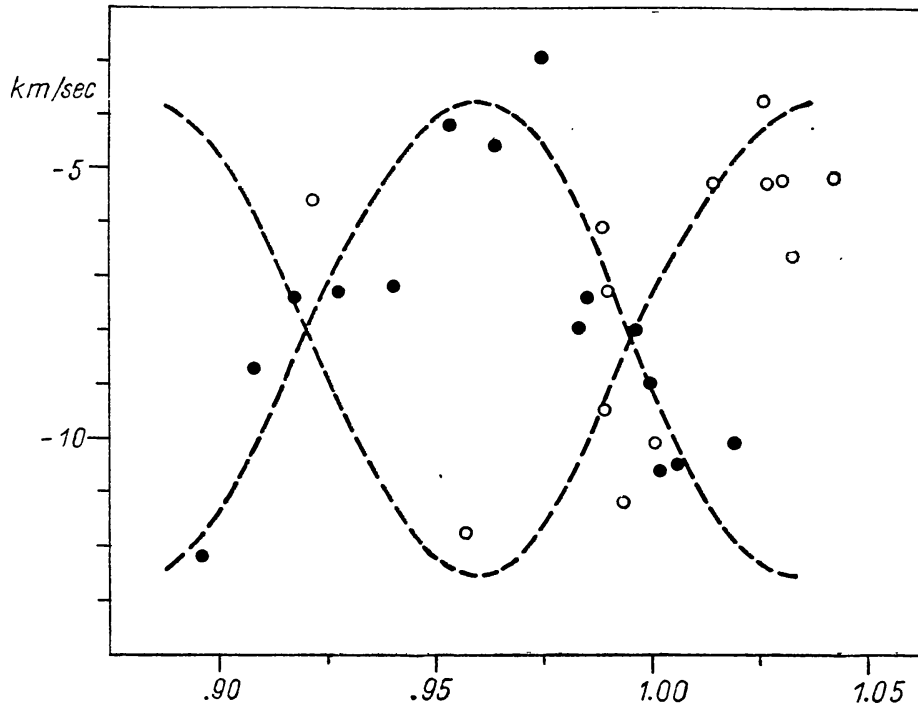


Fig. 3 — Radial velocity observations of  $\Theta$  Oph in February 1955. Dots are observations on “even” Julian days, circles refer to observations on “odd” Julian days. (Reprinted from Ap. J., 124, 168, 1956.)

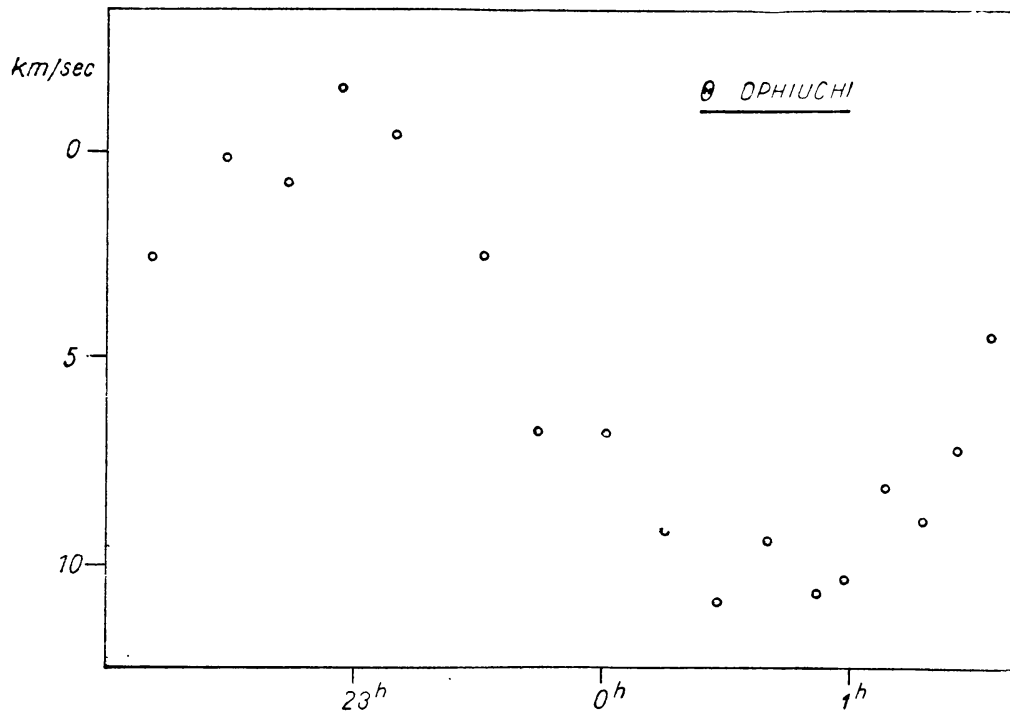


Fig. 4. — Provisional radial velocities of  $\Theta$  Oph in the night April 30–May 1 of this year. From measurements by the writer on Pretoria plates taken by Dr. Feast.

this winter and found that the period should be of the order of  $1^d/6,5$  instead of  $1^d/3,5$  as proposed by Henroteau. When treated with this period the observations reveal also a change of the  $\gamma$ -velocity and the existence of beats,

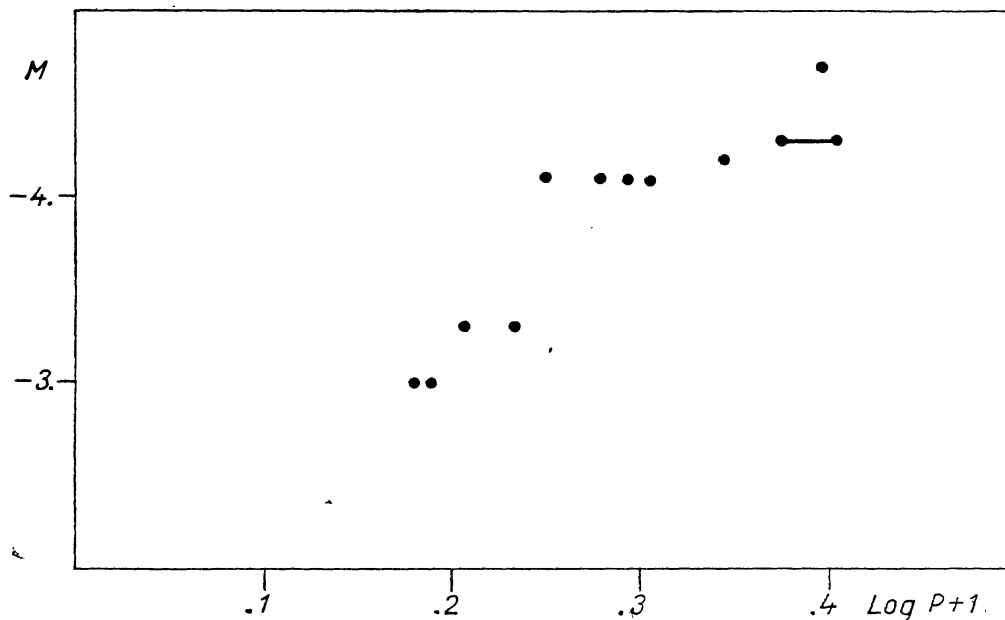


Fig. 5. The period-absolute magnitude relation for  $\beta$ CMa stars

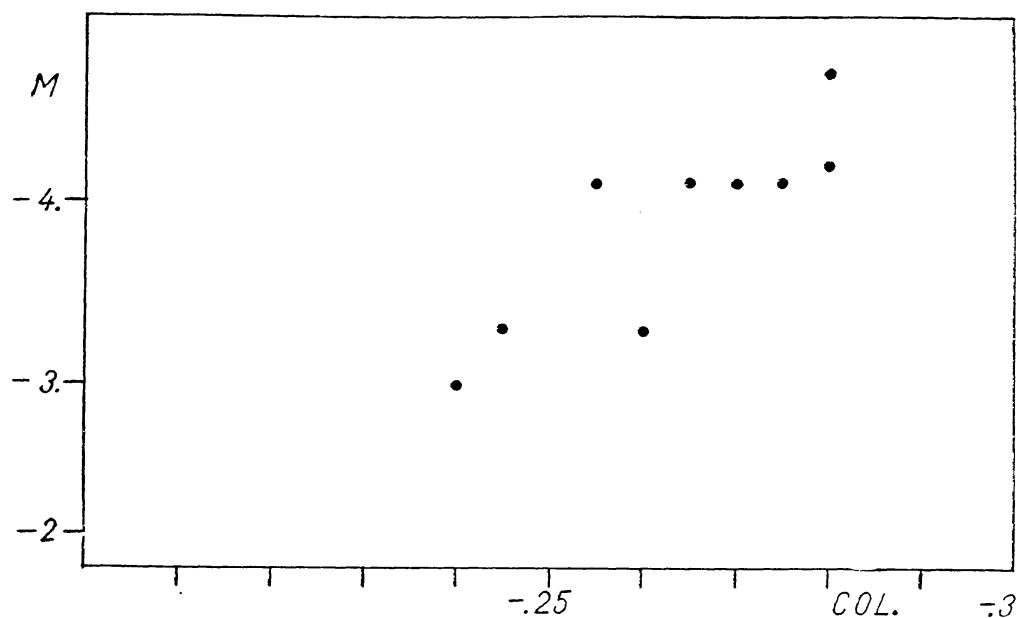


Fig. 6. The colour-absolute magnitude relation for  $\beta$ CMa stars

all features quite common among  $\beta$ CMa stars. Measures by myself on 29 McDonald spectrograms, taken in February 1955 by Father *Bertiau* as part of *A. Blaauw's* program on the Sco-Cen cluster confirmed this



Table 1  
STARS OF THE BETA CANIS MAJORIS GROUP

Star	$P_1$ h m	$P_2$ h m	$\underbrace{2K_1 \quad 2K_2}_{\text{(km/sec)}}$	$A m_1$	$A m_2$	Spectral Type	Colour	$M_v$	Line profile	Rot. Vel.
$\beta$ CMa	6 00	6 02	12	0,03	—	B <sub>1</sub> II—III	—0,280	—4,7	Changes	L
$\sigma$ Sco	5 44 or 6 07	5 55	15	—	0,08	B <sub>1</sub> III	—	—4,3	„	L
$\xi^1$ CMa	5 02	—	36	0,01 or 0,045	—	B <sub>1</sub> IV	—,280	—4,2	Const.	S
BW Vul = HD 199140	—	4 49	—	—	0,19—0,26	B <sub>2</sub> III	—,270	—4,1	Changes	A
12 DD Lac	4 44	4 38	15	0,042	0,074	B <sub>2</sub> III	—,265	—4,1	„	A
$\beta$ Cep	4 34	—	18—46	0,02—0,05	—	B <sub>2</sub> III	—,275	—4,1	Const.	S
$\nu$ Eri	4 16	4 10	22	0,067	0,114	B <sub>2</sub> III	—,255	—4,1	Changes	A
16 EN Lac	4 06	4 04	9	0,035	0,055	B <sub>2</sub> IV	—,260	—3,3	„	S
$\delta$ Cet	3 52	—	13	0,025	—	B <sub>2</sub> IV	—,245	—3,3	Const.	S
$\Theta$ Oph	3 42	?	22?	?	?	B <sub>2</sub> IV	?	—3,0	Chang.?	S
$\gamma$ Peg	3 38	—	7	0,015	—	B <sub>2</sub> IV	—,240	—3,0	Const.	S

L = Large =  $\pm 60$  km/sec      A = Average =  $\pm 30$  km/sec      S = Small =  $\pm 15$  km/sec.  
The line profiles vary with period  $P_2$

viewpoint. The results will probably be published in the July issue of the *Astrophysical Journal*. To investigate the variations closer, more than 300 spectrograms have been obtained last spring at my request at the observatories of Fort Davis, Toronto, Pretoria, MtStromlo and La Plata. I seize this opportunity to express my sincere gratitude to DrDr. *Blaauw*, *Heard*, *Thackeray*, *Buscombe* and *Gratton* of these respective institutes for their kind and effective co-operation. The plates are now being measured and the results available so far give evidence that the expected period of  $3^{\text{h}}42^{\text{m}}$  is close to the truth, and that beats and  $\gamma$ -velocity variations are really present.

While Fig. 2 and 3 respectively show my interpretation of Henroteau's earlier  $RV$  measures and my own measures of  $RV$  on Bertiau's plates, Fig. 4 illustrates provisional results obtained from Pretoria-plates, taken in the night April 30—May 1 of this year. The new period places the star, which is of spectral type  $B_2$ —IV and of  $M_v = -3.0$ , at its right place among the other members of the group. It is worth-while to mention that  $\theta$  Oph is a member of the moving cluster in Sco-Cen so that we have an independent and accurate means to derive its parallax and absolute magnitude and thence to test the zero point of the period luminosity curve.

At present then we have 11 stars of which the  $\beta$ CMa character is established beyond doubt. Particulars about them are given in Table 1 which is a reproduction, — except for the data relative to the youngest member, — of Struve's synoptic Table on p. 150 of the *Publications of the Astronomical Society of the Pacific* (67, 1955).

5. *The period-luminosity and period-spectrum relations.* — In the above table the stars have been listed in the order of decreasing periods. The inspection of columns 8—9—10 shows at once that this order is also the one of advancing spectral type or colour and of decreasing luminosity, in other words, the Table reveals the existence of a period spectrum and of a period-luminosity relation. The latter was established first by *Blaauw* and *Save-doff* [4], the former by *McNamara* [5] and again by *McNamara* and *Williams* [6]. Fig. 5 and 6 show in graphical form the present state of our knowledge concerning these relations; they have been constructed with the aid of the data collected from Table 1.

6. *The various interpretations of the observed variations.* — There can be said from the outset that the final explanation of the intriguing variations in these stars has not yet been found. We are still at the stage of hypotheses, each of them accounting for a good deal of the observed phenomena but leaving one or more points in the dark or raising fatal objections. Although most of them appear to have no future a brief review of them cannot be out of place in a survey like this and it may even be useful by warning against blind-alleys in further research.

Most of the hypotheses have one point in common: they see in the complicated changes demonstrated by the  $\beta$ CMa stars the combined effect of stellar rotation and stellar pulsation.

a) *The satellite hypothesis.* — An ordinary star cannot revolve around a B star in so short an interval as 4 hours; even if the surfaces of the two bodies were in contact with each other the revolution would take one day to one day and a half. Nevertheless *W. F. Meyer*, who held  $\beta$ CMa under observation for years and who was the first to discover the double periodicity in its radial velocity variation [7], tried to understand the star as a binary,

and as a binary of a somewhat particular nature. In his mind  $\beta$ CMa consisted of a primary, the B star, and of a real satellite of small mass but high density, thence very small volume. The mass ratio  $m_1/m_2$  would not be less than 100 and the diameter of the satellite would be small enough for any eclipse feature in the light-curve to be washed out. The superdense satellite would revolve around the primary at only a small height above the photosphere of the latter and thereby excite that overtone ( $P_2$ ) of the natural pulsation of the primary which lies closest to the orbital period ( $P_1$ ). The intensity with which this overtone is excited will depend upon the value of  $1/(P_1 - P_2)^2$  and this circumstance makes it understandable why of two objects of the same class such as  $\beta$  Cep and  $\beta$ CMa the first shows no overtone variation at all while the second shows it even stronger than the  $P_1$  variation. The difference in constitution between these two stars is indeed strong enough to make the difference in overtone period quite plausible.

Remained the variation in line width. This was ascribed to variable turbulence of an irregular character, some sort of explosions which would set up a free pulsation of variable phase and amplitude.

The scheme might look attractive as long as there were only a couple of such stars to be accounted for, but with about a dozen of them known at present it appears unable to answer the following questions :

1. Why are all the members of the group *B* stars?
2. Why is the free oscillation period always so very close to the period of the forced oscillation?

b) *The turbulent spot hypothesis.* — Struve [8], who discussed most of Meyer's observations after the latter's death, and who tried to make the best of the satellite hypothesis, devoted special attention to the periodic line broadening and line doubling. In his opinion the satellite would cause a local disturbance on the surface of the primary, a kind of „turbulent spot” which would produce deep and narrow absorption lines ; the rest of the primary's surface would remain unaffected and be quite uniform and the absorption lines which it produced would show appreciable rotational broadening, the star being supposed in rapid axial rotation. The broad line stage would correspond to the interval that the spot is on the hemisphere turned away from the earth, the sharp line stage to the passage of the spot over the visible hemisphere, and the observed variation of the radial velocity would find its origin in the successive motions of approach and of recession as the spot travels over this hemisphere. But this picture too raises several objections, the most serious of which is that, with a reasonable diameter for the spot, both the RV and the line width should remain constant as long as the spot is hidden from view, while the observations show on the contrary a continuous change of these attributes [1].

Before the strength of the objections Struve finally gave up the satellite and turbulent spot hypotheses, but he went on adhering to the opinion that the star's axial rotation is the principal agent in the process of line broadening or doubling [9].

c) *The hypothesis of a polar-aequatorial oscillation.* — In 1952, probably under the influence of the emphasis laid upon the necessity to take rotation into account for the interpretation of the phenomena, several astronomers began to favour the idea that the  $\beta$ CMa stars were single rapidly rotating stars which suffered radial pulsations with slightly different periods at the

poles and at the aequator [10]. In the minds of some of them (among which is the writer) the difference between the periods of the polar and of the aequatorial oscillations was caused by the flattening at the poles, produced itself by the star's rotation; in the opinion of others (*Menzel*) quoted by *Struve* [9] a magnetic field was held responsible for this difference.

The model had the advantage to account in an easy way for the two interfering periods and for the differences between individual stars. The latter may indeed be ascribed to differences in the angle between the axis and the line of sight and to differences in velocity.

A weak point is that the broadening of the lines remains unexplained.

d) *The hypothesis of nonradial oscillations.* — *P. Ledoux* [11] has investigated the general characteristics of the nonradial oscillations in a rotating star. He arrives at the conclusion that in the simplest case the free oscillations are threefold: besides a stationary wave there are two travelling waves running in opposite directions around the axis. The three frequencies lie close together, that of the stationary wave being moreover the arithmetic mean of the two others. When the line of sight lies in the aequator each running wave produces a large and variable line broadening of the same period as the wave itself. The curves illustrating these broadening are however shifted over a quarter of a period with respect to the RV curves; the shift is negative for the variation of shorter period and positive for the other.

These results seemed extremely promising for the understanding of the  $\beta$ CMa stars. They explained at once the occurrence in the same star of variations with periods always so close to each other and of oscillations having so different a bearing on the line widths. The confrontation of the theory with the observations of  $\beta$ CMa was however a setback. Of the two running waves only the one of greater period was present and the theory could not explain how the other one could remain unexcited; even worse, the phase-shift of the line broadening appeared to have the wrong sign when compared with the prediction of the theory.

*Ledoux* also discussed briefly the case of forced oscillations, but this brings us back to the satellite hypothesis. Besides the objections already mentioned, the difficulty for the primary to accomodate the satellite and the fact that the so-called orbital period is found back in the light-curve further make this hypothesis unlikely.

e) *The ejected atmosphere hypothesis.* — Mainly in an attempt to explain the peculiar line doubling found in BW Vulpeculae *Struve* proposed the following working hypothesis which was further advocated by *Odgers* [12]:

At regular intervals a  $\beta$ CMa star expels an atmosphere which rises to a certain height and then falls back into the star. One of the components of each double spectral line comes from this rising or falling shell the other comes from the quiet atmosphere. The period with which the ejections take place depend upon the internal constitution of the star, the "flight time" of the shell is conditioned by the effective gravity. It happens that both intervals are of the same order; from their ratio however will depend the presence or the absence of beats. With the ratio: flight time/ejection period  $< 1$  there will be a stillstand in the radial velocity curve, with the same ratio  $> 1$  there will be beats, as that shell moves furthest which does not collide with returning shells.

But once more the picture does not give complete satisfaction, the most serious difficulty coming from the constancy of the equivalent widths. This constancy indeed suggests that the two components of the spectral lines come from regions of the stellar surface which are next each other instead of being the one above the other [13].

f) *The hypothesis of coupling between usual radial oscillations of different modes.* — The hypothesis of coupling between the pulsations in the fundamental mode and in some higher mode, the period of which is nearly half that of the principal mode, has been invoked twenty years ago by Miss *Kluyver* to

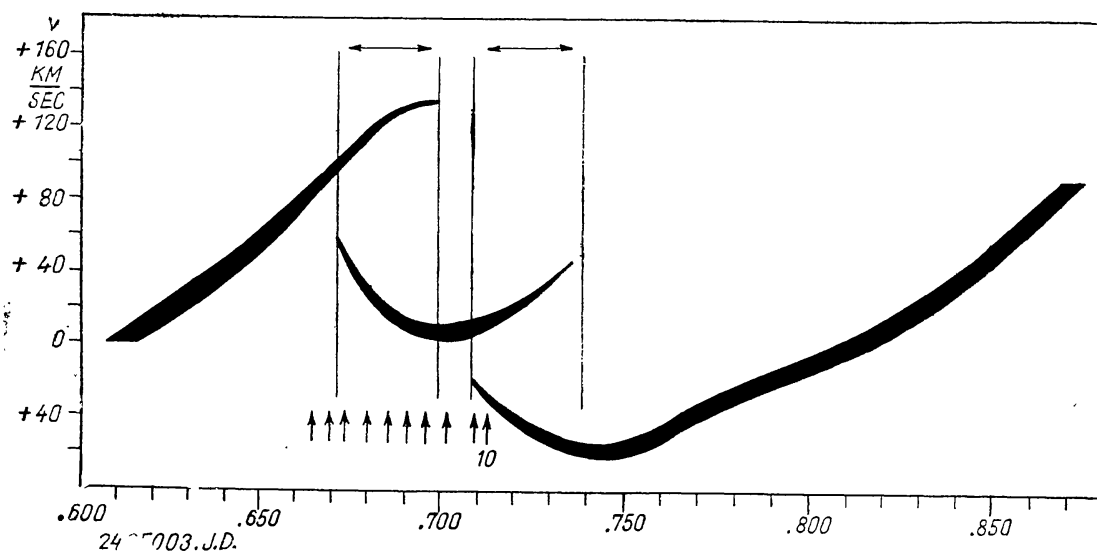


Fig. 7. — The radial velocity curve of BW Vul, showing the doubling of the spectral lines before and after maximum contraction. (Reprinted from P. A. S. P., 67, 135, 1955.)

explain the existence of two very similar periods in the variations of a number of RR Lyrae stars [14]. We know from the fine photometric work done in this country by *Balázs* and *Detre* [15] on the one hand, and from spectrographic research carried out at McDonald [16], on the other, that this double periodicity affects the light-curve as well as the RV curve, so that these RR Lyrae stars resemble the  $\beta$ CMa stars, at least in this respect, and that one may think that the same mechanism is at work in both types of stars. Despite the similarity, the coupling hypothesis has found hitherto no supporters to extend it to the  $\beta$ CMa stars. The reason for this reserve probably lies in the consideration that the two oscillations should have approximately the same influence on the line profiles whereas the observations show that only one of the oscillations is active in the process of line broadening.

It looks however to me that this argument *contra* is easily turned into an argument *pro*.

Let us indeed assume the line profiles to be shaped essentially by the amount of macroturbulence in the star's atmosphere. Changes in this parameter will affect the line width, but not the equivalent width, a circumstance requested by the observations. But changes in turbulence come from changes in the temperature gradient. Now for the homogeneous model the oscillation in the fundamental mode has an amplitude which grows linearly with the



distance from the center of the star and the application of Homer Lane's law shows at once that any contraction will cause an increase of the temperature-gradient and hence of the turbulence. (It should be noticed here that maximum line width is observed to occur at the phase of maximum contraction in the  $P_2K_2$ -variation, if the pulsation theory is adopted.) With the standard or other models the linearity is lost but our conclusion about the increase of temperature gradient and turbulence with contraction will in general not have to be changed drastically.

On the other hand an oscillation with period slightly different from the fundamental one, has an amplitude that increases very rapidly towards the surface of the star [17]. When the star contracts in the course of such an oscillation an outer layer will suffer a stronger compression than the layer below and consequently it will heat up relatively more. Whether the contraction will here cause an increase or a decrease of the temperature gradient and of the turbulence and hence of the line width or leave them about constant, will depend upon the rate of decrease of the amplitude with depth.

So, the different bearing of the two oscillations upon the line width is accounted for by identifying the  $P_2K_2$ -variation with the oscillation in the fundamental mode of frequency  $\sigma$ , the  $P_1K_1$ -variation with the pulsation excited by resonance (of frequency  $\nu - \sigma \approx \sigma$ , if  $\nu \approx 2\sigma$  denotes the frequency of the oscillation in the overtone).

This conclusion receives an independent support from the ratio  $\Delta m_1/K_1 : \Delta m_2/K_2$ . For the same observed amplitude in RV variation the oscillation excited by resonance indeed affects the state of compression or of expansion of the outer visible layers of the star much more than the fundamental mode does, hence the former is more effective than the latter in changing the effective temperature of these layers and hence the observed brightness. As can be seen from the data in Table 1, the three best observed stars 12Lac,  $\nu$  Eri and 16 Lac all show  $\Delta m_1/K_1 > \Delta m_2/K_2$ .

The doubling of the spectral lines observed in a few  $\beta$ CMa stars at phases of intermediate contraction only denotes *large* differences between the velocities of ascent and of descent of the moving macroelements in the stellar atmosphere. Their again becoming single around the epoch of maximum contraction may be interpreted as being due to a reversal in the run of the temperature gradient with increasing compression. (Our remark concerning the dependance upon this gradient of the rate of decrease of the amplitude with depth applies also to the fundamental mode\*).

That the broadening of the spectral lines is actually due to increased turbulence may perhaps best be inferred from the small differences that exist between the  $RV$ 's derived from lines with different excitation potentials. These differences have been referred to by *Struve* [19] as the Van Hoof effect since I first discovered it in  $\beta$ CMa [20] and in 16 Lac [21]. How they exactly run and what they probably mean can best be made clear by the consideration of Figure 8, which represents the run with temperature and spectral type of the intensities of an NII-, an OII- and a CIII-line. Let us consider a star in the spectral range  $B_1$ — $B_{1.5}$  the atmosphere of which we suppose

\* It is perhaps not out of place to mention that in  $\eta$  Aql turbulence was found to follow approximately the variations of the radius [18], in other words a contraction caused a decrease of turbulence.

to be stirred by macroturbulence. The Figure shows immediately that the hotter ascending and the cooler descending elements contribute about equally (except for differences caused by their unequal brightness and/or area) to the formation of the OII-line, that the ascending elements contribute more to the formation of the CIII-line and that the reverse is true for the NII line. Hence it follows that the position in the spectrum of the centre of gravity of the OII-line will not be affected by turbulence; the CIII-line on the contrary will suffer a slight Doppler-shift to the violet and the NII-line one to

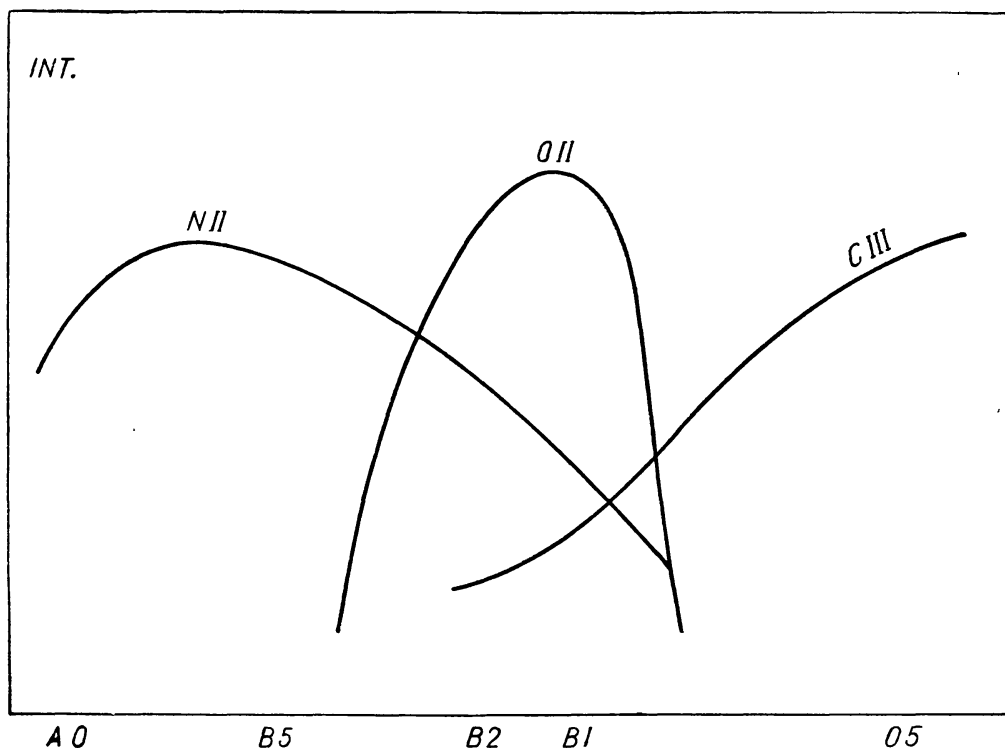


Fig. 8. — Schematic representation of the variations with spectral type in the intensities of an NII-, an OII- and a CIII-line.

the red. The magnitude of each shift follows the fluctuations of the intensity of turbulence, both increase or decrease at the same time. Of the other lines, those that attain their maximum intensity at a spectral type earlier than  $B_1$ — $B_2$  behave like CIII (SiIV); those attaining maximum intensity at a later type (H, He, CII, MgII) behave like NII. Measures which I made on the sequence of neighbouring and well defined lines NII—4630, OII—4639, OII—4642, CIII—4647, OII—4649 and '62 showed the shifts to obey only the  $P_2$ -variation.\*

For all these reasons, which we summarize underneath, the coupling hypothesis appears to us to be the most attractive :

- 1) it explains why the two periods are always so close to each other ;
- 2) it explains why only one of them is active in the process of line-broadening ;

\* This conclusion is in accordance with McNamara's failure to detect the Van Hoof effect in  $\xi^1$ CMa, which star has no  $P_2$  variation [22]



- 3) it explains the various phase relations between the variations of different attributes ;
- 4) it explains the difference in the ratios  $(\Delta m/K)_1$  and  $(\Delta m/K)_2$  ;
- 5) it explains the Van Hoof effect;
- 6) it makes understandable that the observed phenomena are restricted to stars of about the same spectral type and luminosity.

There remains one puzzle. In the spectrum of  $\beta$ CMa itself I discovered two lines, respectively, at 4818Å and 4846Å, the second about twice as broad as other lines of the same depth. These lines remain visible without interruption around the time that the  $P_1$  and  $P_2$  variations are in phase, they are invisible around the time that these variations are in opposition. To which elements are they due? How can the above mechanism explain their intermittent appearance? These are questions the answer to which I must leave to the future.

August 14, 1956.

1. O. Struve, *PASP*, 64, 20, 1952.
2. D. H. McNamara, *Ap. J.*, 122, 95, 1955.
3. M. Walker, *A. J.*, 57, 227, 1952.
4. A. Blaauw and M. P. Savedoff, *B. A. N.*, 12, 69, 1953.
5. D. H. McNamara, *PASP*, 65, 155, 1953.
6. D. H. McNamara and A. D. Williams, *PASP*, 67, 21, 1954.
7. W. F. Meyer, *PASP*, 46, 202, 1934.
8. O. Struve, *Ap. J.*, 112, 520, 1950.
9. O. Struve, *Ann. d'Astroph.*, 15, 157, 1952.
10. O. Struve, *A. J.*, 57, 167, 1952.
11. P. Ledoux, *Ap. J.*, 114, 373, 1951.
12. O. Odgers quoted by Struve in *PASP*, 67, 135, 1955.
13. Su-Shu Huang, *PASP*, 67, 22, 1955.
14. H. Kluyver, *B. A. N.*, 7, 313, 1936.
15. J. Balázs and L. Detre, several numbers of the *Mitteilungen of the Budapest Observatory*.
16. O. Struve and A. Blaauw, *Ap. J.*, 108, 60, 1948 and  
O. Struve and A. Van Hoof, *Ap. J.*, 109, 215, 1949.
17. P. Ledoux, *Astrophysica Norvegica*, 3, 1940. — See also reference in S. Rosseland :  
"The Pulsation Theory of variable Stars" pp. 38—39.
18. A. Van Hoof and R. Deurinck, *Ap. J.*, 112, 166, 1952.
19. O. Struve, *PASP*, 67, 173, 1955.
20. A. Van Hoof and O. Struve, *PASP*, 65, 158, 1953.
21. A. Van Hoof, M. DeRidder and O. Struve, *Ap. J.*, 120, 179, 1954.
22. D. H. McNamara, *PASP*, 68, 263, 1956.

# SPRUNGHAFTE UND LANGSAME ÄNDERUNGEN IM BLASCHKO-EFFEKT VON RW DRACONIS

von JULIA BALÁZS, Budapest

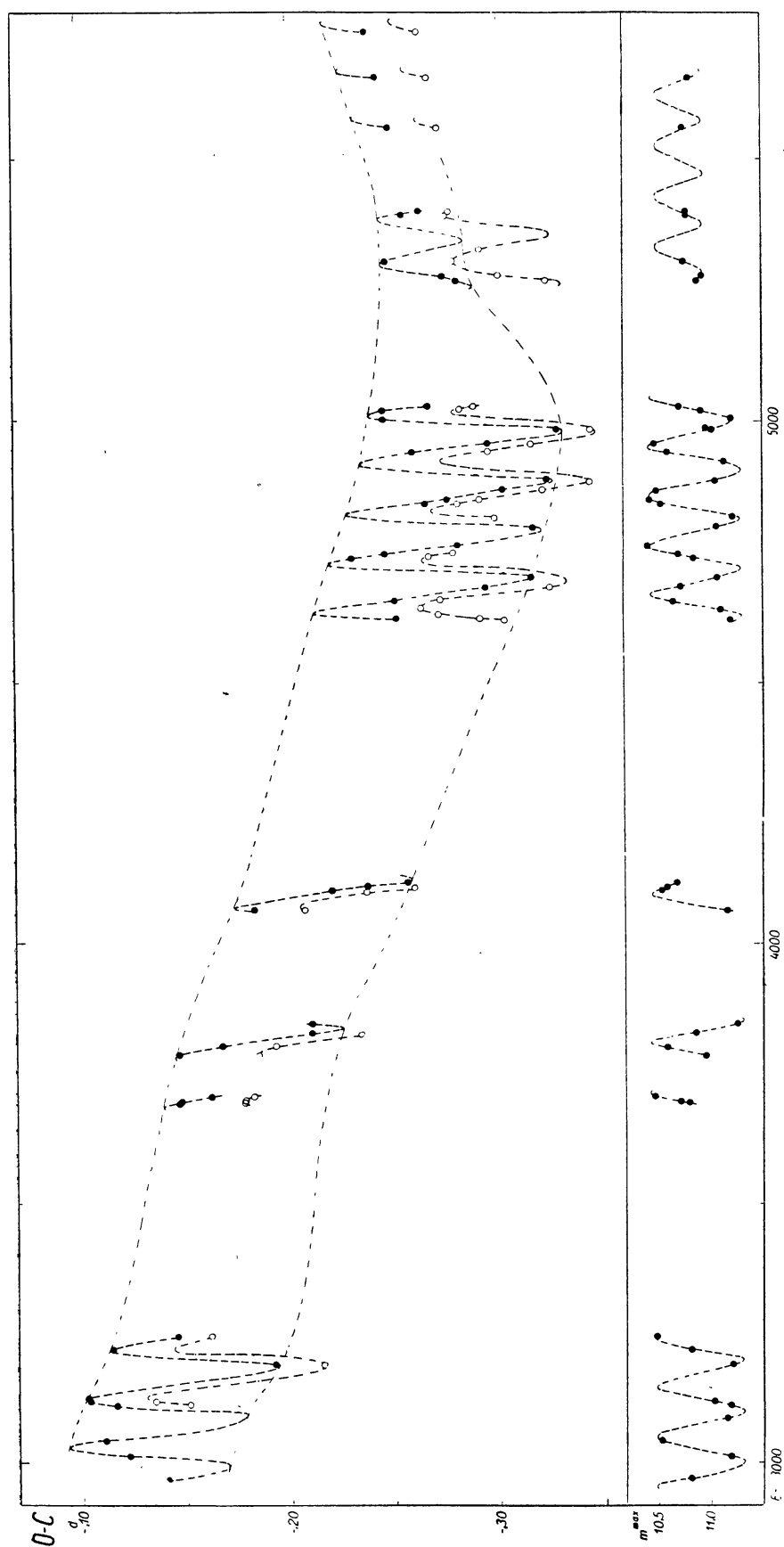
Im Jahre 1952 habe ich gemeinsam mit Herrn Dr. *Detre* eine Untersuchung über RW Draconis veröffentlicht, in welcher wir auf Grund von ungefähr 7000 Aufnahmen starke Änderungen im Blaschko-Effekt dieses Sternes festgestellt haben (Budapest Mitt. 27.). In Abb. 3 dieser Arbeit sind untereinander die zeitliche Oszillation der zur Hauptperiode  $0^d442$  gehörigen Helligkeitsmaxima, die zeitliche Oszillation eines Punktes des aufsteigenden Astes ( $m = 11,5$ ), und die Änderungen der maximalen Helligkeit im Laufe des 41 tägigen Blaschko-Effektes dargestellt, und zwar für die beiden Jahre 1937 und 1941. Danach besaß die zeitliche Oszillation des Helligkeitsmaximums 1937 die beträchtliche totale Amplitude von  $2^h 17^m$ , — dies ist mehr als Fünftel der Hauptperiode — während die Amplitude 1941 wenig mehr als eine Stunde betrug. Auch die Amplitude der Änderungen der maximalen Helligkeit war i. J. 1941 bedeutend kleiner als i. J. 1937.

Die entsprechenden Amplituden des Blaschko-Effektes konnten noch in den Jahren 1942, 1944, 1945, 1950 und 1952 mit hinreichender Genauigkeit bestimmt werden. Sie waren manchmal größer, manchmal kleiner als im Jahre 1941, erreichten aber niemals den hohen Betrag von 1937.

Trotz der großen Zahl der Aufnahmen war das Budapester Material nicht hinreichend die Frage zu entscheiden, wann und wie diese Verminderung der Amplitude des Blaschko-Effektes zwischen 1937 und 1941 stattgefunden hat. In der Hauptperiode des Sternes trat anscheinend gleich nach 1937 eine sehr schnelle wenn nicht sprunghafte Verlängerung vom Betrag  $9^s$  ein, wie Abb. 13 der genannten Arbeit dies darstellt. Aus 1938 haben wir keine Beobachtungen im aufsteigenden Aste der Lichtkurve und wir konnten damit nicht genau feststellen, wann die Abnahme der O—C Werte aufhörte. In unserer Arbeit schrieben wir folgendes: »Es ist recht bedauernswert, daß wir für 1936 und 1938, wo der Blaschko-Effekt und die Hauptperiode sich augenscheinlich rasch änderten, mit so unsicheren Daten zufrieden sein müssen. Glücklicherweise liegen in Leiden, wie den Jahresberichten der Leidener Sternwarte zu entnehmen ist, aus den Jahren 1935—38 noch unveröffentlichte Beobachtungen vor, die hoffentlich die genauere Festlegung dieser Änderungen ermöglichen werden.«

Herr Prof. *Oort* und Herr Dr. *Walraven* waren so liebenswürdig, dieses wertvolle Material von 1700 Aufnahmen uns zur Verfügung zu stellen. Mit der Bearbeitung des Materials bin ich seit einigen Tagen fertig und wenn auch die Interpretation der Resultate noch aussteht, scheinen mir die Resultate interessant genug zu sein, um hier darüber eine Mitteilung zu machen.

Die Leidener Aufnahmen wurden von *Uitterdijk*, *Wesselink*, *Plaut* und *de Haas* am 33 cm Refraktor gewonnen. Uitterdijk hat die Aufnahmen ausgemessen, sein Notizbuch ging aber mit seinem Tode ver-



Oben: O—C Diagramm für RW Dra i. J. 1935—8. Punkte für das Helligkeitsmaximum, Kreise für die Helligkeit 11,5 im aufsteigenden Aste. C = J. D. 2 426 610,242 + 0,442895 · E Unten: Die Helligkeiten der Maxima

loren, so daß ich die Platten neu ausmessen mußte. Bei der Reduktion benutzte ich dieselben Vergleichsterne mit denselben Größenangaben, wie bei Ausmessung der Budapester Aufnahmen. Glücklicherweise kommen drei aufsteigende Äste und Maxima in beiden Beobachtungsreihen gemeinsam vor und diese zeigen, daß zwischen den Leidener und Budapester Aufnahmen nur unbedeutende systematische Abweichungen vorhanden sind. So können die beiden Beobachtungsreihen als homogen betrachtet werden.

Nach meinen Resultaten war die Amplitude der Oszillationen der O—C Werte im Laufe der 41tägigen Periode von 1935 bis 1937 sehr groß. Die Amplitude der Änderungen der maximalen Helligkeit war in demselben Zeitintervall konstant. Die Helligkeit des hellsten Maximums betrug 10,45, die des schwächsten 11,33. (s. Abb. S. 100.,)

Die letzten Beobachtungen aus 1937 wurden in Mitte November angestellt und es ist ein glücklicher Umstand, daß aus 1938 schon Mitte Februar Beobachtungen vorliegen. So ist die Winterlücke diesmal nicht ganz drei Monate. Trotzdem finden wir gleich nach der Winterlücke ein völlig verändertes Bild. Die Blaschkosche Amplitude der O—C Werte ist auf die Hälfte derjenigen von 1937 gesunken und die Helligkeit der schwächsten Maxima liegt um mehr als 0,3 Größenklassen höher wie früher. Wir haben also schon Februar 1938 nahe dasselbe Bild, wie wir es aus späteren Budapester Beobachtungen erhalten haben.

In dem O—C Diagramm der Hauptperiode nehmen die von der Blaschkoschen Oszillation befreiten O—C Werte (dies sind einfach die Mittelwerte der O—C Werte aus den einzelnen Blaschkoschen Zyklen) bis Ende 1937 ab, während dieselben am Anfang 1938 schon in Zunahme begriffen sind. Wir sehen also, daß die Abnahme der Amplitude des Blaschko-Effektes gleichzeitig mit der plötzlichen Umkehr der O—C Kurve der Hauptperiode stattgefunden hat.

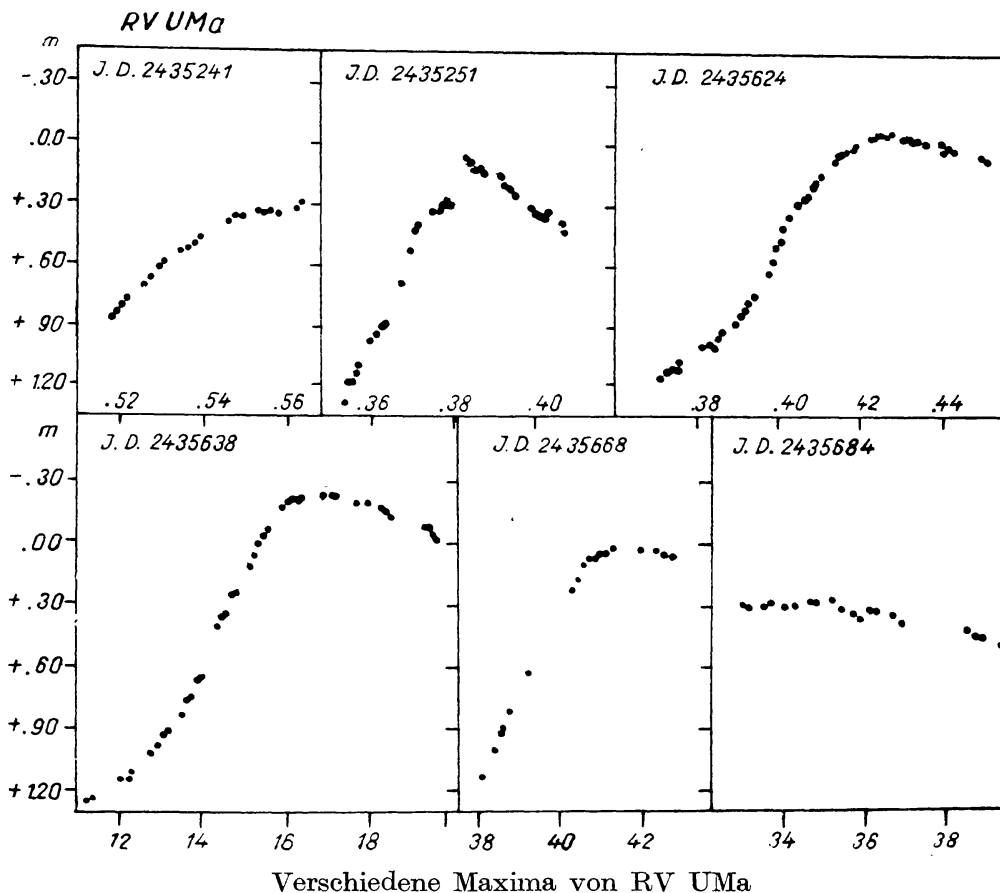
Neben der starken Umkehr am Ende 1937 weist das O—C Diagramm von RW Draconis seit 1938 zwei Wellen auf. Neben der schon publizierten Budapester Beobachtungen standen mir etwa 2000 Aufnahmen aus 1953 und 1955 und einige photoelektrische Beobachtungen aus 1956 zur Verfügung. Diese zeigen, daß die Amplitude der zeitlichen Oszillation des aufsteigenden Astes im Laufe der 41 tägigen Periode synchron mit diesen Wellen sich ändert. Und zwar nimmt die Amplitude des Blaschko-Effektes zu, wenn die O—C Werte abnehmen, und umgekehrt. Somit habe ich gezeigt, daß die Änderungen der Hauptperiode mit Änderungen der Amplitude des Blaschko-Effektes gekoppelt sind. Wahrscheinlich ist dieses Resultat nicht allein für die Erklärung des Blaschko-Effektes, sondern auch für die richtige Interpretation der O—C Diagramme der RR Lyrae-Veränderlichen von Bedeutung.

# RESULTATE PHOTOELEKTRISCHER BEOBACHTUNGEN VON RR LYRAE-STERNEN

von L. DETRE, Budapest

Die photoelektrischen Beobachtungen begannen im Jahre 1950 am 60 cm Spiegelteleskop der Budapester Sternwarte. Nach einer wesentlichen Verbesserung unserer Apparatur in 1954 wurde eine längere Reihe von RR Lyrae-Sternen beobachtet, und zwar SW And, CY Aqr, ST Boo, VZ Cnc, W CVn, SU Dra, SW Dra, RR Gem, RR Leo, RR Lyr, AV Peg, DY Peg, AR Per, RU Psc, RV Uma, TU UMa. Bisher wurden nur die Resultate über SW And und VZ Cnc publiziert (Budapest Mitt. 33 und 36.).

Von den übrigen Sternen erhielten wir nur bei RR Gem, RR Lyr und RV UMa veränderliche Lichtkurven. Besonders stark sind die Lichtkurvenänderungen bei RV UMa, wo die maximale Helligkeit in einem Intervall von 0,6 Größenklassen schwankt (s. Abb.). Aus den bisherigen Beobachtungen konnte eine Periode von 90 Tagen für diese Änderungen abgeleitet werden.



Bei RR Gem sind die Änderungen wesentlich kleiner, die mit einer Periode von etwa 38 Tagen ablaufen. Da die Anzahl der Beobachtungen noch klein ist, konnte die Periode noch nicht eindeutig festgelegt werden.

Für RR Lyrae konnten wir die zuerst von *Walraven* gefundene zweite Blaschkosche Periode bestätigen. Ihre Länge konnte jetzt genauer bestimmt werden und ergab sich zu  $122^d.1$ , genau dem Dreifachen der ersten Blaschkoschen Periode.

Für RR Leonis wurden bisher 7 Maxima beobachtet. Die maximale Helligkeit scheint innerhalb von 0,02 Größenklassen beständig zu sein. Die langsame Zunahme der Periode dauert weiter an.

Bei SU und SW Draconis und bei TU UMa tritt im aufsteigenden Aste jedesmal ein starker Buckel auf. Bei den übrigen RR Lyrae-Sternen haben wir keine Besonderheiten gefunden.

AR Persei und DY Pegasi wurden in zwei Farbbereichen (blau und gelb), die übrigen Sterne ohne Filter beobachtet. Demnächst soll mit einer Kolorimetrie von allen nördlichen RR Lyrae-Sternen begonnen werden, deren photographische Helligkeit nicht unter 13,0 sinkt.



## SOME SINGLE AND BINARY SOURCES OF MULTIPLE PERIODICITY IN PULSATING STARS

by MARTIN JOHNSON, Birmingham University

*Summary:* Mechanisms causing the long and short beats discovered by the Budapest observers in single stars of RR Lyr type might become less difficult to understand if a connection were found between two other problems: firstly the conditions for resonance between several forces due to binary structure and the non-radial free pulsations in a spinning component of the system, secondly the conditions under which circulation and apsidal motion of a satellite or ring of gas could give rise to similar excitation in the atmosphere of a single star. The first problem calls for further study in the extremes of fast rotation and low gravity suggested by the binary  $\Phi$  Persei, the second calls for distinction between the beat phenomena in single and binary examples of  $\beta$  Cep or  $\beta$  CMa type, and also a distinction between periodicities in single Be stars such as  $\gamma$  Cas compared with  $\Phi$  Per binaries. Atmospheric mechanisms may be the more important in  $\beta$  Cep periods, and internal sources the more important in RR Lyr, but some features of the external excitation of an atmosphere may act as selectors for resonance even among oscillations which were initiated internally.

The phenomenon of „beats”, or combined frequencies in pulsating stars of short period, has been investigated notably at Budapest [1], in the Netherlands [2], on the Pacific coast of U. S. A. [3] and in U. S. S. R. A distinction has emerged between long beat and short beat, for instance among the stars with considerable amplitude in luminosity variation (RR Lyr type). Although their primary periods are mostly between  $\frac{1}{4}$  and  $\frac{3}{4}$  day, in RS Boo and XZ Dra the beat period is hundreds of times greater, whereas at the other extreme in SX Phe and AI Vel and VZ Can the beat is of the order of only three or four times the primary period. RR Lyr itself, with  $\frac{1}{2}$  day period and 41 day beat, lies between the extremes.

Much has been done at Budapest, Leiden, and in California, towards extracting the variability of amplitude and shape of light-curve used in tracing the underlying frequencies, and determining a second period adjacent to the primary for combination into a beat. For spherical pulsations applicable to RR Lyr type, *Kluyver* [4], *Schwarzschild* [5], *Rosseland* [6] and others have gone far towards calculating the modes of radial oscillation which could yield these periods. Recently a significant attempt to correlate length of beat with depth of unstable convection zone in a star has been made by *Fitch* [7].

Even in the light of these advances, it is not yet certain how adequately the emergence of surface luminosity at the observed phases can be accounted for, in any postulated co-existence of adjacent frequencies in the anharmonic oscillation of a stellar interior under adiabatic or other gradients. The agency for initiating such internal oscillation is often disputed, even for Cepheids, and the RR Lyr type show more bewildering complexity of „acoustic spectrum” than Cepheids or red variables. Stellar magnetic fields are not yet sufficiently understood to invoke as controllers of frequency.



I suggest in this note that one useful step might be a detailed comparison of these RR Lyr phenomena with some features of multiple periodicity in other cases, (a) in the B stars which pulsate in velocity rather than in luminosity, generally called by  $\beta$  Cep or  $\beta$  CMa as type star, (b) in binaries of high spin and therefore periodic tidal ejection of gas, notably  $\Phi$  Per. The  $\beta$  Cep stars have been most fully investigated by *Struve* and his associates; at first sight their velocity cycles exhibit a complexity as baffling as that of RR Lyr stars, 2 or 3 or even 4 periods being sometimes identifiable in the same star, often with non-repetitive maxima and length of period. However, their pulsation in luminosity is of far smaller amplitude than in RR Lyr stars, and may be atmospheric or even circumstellar rather than in deep structure; the spectral cycles caused by binary association are also in general atmospheric. But since it is the atmosphere in any variable star which exhibits the Doppler displacements, excitation therein enhanced by motions in circumstellar gas may act as an agent of selection among the possible frequencies. This might be true also for the beats in an RR Lyr star, even when its primary impulses originate in its interior. Since among  $\beta$  Cep type some seem single and some binary, there may be hope of distinguishing in them between forced and free periods, if these stars contain indications of any of the mechanisms ascribable to binary gas flow, as in  $\Phi$  Per where spin is sufficiently fast.

A notable beginning was made by *Ledoux* [8] towards understanding the velocity cycles of  $\beta$  CMa, in terms of the non-radial oscillations studied by *Cowling* [9] and others; but he himself doubted his identification of a long period with an 80 day rotation, and when his free periods seemed correct they disagreed with the observed phasing. His only source of forced periods was the possibility of a satellite or small companion, possibly White Dwarf, which *Struve* had suggested as able to raise local eruption as it travelled round the equator. This possibility, of non-radial oscillation excited by a satellite, *Struve* [10] had also explored for the star 12 Lac of  $\beta$  Cep type: his theory of zonal structure in  $\sigma$  Sco [11] another star with  $\beta$  Cep features, makes the suggestion more plausible. Recently I have suggested [12] somewhat similar equatorial tidal excitation of circumferential oscillation for  $\Phi$  Per, using *Hynek's* [13] elucidation of tidal jets in this star, in an attempt to find whether the subharmonics suggested by the 20 day impulses of the earlier observers are a combination of tide with the extremely fast spin of  $\Phi$  Per.

These developments might be extended by asking what periodic properties comparable with those of binaries could arise in a single star, if caused by *Struve's* circulating satellite or by rotating rings of extruded gas such as possessed by  $\gamma$  Cas and other Be stars. Is an agency of forced atmospheric oscillation possible in single as well as binary structures, and has it any significance for the recent distinction of  $\beta$  Cep stars into single bodies (12 Lac,  $\beta$  CMa,  $\beta$  Cep,  $\nu$  Eri,  $\delta$  Sco) and binaries (16 Lac,  $\sigma$  Sco)?

The final question would then become accessible: if gas circulating in a binary system has any counterpart in deciding the periods of atmospheric pulsation in a single star, is it also relevant to the deeper oscillations of RR Lyr type? Since the mass of circumstellar gas is small, it cannot initiate an internal oscillation, but it might for instance aid in selecting the distribution of amplitudes among such natural frequencies as emerge at the surface, and so affect the choice of modes to combine into a beat.

A first step, towards such mutual relevance of  $\Phi$  Per,  $\beta$  Cep,  $\gamma$  Cas, and RR Lyr types, would require a classification of non-radial oscillations into (i) natural, (ii) binary forced, (iii) single forced, which I accordingly proceed tentatively to suggest.

(i) Natural frequencies of single star :

- (a) In Cowling's frequencies,  $\sigma^2 = \frac{4}{3}\pi G\bar{\rho}$  multiplied by a term  $> 1 < q$  for different modes, or in one case multiplied by  $(n - N)$  where  $n$  is the polytrope index and  $1/N = \gamma - 1$  in the usual notations. These allow periods of 3—12 hours in stars of suitable type, but can tend to zero or infinity if central condensation and compressibility are adjusted.
- (b) If the star has angular spin  $\Omega$ , these frequencies split into pairs  $\sigma \pm 2\beta\Omega$  where  $\beta$  is of the order 0,85. Hence when a wave circulates against the spin, the period referred to stellar co-ordinates may become much longer, for instance comparable with observed beat periods. This was applied by *Ledoux* to  $\beta$  CMa pulsation, by combining stationary and progressive waves in  $\sigma$  and  $\sigma - 2\beta\Omega$ , with the uncertain results already quoted.
- (c) Among „natural” periods in the gases ejected by a hot star must be classified the time to complete a cycle of growing and diminishing opacity, studied by *Gerasimovič* [14] for Be stars, and possibly underlying the investigations of Be electron scattering with non-spherical symmetry by the *Burbidges* [15] and even *Baldwin's* [16] studies of  $\gamma$  Cas. The time for ejected gas to reach a maximum excursion before falling back to the star is also to be listed here.

(ii) Frequencies enforced by binary structure :

- (a) Except in the closest binary pairs, resonance of  $\sigma$  with orbital period is unlikely, but even the longer orbital periods might excite frequencies comparable with  $\sigma - 2\beta\Omega$  if spin and orbit are unequal as in  $\Phi$  Per.
- (b) In coordinates rotating with the star, the „semi-diurnal” tide interval may resonate with  $\sigma$ . I found this significant in deductions from the very rapid rotation of  $\Phi$  Per discovered by *Slettebak* [17].
- (c) Corresponding to the natural period of time for gases to reach a limit in spiralling round a single star, there will be a period decided by the time taken for ejected gas to reach the Roche point of escape from a binary, as studied by *Kuiper* [18] and by *Kopal* [19]. This might impose a cycle of increasing and decreasing density between the components of fairly close binaries, a pulsation in a disc-shaped envelope.
- (d) Of very long period will be the rotation of apse of a binary orbit ; with large eccentricities this will introduce a period in spectral line displacements, but in general too lengthy for the problems discussed here.

(iii) Agencies of forced periods in a single star :

- (a) Struve's theory of a satellite, applied by him to 12 Lac and by *Ledoux* to  $\beta$  CMa, would impose a periodicity upon spectral line structure through its excitation of a local „sunspot” or eruptive area travelling round the star's equator under the satellite.
- (b) Since the satellite would have a very short period, the rotation of its apse might not be too slow, but the small eccentricity might prevent this from constituting another period of any detectable amplitude.

- (c) The apse rotation of a gaseous ring might be much more potent in the observed spectrum in spite of small mass, since ejection of the constituent gases from the star may have had an almost parabolic velocity giving high eccentricity. *Struve* [20] suggested this as a possible source of spectral variability, but the topic seems not to have been pursued.

A star must be supposed intrinsically capable of radial and nonradial oscillation, each in a wide range of possible frequencies dependent upon density and gradients. Whether any particular periods are detectable will depend on the manner and intensity of their excitation. If disturbance from stable equilibrium is spherically symmetrical and sub-photospheric, pulsation of RR Lyr type will be created and no other. But if an external agency exists, for instance a binary tide, in a star whose gravity is low because of spin, or a perturbation due to a satellite or the apse motion of a ring round a single star, atmospheric pulsation of  $\beta$  Cep type may be set up equatorially, with luminosity effects smaller than the effects upon line velocities. Beats between free and forcing periods will result, or the energy might be lost from the atmosphere to bias the selection of spherical oscillations initiated from inside. It would therefore be interesting to discover transition cases between binary  $\beta$  Cep pulsation, single  $\beta$  Cep pulsation with ring or satellite, and single RR Lyr pulsation; in these, clues from spinning gas-enveloped binaries such as  $\Phi$  Per and single spinning stars such as  $\gamma$  Cas would be valuable as indicating how frequencies can select themselves for combination into beats, or how overtones and fundamentals are suppressed or intensified by resonance.

#### REFERENCES

1. Detre and others; Budapest Mitteilungen, 1938–55.
2. Walraven and others; Bul. Astron. Netherlands, 1937–52.
3. Struve and others; Astrophys. Journ., 1940–55.
4. Kluyver; B. A. N., 7, 313, 1936.
5. M. Schwarzschild; ApJ., 94, 245, 1941.
6. S. Rosseland; Pulsation theory of variable stars, 1949.
7. W. S. Fitch; ApJ., 121, 691, 1955.
8. P. Ledoux; ApJ., 114, 373, 1951.
9. T. G. Cowling; M. N. Roy. Astron. Soc., 101, 367, 1941.
10. O. Struve; ApJ., 113, 589, 1951.
11. Struve and others; ApJ., 122, 1955.
12. M. Johnson; The Observatory, 1956.
13. J. A. Hynek; Perkins Obs. Contrib., 1940 and 1944.
14. B. P. Gerasimovič; M. N., 94, 737, 1934.
15. G. R. and E. M. Burbidge; ApJ., 117, 407, 1953.
16. R. B. Baldwin; ApJ., 92, 82, 1940.
17. A. Slettebak; ApJ., 110, 498, 1949.
18. G. Kuiper; ApJ., 93, 133, 1941.
19. Z. Kopal; Trans. Internat. Astron. Union, 1955.
20. O. Struve; ApJ., 73, 94, 1931.

# THE OPACITY AND THE INTERNAL STRUCTURE OF THE SUN

by SHU-MU KUNG

Purple Mountain Observatory, Academia Sinica

## I. Introduction

The purpose of this paper is to obtain the distributions of the temperature, density and pressure from the surface to the center of the sun on the one hand and to get the composition, i. e. the content of hydrogen, helium and heavy elements, of the sun and the relative importance of the proton-proton reaction and the carbon cycle to the contribution of the solar energy on the other hand.

There are many papers, such as those of *Eddington* [1], *Ström-gren* [2], *Cowling* [3], *Chandrasekhar* [4], *Ledoux* [5], Canadian [6] and Soviet [7] workers, to investigate the stellar structure in general. Only a few articles, however, have been published to deal with the structure of the sun by means of numerical calculation. Since 1939 *Bethe* [8] and *Weizsäcker* [9] suggested independently that the carbon cycle provided the stellar energy, *Schwarzschild* [10] first computed the solar model with the carbon cycle as the source of the solar energy and obtained the composition of hydrogen, helium and heavy elements for the sun. He employed a simple approximate formula for the opacity law inside the sun.

Later in 1949, *Harrison* [11] investigated the problem again along the line of Schwarzschild's, but used a better opacity formula which followed generally the values obtained according to the temperature and the density distributions of her solar model. In 1950 *Epstein* [12] pointed out the importance\* of the proton-proton reaction to the contribution of the solar energy.

Until 1953 the opacity inside the sun was considered to be wholly due to heavy elements. Later, it was realized that the contribution of the free-free absorptions of hydrogen and helium to the opacity could not be neglected, mainly due to the extremely low content of heavy elements. Then *Naur* [13], later *Epstein* and *Motz* [14] have taken the free-free absorptions of hydrogen and helium into consideration and computed the solar models.

Table 1 lists the essential results of the solar models of current authors. All the models except one of Naur's in Table 1 are the so-called Cowling model which has a convective core and a radiative envelope. Each model has a common assumption that the mean molecular weight is the same inside the sun. The validity of this assumption depends wholly upon the thoroughly mixing of the material between the core and the envelope, otherwise the mean molecular weight in the core will be higher than that in the envelope due to the more effective transformation of hydrogen into helium in the

\* Epstein misused Mrs. Harrison's results and reached a conclusion which exaggerated the importance of the proton-proton reaction in his article, but his general conclusion is still true.

Table 1 Results of Current Solar Models

Author	Date	Opacity Law	$X$	$Y$	$Z$	$T_c \times 10^{-6} \rho_c \text{ g/cm}^3$	Energy Source	Core $r$ radius $R$
<i>Schwarzschild</i>	1946	$K_0 \rho^{0.75} T^{-3.5}$ H, He not consid.	,47	,41	,12	19,8	111,6	C-cycle ,122
<i>Harrison</i>	1948	$K(T, \rho)$ H, He not consid.	,653	,279	,068	19,8	196,2	C-cycle ,091
<i>Epstein and Motz</i>	1953	$K(T, \rho)$ H, He not consid.	,998	0	,002	12,0	110	C-cycle & P—P re- action ,080*
<i>Naur</i>	1954	[1] $K_0 \rho^{0.75} T^{-3.5}$ $K_0' \rho T^{-3.5}$	,74	,25	,0075	13,5	94	P—P reaction ,000
		[2] $K_0' \rho T^{-0.9}$ $K_0'' \rho T^{-3.8}$ (H + He)ff consid.	,76	,23	,0075	13,8	85,7	P—P reaction ,050
<i>Epstein &amp; Motz</i>	1954	$K(T, \rho)$ (H)ff consid.	,931	0,67	,002	12,8	100	C-cycle & P—P reaction ,080

\* In this article the values of  $(n+1)$  discontinue at some point. At the interface of the core and envelope the value of  $(n+1)$  is equal to 2,75 instead of the correct value 2,50 (Ap. J. 117, 311, 1953)

core. Whether is there thoroughly mixing of the material inside the sun is not settled. However, *Greenstein* and others [15] pointed out that the appearance of beryllium and lithium in the solar atmosphere seemed in favor of non-mixing.

We have investigated this problem in general along the lines of the previous works except that we assumed the mean molecular weight in the core different from that in the envelope. Since 1955 we have computed a series of solar models with both the proton-proton reaction and carbon cycle as the source of the solar energy. The latest data of nuclear reactions given by *Fowler* [16, 20] are employed. In the computation of opacities according to the temperature and the density distributions of our assumed models, we found out that not only the free-free absorptions, but the bound-free absorptions of hydrogen and helium should be taken into account as well in the outer layers of the sun, where the temperature is lower than  $2 \times 10^6 \text{ } ^\circ\text{K}$ . This is partly due to the extremely low content of heavy elements, 0,1 per cent in our model and partly due to the fact that at low temperatures the peak of energy distribution of the Planckian function shifts to the longer wave length and thus the photo-ionization of K and L electrons of hydrogen and helium plays a leading role in contributing to opacity, as pointed out by *Keller* and *Meyerott* [17].

The values of opacity are computed according to the density distribution of assumed models at 14 points with assigned temperatures. The solar model with a hydrogen content of 82,5 per cent gives the value of energy generation very close to the observed one, apart from that the values of density distribu-



tion of the resultant model is much higher than that of assumed model at the region near the surface. This will produce the same order of discrepancy between the values of opacity of the resultant and assumed models, and, so we have to start new models. From successive computations with different density distributions we obtain an empirical relation between the density distributions of the assumed and the resultant models. It can be stated generally as follows: the higher is the values of the density distribution of the assumed model, the lower is the values of the resultant model. With this empirical relation in mind, it is easier for us to assume a density distribution more close to the one of the resultant model.

## II. The Opacity of the Sun

The opacity  $\kappa$  is defined by

$$\frac{1}{\kappa} = \frac{\int_0^\infty \frac{1}{k_\nu} \frac{1}{(1 - e^{-h\nu/kT})} \frac{dB_\nu}{dT} d\nu}{\int_0^\infty \frac{dB_\nu}{dT} d\nu}, \quad (1)$$

where  $B_\nu$  is the Planckian function,  $k_\nu$  is the absorption coefficient per gram at frequency  $\nu$  and the other quantities have their usual meanings. According to Strömberg's computation [18],  $\kappa$  can be written as

$$\kappa = 3,90 \times 10^{25} \frac{I}{I_R} \rho T^{-3.5} (1 + X) \frac{1}{\tau}, \quad (2)$$

$I$ ,  $I_R$  are, the composition, respectively, for the adopted composition and for the Russell mixture,

$$I = \sum \frac{c_z Z^2}{A}, \quad I_R = 6; \quad (3)$$

$c_z$ , the percentage in the composition of certain element whose atomic number and weight are, respectively,  $Z$  and  $A$ .  $\tau$  in formula (2) is the guillotine factor and calculated by the following formulae:

$$\chi_n = \frac{2 \pi^2 e^4 m Z^2}{n^2 h^2} \quad (4)$$

$$D_n = D_{f,c} \frac{2}{n} \frac{\chi_n}{kT} \frac{e^{\frac{\chi_n}{kT}}}{1 + \exp\left(\frac{\chi_n}{kT} - \frac{\psi}{kT}\right)} \quad (5)$$

$$\tau(\chi_i, \chi_{i+1}) = \frac{\Phi(\chi_i) - \Phi(\chi_{i+1})}{D(\chi_i, \chi_{i+1})}, \quad \chi_i = \frac{h\nu_i}{kT}, \quad (6)$$

$$\tau = \sum \tau(\chi_i, \chi_{i+1}) \quad (7)$$

On applying the above formulae to obtain the guillotine factors, we compute them according to the following two principles: (1) in the computation of the absorption coefficients we, taking into account the effect of the excluded volume, have included only those terms having quantum number  $n \leq 4$ ; (2) with regard to the depression of the continuum we have excluded the terms having quantum number,  $n \geq 2$ , for the bound-free absorption of hydrogen and helium when the density is high. This latter limitation is not important for the solar model because the bound-free absorptions of hydrogen and helium become negligible due to the increasingly high temperature when the density is high.

The composition of heavy elements we have adopted is 40 per cent Russell mixture and 60 per cent oxygen. As the values of composite factor for heavy elements, hydrogen and helium are, respectively, 4.8, 1 and 1, we have the resultant  $D_n$  at  $\nu_n$  as,

$$D_n = \frac{4.8 c_z D_n(Z) + C_H D_n(H) + C_{He} D_n(He)}{F}, \quad (8)$$

where

$$F = 4.8 c_z + (C_H + C_{He}) \times 1$$

The values of guillotine factor so computed at 14 assigned temperatures and at proper values of  $\psi/kT$  for including the temperature-density points of our model are given in Table 2. The resultant opacities consisting of the atomic

Table 2 Guillotine Factors  $\log_{10} \tau$  and Densities  $\log_{10} \rho$  for the Equilibrium model of the Sun  $X = 0.820$ ,  $Y = 0.179$ ,  $Z = 0.001$  (60% oxygen and 40% Russell mixture)

$T \times 10^{-40}$	$\psi/kT$	$\log_{10} \tau$	$\psi/KT$	$\log_{10} \tau$	$\log_{10} \rho$	
					assumed	resultant
0,300	8	1,123	9	1,104	4,430	4,423
0,625	6	1,670	7	1,614	3,700	3,715
0,714	6	1,718	7	1,615	3,930	3,943
0,833	6	1,751	7	1,692	2,181	2,193
1,000	5	1,842	6	1,775	2,452	2,481
2,000	4	1,889	5	1,763	1,468	1,482
3,000	3	2,110	4	2,014	0,104	0,096
5,000	2	2,242	3	2,198	0,879	0,885
6,000	2	2,250	3	2,215	1,130	1,144
7,500	1	2,276	2	2,239	1,410	1,434
9,000	1	2,276	2	2,263	1,610	1,637
10,000	1	2,277	2	2,264	1,709	1,739
12,000	1	2,280	2	2,264	1,850	1,885

opacity and electron scattering are obtained by means of the tabulated values given by *Morse* [19]. The values of the resultant opacity are represented by the following four equations:

$$\left. \begin{aligned} \log \kappa_1 &= -1.0533 \log T + 7.0309 & \log T &\leq 5.796 \\ \log \kappa_2 &= -0.5588 \log T + 4.1649 & 5.796 &\leq \log T \leq 6.000 \\ \log \kappa_3 &= -0.2160 \log T + 2.1077 & 6.000 &\leq \log T \leq 6.301 \\ \log \kappa_4 &= -0.8213 \log T + 5.9223 & 6.301 &\leq \log T \end{aligned} \right\} \quad (9)$$



In the current works there are three papers in which the free-free absorptions of hydrogen and helium have taken into consideration. The correctness of their formulae to combine the opacity of heavy elements and of hydrogen and helium is worthy to be discussed. *Naur's* opacity formula [13] is

$$\bar{\kappa} = 3.45 \times 10^{25} (1 + X) Z \varrho T^{-3.5} \frac{g}{l} + 2.7 \times 10^{22} (1 + X) (X + Y) \varrho T^{-3.5} + 0.3 (1 + X), \quad (10)$$

in which the resultant opacity is equal to the sum of the opacity of heavy elements, that of free-free absorptions of hydrogen and helium and 1.5 times the scattering of the electrons. Next, the *Abell's* opacity formula [20] is

$$\bar{\kappa} = \frac{1}{\tau} k \varrho T^{-3.5} + 0.3 (1 + X) \quad (11)$$

$$k = 3.9 \times 10^{25} (1 + X) (1 - X - Y) + 4.10 \times 10^{22} (1 + X) (1 + Y),$$

in which the resultant opacity is equal to the sum of the opacity of the heavy elements, 1.5 times that of the free-free absorption of hydrogen and 1.5 times the scattering of electrons. Actually, the resultant opacity, as given by equation (1), is equal to the weighted harmonic mean of absorption coefficients of various constituents and electron scattering, and naturally, will not be equal to those given by their formulae. Therefore, both Naur and Abell did not employ their formulae just given, in actual computation of opacity, but used the more general ones as indicated in our Table 1. Furthermore, *Ström-gren's* empirical formula (2) for the resultant opacity (i. e. the larger value plus 1.5 times the smaller one) consisting both of the absorptions of heavy elements and of electron scattering is good approximately for the case of early B-stars. It is questionable whether it can be applied as well for the G-type star such as the sun and even more doubtful when it is applied to the case for the free-free absorptions of hydrogen and helium.

*Epstein and Motz* [14] combine the free-free absorption of hydrogen with that of heavy elements to get the guillotine factor  $t$ . Their opacity formula is given by

$$\kappa = 3.9 \times 10^{25} \varrho T^{-3.5} (1 + X) (1 - X - Y) \frac{1}{t}. \quad (12)$$

As to check our computation we have computed the opacity according to their composition ( $X = 0.931$ ,  $Y = 0.067$  and  $Z = 0.002$ ) and the temperature and density distributions of their model. With equations (2) and (3) of the present paper, we obtain

$$\kappa = 3.9 \times 10^{25} \frac{1.0076}{6} \varrho T^{-3.5} (1 + X) \frac{1}{\tau}. \quad (13)$$

Since  $(1 - X - Y) = 0.002$ , the relation between  $t$  and  $\tau$  is

$$\text{Log}_{10} \tau = 1.924 + \text{Log}_{10} t. \quad (14)$$

The values of  $\log_{10} \tau$  obtained from [14] and those of us are tabulated in table 3 in which for the purpose of comparison both values, besides consisting of

the absorptions of the heavy elements and free-free absorptions of hydrogen and helium, the one with (with the bracket (b)) and the other without the bound-free absorptions of hydrogen and helium, are included. From table 3 one can see, there are quite differences between the two sets of the values of  $\text{Log}_{10} \tau$ .

Table 3. Comparison of the two sets of values of  $\text{Log}_{10} \tau$ , for  $X = 0.931$ ,  $Y = 0.067$ ,  $Z = 0.002$

$T \times 10^{-8}$	$\nu/kT$	Kung	E & M	$\nu/kT$	Kung	E & M
0.625	6	1.774 1.621 (b)*	1.898			
0.714	6	1.808 1.667 (b)	1.890			
0.833	5	1.994 1.806 (b)	1.712	6	1.815 1.691 (b)	1.791
1.000	5	1.905 1.793 (b)	1.609	6	1.815 1.709 (b)	1.686
3.000	3	2.207 2.019 (b)	2.288	4	1.890 1.884 (b)	2.142
5.000	2	2.197 2.197 (b)	2.556	3	2.122 2.122 (b)	2.380
6.000				2	2.122 2.122 (b)	2.690

\* The values with bracket (b) contain also the contribution of the bound-free absorptions of hydrogen and helium.

Furthermore, some values of  $\kappa$  (i. e.  $\kappa$  in Epstein and Motz's paper) obtained by equation (6) of their paper by employing values of  $t$  in their Table 2 corresponding to the temperature and density distributions of their model have appreciable differences with those obtained by equation (5) of their paper. (The second formula of equation (5) has a printing error. The constant should be  $+0.588$ , instead of  $-0.588$ ). These two sets of values should have little difference. They are shown in Table 4.

Table 4. Values of  $\text{Log}_{10} \kappa$

$T \times 10^{-8}$	0.714	0.833	1.0	3.0	5.0	6.0	7.5	9.0	10.0
From (6)	0.794	0.976	1.171	0.380	0.144	1.947	0.208	1.825	1.710
From (9)	0.707	0.641	0.562	0.467	0.153	0.041	1.903	1.792	1.727
Difference	+0.087	+0.335	+0.609	-0.087	-0.009	-0.094	+0.239	+0.033	-0.017

According to equations (5) and (6) of this paper, it is evident that the values of  $\text{Log}_{10} \tau$  at the same temperature should decrease as the values of  $\psi$  increase. This is clearly illustrated in *Harrison's Tables* (11). It is rather perplexing to read some values of  $\text{Log}_{10} t$  in Table 2 of Epstein and Motz's paper that at  $T = 0.625, 0.833$  and  $1 \times 10^6$  degrees, the values of  $\text{Log}_{10} t$  at  $\psi/kT = 5, 6$ , and  $\infty$  increase with the values of  $\psi/kT$ , instead of decreasing.

### III. The Structure of the Sun

The differential equations used in this investigation are based upon the following assumptions:

(1) The sun may have a convective core or an isothermal core or no core at all. If a convective core exists, the material inside the core, like an ideal gas, has a value of  $\gamma = c_p/c_v = 5/3$ . If an isothermal core exists, the material inside the core has exhausted its hydrogen and so generates no energy. The material outside the core is in the state of radiative equilibrium.

(2) The mean molecular weight of the core must be larger than, or at least equal to that of the envelope.

(3) Radiation pressure can be neglected.

(4) The thermal nuclear reactions operate both in the convective core and in the radiative envelope.

The assumption (4) is introduced because the proton-proton reaction generates energy rather effectively under lower temperature range ( $10^7^\circ - 1.3 \cdot 10^7^\circ$ ). Since the rate of energy generation depends on the content of hydrogen and nitrogen, we must assume before-hand the content of hydrogen and heavy elements so as to carry out the numerical integration in the envelope. Thus the problem is solved by successive steps point by point.

The four differential equations are:

$$\frac{dP}{dr} = - \frac{GM(r)}{r^2} \varrho, \quad (15)$$

$$\frac{dM(r)}{dr} = 4\pi r^2 \varrho, \quad (16)$$

$$\frac{dL(r)}{dr} = 4\pi r^2 \varrho (\epsilon_p + \epsilon_c), \quad (17)$$

$$\frac{d(T^4)}{dr} = - \frac{3}{ac} \kappa \varrho \frac{L(r)}{4\pi r^2}, \text{ radiative equilibrium} \quad (18a)$$

$$\frac{1}{P} \frac{dP}{dr} = \gamma \frac{1}{\varrho} \frac{d\varrho}{dr}, \text{ convective equilibrium} \quad (18a)$$

Where  $\epsilon_p, \epsilon_c$  are, the energy generated per gram per second, respectively, by the proton-proton reaction and carbon cycle. The other quantities have their usual meaning (4). As usual we employ the non-dimensional quantities as follows:

$$P = p \frac{GM^2}{4\pi R}, \quad T = t \frac{\mu H}{k} \frac{GM}{R}, \quad M(r) = gM, \quad r = xR, \quad L(r) = yL \quad (19)$$

The energy generation equations [16] [20] can then be put in the following forms :

$$\epsilon_c = 4.05 \times 10^{-23} \chi_{CN} (1 - X - Y) X p^{19.3} \left( \frac{\mu H}{10^6 k} \frac{GM}{R} \right)^{20.3} \frac{M}{4 \pi R^3} = \epsilon_c^* p^{19.3}, \quad (20a)$$

$$\epsilon_p = 5.42 \times 10^{-6} X^2 \frac{M}{4 \pi R^3} \left( \frac{\mu H}{10^6 k} \frac{GM}{R} \right)^{4.1} p^{3.1} = \epsilon_p^* p^{3.1} \quad (20b)$$

Where  $\chi_{CN}$  is the portion of carbon plus nitrogen content in the heavy elements, we take  $\chi_{CN} = 0.2$ .

In the process of numerical integration when  $\log y = -\infty$ ,  $\Delta \log t = 0$ , it means that the energy generated outside the sphere of the radius in question attains the total energy of the sun. If the solution of the isothermal core does not exist, it infers that our assumed model is wrong. Quite a few models we assumed are such case of over production of energy.

When the value of  $d(\log p)/d(\log t)$  decreases and is equal to 2.5 in the integration, it speaks that the boundary of the convective core is reached. With the values of  $t$ ,  $p$  and  $q$  at the interface we can calculate the ratio of the values of non-dimensional quantities  $U$  and  $V$  by usual means. Then the Emden variable  $\xi_f$  corresponding to the radius at the interface by finding in Emden table the ratio of  $U$  and  $V$  equal to that just found. The relations between the Emden variables  $\Theta$ ,  $\xi$  and our previous ones are :

$$\left. \begin{aligned} T = T_0 \Theta &= \frac{T_f}{\Theta_f} \Theta = \frac{t_f \mu_c H}{\Theta_f k} \frac{GM}{R} \Theta, \\ q = q_0 \Theta^{1.5} &= \frac{q_f}{\Theta_f^{1.5}} \Theta^{1.5} = \frac{p_f \omega}{\Theta_f^{1.5} t_f} \frac{M}{4 \pi R^3} \Theta^{1.5}, \\ r = x R &= \xi \frac{x_f}{\xi_f} R; \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

where subindex  $f$  indicates the value at interface and  $\omega$  is the ratio of the mean molecular weight in the core to that in the envelope. The total energy generated inside the core is

$$\begin{aligned} y_c(r) &= \frac{X_c}{X_e} \epsilon_c^* \left( \frac{t_f}{\Theta_f} \right)^{20.3} \frac{M}{L} \left( \frac{p_f \omega}{\Theta_f^{1.5} t_f} \right)^2 \left( \frac{x_f}{\xi_f} \right)^3 \int_0^{\xi_f} \Theta^{23.3} \xi^2 d\xi + \\ &+ \frac{X_c^2}{X_e^2} \epsilon_p^* \left( \frac{t_f}{\Theta_f} \right)^{4.1} \frac{M}{L} \left( \frac{p_f \omega}{\Theta_f^{1.5} t_f} \right)^2 \left( \frac{x_f}{\xi_f} \right)^3 \int_0^{\xi_f} \Theta^{7.1} \xi^2 d\xi, \end{aligned} \quad (22)$$

where  $X_c$ ,  $X_e$  are, respectively, the hydrogen content in the core and in the envelope.

After a series of trials, finally we obtain a satisfactory solar model in which the contents of hydrogen, helium and heavy elements are, respectively, by weight, 0.820, 0.179 and 0.001 in the radiative envelope and in the con-

veective core are, respectively, 0,779, 0,220 and 0,001. The assumed values of density distribution agree very well with the resultant ones; the differences between the logarithms of the corresponding ones are all within 0,035. They are shown in Table 8. The characteristics of the present solar model are given in Tables 5 and 6.

Table 5. The characteristics of the present solar model

Center			Convective Core $X : Y : Z = 820 : 179 : 1$				Radiative Envelope $X : Y : Z = 779 : 220 : 1$	
$T_c$ $10^6$	$\rho_c$ g/cc	$P_c$ dynes/cm <sup>2</sup> $10^{12}$	$x = r/R$	energy generated $\Gamma_c = L(r)/L$	Mass, $M(r)/M$	Mean M. Wt., $\mu_c$	Mean M. Wt., $\mu_e$	energy generated ( $1 - \Gamma_c$ )
1,403	1,003	2,000	,0925	0,3061	,05976	0,5800	0,5634	0,6473

Table 6. The various quantities at the interface

$z_f$	$P_f$ $10^{11}$ dynes/cm <sup>2</sup>	$T_f$ $10^6$	$\theta_f$	$\left(\frac{d\theta}{dz}\right)_f$	$\Gamma_{sf}$	$V_{sf}$	$U_{sf}$	$V_{ef}$
+0,83485	1,493	1,248	0,88960	-0,25081	+2,71344	+0,57154	+2,7932	+0,58838

From Table 5, we know that the energy generated inside the core amounts 30,6 per cent of the total energy of the sun, while the energy generated in the envelope reaches 64,7 per cent. The sum of them is 95,3 per cent, about 5 per cent less than the observed value. The model with a hydrogen content of 82,5 per cent results overproduction of energy. Unless there is convective core or isothermal occurs, there would not have any appreciable change for the present solar model if the above 5 per cent of energy discrepancy is eliminated. This is clear when one read the run of the values in Table 7, of the characteristics of the three models closest to the present adopted one.

Table 7. Characteristics of 3 models closest to the adopted solar model

$H$ Content, $X$	Core radius	Energy generated		At the center		
		envelope	core	$T_c 10^6$	$\rho_c$ g/cc	$P_c 10^{12}$ dynes/cm <sup>2</sup>
0,800	0,1323	0,3309	0,4476	1,352	82,6	1,680
0,810	0,1197	0,4236	0,4795	1,387	90,6	1,854
0,815	0,1101	0,5020	0,4116	1,389	93,9	1,899

It is well known generally that the error in the energy generation formulae due to the extrapolation of experimental data is much higher than 5 per cent. And the same might be true for the current method to compute the opacity. It is, we think, quite justifiable to regard our result as an equilibrium model.

Since the radiative envelope produces about 65 per cent of the total solar energy, it is not surprise to find the ratio of mean molecular weights in the core to that in the envelope close to 1, namely  $\mu_c/\mu_e = 1,029$ . This

Table 8.

NUMERICAL INTEGRATION OF THE PRESENT SOLAR MODEL.

$\log_{10} \left( \frac{1}{x} - 1 \right)$	$\log_{10} t$	$\frac{d \log t}{d \log \left( \frac{1}{x} - 1 \right)}$	$\log_{10} p$	$\frac{d \log p}{d \log \left( \frac{1}{x} - 1 \right)}$	$\log_{10} g$	$\frac{d \log g}{d \log \left( \frac{1}{x} - 1 \right)}$	$\log_{10} y$	$\frac{d \log y}{d \log \left( \frac{1}{x} - 1 \right)}$	$\frac{d \log p}{d \log t}$
-1.000	-1.70357	1.00005	-5.22274	5.05324	—	-0.00002	—	—	5.05299
-0.950	-1.65357	1.00002	-4.97008	5.05324	—	-0.00004	—	—	5.05314
-0.900	-1.60357	1.00002	-4.71742	5.05324	—	-0.00006	—	—	5.05314
-0.850	-1.55357	1.00000	-4.46476	5.05324	—	-0.00010	—	—	5.05324
-0.800	-1.50357	1.00000	-4.21210	5.05324	—	-0.00017	—	—	5.05324
-0.750	-1.45357	0.99998	-3.95944	5.05312	-0.00001	-0.00029	—	—	5.05322
-0.700	-1.40357	0.99995	-3.70679	5.05289	-0.00003	-0.00048	—	—	5.05314
-0.650	-1.35357	0.99988	-3.45415	5.05254	-0.00006	-0.00079	—	—	5.05315
-0.600	-1.30348	1.01498	-3.20154	5.05091	-0.00011	-0.00130	—	—	4.97636
-0.550	-1.25176	1.04971	-2.94942	5.02691	-0.00020	-0.00210	—	—	4.79171
-0.500	-1.19882	1.06722	-2.69878	4.99448	-0.00033	-0.00333	—	—	4.68868
-0.450	-1.14541	1.06965	-2.45008	4.95302	-0.00054	-0.00523	—	—	4.63051
-0.400	-1.09175	1.08418	-2.20352	4.90772	-0.00087	-0.00807	—	—	4.52667
-0.350	-1.03694	1.10448	-1.95957	4.84808	-0.00137	-0.01222	—	—	4.38947
-0.300	-0.98155	1.10510	-1.71885	4.78002	-0.00212	-0.01816	—	—	4.30982
-0.250	-0.92617	1.10494	-1.48162	4.70923	-0.00322	-0.02646	—	—	4.26198
-0.200	-0.87112	1.09618	-1.24794	4.63767	-0.00482	-0.03786	—	—	4.23076
-0.150	-0.81638	1.08515	-1.01785	4.56573	-0.00707	-0.05320	—	—	4.20746
-0.100	-0.76402	1.01967	-0.79116	4.50069	-0.01022	-0.07370	—	—	4.1917
-0.050	-0.71408	0.98154	-0.56699	4.46190	-0.01456	-0.10108	—	-0.00001	4.54582
0	-0.66561	0.95585	-0.34499	4.41713	-0.02047	-0.13708	—	-0.00002	4.60670



Table 8. (continued)  
NUMERICAL INTEGRATION OF THE PRESENT SOLAR MODEL (CONTINUED)

$\log_{10} \left( \frac{1}{x} - 1 \right)$	$\log_{10} t$	$\frac{d(\log \rho)}{d \log \left( \frac{1}{x} - 1 \right)}$	$\log_{10} p$	$\frac{d(\log p)}{d \log \left( \frac{1}{x} - 1 \right)}$	$\log_{10} y$	$\frac{d(\log y)}{d \log \left( \frac{1}{x} - 1 \right)}$	$\frac{d(\log p)}{d \log t}$
—	—	—	—	—	—	—	—
+0.050	-0.66561	0.95885	-0.34459	4.41713	-0.02047	-0.13708	4.60670
+0.100	-0.61808	0.91319	-0.12546	4.36154	-0.02844	-0.18368	4.62424
+0.150	-0.57126	0.92974	+0.09086	4.28766	-0.03994	-0.24297	4.61168
+0.200	-0.52512	0.91578	+0.30209	4.18938	-0.05297	-0.31702	4.57466
+0.250	-0.47073	0.89937	+0.50931	4.06172	-0.07102	-0.40765	4.51618
+0.300	-0.43325	0.87929	+0.70853	3.90131	-0.09404	-0.51698	4.43689
+0.350	-0.39188	0.85456	+0.89887	3.70629	-0.12294	-0.64261	4.33707
+0.400	-0.34987	0.82473	+1.07861	3.47752	-0.15800	-0.78628	4.21656
+0.450	-0.30649	0.78962	+1.24613	3.21862	-0.20182	-0.94467	4.07616
+0.500	-0.27100	0.74912	+1.40907	2.93596	-0.25325	-1.11378	3.91921
+0.550	-0.23467	0.70349	+1.53947	2.63858	-0.31330	-1.28861	3.75070
+0.600	-0.20074	0.65322	+1.66385	2.33684	-0.38211	-1.46342	3.57742
+0.650	-0.16942	0.59918	+1.77325	2.04113	-0.45955	-1.63279	3.40654
+0.700	-0.14087	0.54270	+1.86822	1.76956	-0.54522	-1.79213	3.24468
+0.750	-0.11517	0.48531	+1.94968	1.50186	-0.63854	-1.93798	3.09464
+0.800	-0.09232	0.42872	+2.01885	1.26926	-0.73877	-2.06828	2.96058
+0.850	-0.07225	0.37456	+2.07707	1.06454	-0.84509	-2.18192	2.84211
+0.900	-0.05480	0.32415	+2.12576	0.88740	-0.95608	-2.27882	2.73762
+0.950	-0.03976	0.27832	+2.16825	0.73631	-1.07270	-2.35896	2.64555
+1.000	-0.02689	0.23757	+2.19978	0.60895	-1.19231	-2.42237	2.56324
	-0.01592	0.20201	+2.22749	0.50263	-1.31467	-2.46894	2.48814



means that our solar model has little difference with the model which assumes a single value of mean molecular weight throughout the core and the envelope. From the comparison of our result shown in table 5 with those of Naur, and Epstein and Motz, tabulated in table 1, one finds that the hydrogen content of our model is intermediate between theirs. The central temperatures and central density both are a little higher than theirs.

The model of Epstein and Motz who have taken into account of the free-free absorption of hydrogen and computed opacity according to the density and temperature distributions of the solar model should be close to the true state inside the sun and should be comparable to our model. The hydrogen content of their model is much higher, more than 10 per cent, than ours. This may be due partly to (1) the different energy generation laws that we employ a new one for proton-proton reaction which generates energy about 1.4 times slower than theirs, partly to (2) the inconsistency of their opacity laws mentioned above, and partly to (3) the including both of the bound-free and free-free absorptions of hydrogen and helium in our model while only the free-free absorption of hydrogen is considered in theirs.

Table 7 gives the values of numerical integration of the present solar model.

The writer is indebted to Mr *Ching Lee* for his assistance in computation in the first part of the work and especially to Miss *Hsieh-chen Chen* who did the most of the computation in this investigation.

#### REFERENCES

1. Eddington, A. S., *Internal Constitution of the Stars*, Cambridge, at the University Press, 1926; M. N., 92, 364 & 471, 1932.
2. Strömberg, B., *Zs. f. Ap.*, 4, 118, 1932; 7, 222, 1933; *Ap. J.*, 87, 520, 1938.
3. Cowling, T. G., M. N., 94, 768, 1934; 96, 42, 1935.
4. Chandrasekhar, S., *Stellar Structure*, Chicago, University of Chicago Press, 1939; with Henrich, L. R., *Ap. J.*, 94, 525, 1941.
5. Ledoux, P., *Ap. J.*, 105, 305, 1947; *Ann. d'Ap.*, 11, 174, 1948.
6. Williamson, R. E. & Duff, G. F. D., M. N., 109, 46 & 55, 1949; Oke, J. B., J. R. A. S. Canada, 44, 135, 1950.
7. Седов, Л. И., ДАН, 94, 643, 1954; Северный, А. Б., *Астр. Журн.*, 31, 362, 1954; Резников, А. О., А. Ж., 31, 60, 1954; Сорокин, В. С., А. Ж., 29, 25, 1952; Сушкина, Е. И., А. Ж., 30, 180, 1953.
8. Bethe, H. A., *Phys. Rev.*, 55, 434, 1939.
9. Weizsäcker, C. F. Von, *Phys. Zs.*, 39, 663, 1938.
10. Schwarzschild, M., *Ap. J.*, 104, 203, 1946.
11. Harrison, M. H., *Ap. J.*, 108, 310, 1948.
12. Epstein, L., *Ap. J.*, 112, 207, 1950.
13. Naur, P., *Ap. J.*, 119, 365, 1954.
14. Epstein, L. & Motz, L., *Ap. J.*, 120, 156, 1954.
15. Greenstein, J. L. & Hanssen, E. T., *Ap. J.*, 119, 113, 1954; Cowling, T. G., pp. 555, *The Sun* edited by Kuiper, The University of Chicago Press, 1953.
16. Fowler, W. A., pp. 89, „Les Processus Nucleaires dans les Astres.” *Extrait des Memoires in 8° de la Societe Royale des Liege Quatrieme Serie, Tome XIV*, 1954.
17. Keller, G. & Meyerott, R. E., *Ap. J.*, 122, 32, 1955.
18. The first reference in (2).
19. Morse, P. M., *Ap. J.*, 92, 27, table 2, 1940.
20. Abell, G. O., *Ap. J.*, 121, 430, 1955.